

**Zeitschrift:** Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker  
= Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of  
Swiss Actuaries

**Herausgeber:** Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

**Band:** 71 (1971)

**Vereinsnachrichten:** Tätigkeitsbericht der Arbeitsgruppe ASTIN für das Jahr 1971

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Tätigkeitsbericht der Arbeitsgruppe ASTIN für das Jahr 1971

Seit der letzte Bericht der Arbeitsgruppe an dieser Stelle erschienen ist, sind wiederum drei Tagungen durchgeführt worden, die alle von den Mitgliedern rege besucht wurden und einen animierten und wohlgelungenen Verlauf nahmen.

Für die letzte Sitzung des vergangenen Jahres, welche am 18. November 1970 stattfand, gewährte uns die Schweizerische Rückversicherungs-Gesellschaft freundlicherweise Gastrecht. Als charmante ausländische ASTIN-Vertreterin durften wir in unseren Reihen Fräulein Dr. Giovanna Ferrara von der Assicurazioni Generali in Triest willkommen heissen.

Herr Prof. Bühlmann, der sich den Sommer über in den USA aufgehalten hatte, um hier insbesondere weitere Einblicke in die Zusammenhänge zwischen Mathematik und Ökonomie zu gewinnen, eröffnete die Zusammenkunft mit einem Vortrag unter dem Titel «Was ist mathematische Ökonomie?».

Der Referent umriss den Aufgabenbereich der mathematischen Ökonomie als Untersuchung von Problemen einer nationalen oder internationalen Wirtschaft. Im Unterschied dazu handelt es sich beim Operations Research um Fragen eines bestimmten Wirtschaftsunternehmens, also einer einzelnen Entscheidungsinstanz. Die Probleme, die sich in der mathematischen Ökonomie stellen, lassen sich zumeist in die Form von Extremalaufgaben kleiden.

Prof. Bühlmann erklärte sodann anhand einfacher, aber einleuchtender Beispiele die in dieser Theorie auftretenden Begriffe, insbesondere also was unter Gütern, Aktivitäten, Technologien und Agenten zu verstehen sei. Nach einer mehr verbal umschreibenden Definition befasste er sich mit der mathematischen Darstellung der verschiedenen Begriffe.

Von der Lausanner Schule stammen die Charakterisierungen Pareto-Optimum (Pareto) und Preis-Equilibrium (Walras), die von besonderer Bedeutung für die mathematische Ökonomie sind. Es lässt sich zei-

gen, dass ein Preis-Equilibrium stets ein Pareto-Optimum ist, die Umkehrung aber im allgemeinen nicht gilt.

Die klare und lebhaft vorgetragene Einführung in dieses für die meisten der Anwesenden neue Gebiet wurde von allen Mitgliedern sehr geschätzt.

Als zweiter Referent gab der Berichterstatter einen Rückblick auf das vom 29. September bis 1. Oktober 1970 in Randers (Dänemark) durchgeführte 9. ASTIN-Kolloquium. Darüber ist im letzten Heft der «Mitteilungen» ein Bericht von Herrn Dr. Straub erschienen, so dass es sich erübrigt, an dieser Stelle nochmals näher darauf einzugehen. Wiederholt sei höchstens, dass die wissenschaftliche Ausbeute dieser Tagung (4 Gastreferate, 22 eingereichte Arbeiten, interessante Diskussionen) aussergewöhnlich reichhaltig war und nachhaltigen Widerhall fand und noch finden dürfte.

Nach der Mittagspause berichtete Frl. Dr. Ferrara unter dem Titel «Technical and Statistical Aspects of the Italian Experience in the Field of Industrial Fire Risks Insurance» über Untersuchungen, die auf Grund von Statistiken des «Concordato Italiano Incendi Rischio Industriali» vorgenommen worden waren. Sie befasste sich vorerst mit dem Aufbau der Statistiken, die nach 1967 im Sinne einer Verfeinerung neu konzipiert wurden. Anschliessend ging sie auf die durchgeführten Auswertungen ein, welche einige bemerkenswerte Resultate lieferten.

Bezeichnet man mit  $f$  die Zündfrequenz und mit  $g$  den mittleren Schadengrad, die beiden Grundparameter der Feuerversicherung, so lässt sich im einfachsten Modell der Risikoprämienatz  $t$  eines Portefeuilles durch die Beziehung

$$t = f \cdot g$$

wiedergeben. Die Abhängigkeit der beiden Grössen  $f$  und  $g$  von verschiedenen möglichen Faktoren ist ein Problem, dessen Überprüfung für den Feuerversicherer von wesentlicher Bedeutung ist. Eine Vereinfachung, welche häufig getroffen wird und die sich in der Praxis trotz ihrer Einfachheit gar nicht schlecht bewährt hat, ist die Annahme, die Parameter würden nur von der Versicherungssumme  $v$  (welche irgendwie auch die Objektgrösse misst) abhängen. Was für Ansätze jedoch getroffen werden sollen, darüber streiten sich die Gelehrten. Dies ging besonders deutlich aus der Diskussion anlässlich des

7. ASTIN-Kolloquiums 1968 in Berlin hervor (vgl. meinen Bericht in den «Blättern der deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik», Band VIII, Heft 4, 1968).

Frl. Dr. Ferrara hat folgende Ansätze gemacht:

$$f(v) = Av^\alpha$$

$$g(v) = Bv^{-\beta}$$

und somit

$$t(v) = ABv^{\alpha-\beta}.$$

Aus den statistischen Ergebnissen, die sich über verschiedene Zeitperioden erstreckten, wurden die zugehörigen Parameterwerte  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  ermittelt. Interessant war dabei, dass praktisch stets

$$\alpha \approx \frac{1}{2}$$

$$\beta \approx \frac{3}{4}$$

ausfiel. Ersteres stimmt mit der Hypothese Beards (loc. cit.) überein, nicht hingegen das Resultat für  $\beta$ , wo Beard in grober Näherung von der Beziehung  $\beta \approx \frac{1}{4}$  sprach.

Die Konsequenzen sind natürlich beachtlich. Bei der Referentin ist  $\alpha - \beta \approx -\frac{1}{4}$ , d.h. der Risikoprämiensatz nimmt mit zunehmender Versicherungssumme ab, während bei Beard mit  $\alpha - \beta \approx +\frac{1}{4}$  ein Wachstum im gleichen Verhältnis festzustellen ist.

Aus den Untersuchungen über die Verteilung der Schadensummen verdient festgehalten zu werden, dass sich die logarithmische Normalverteilung als Modell einmal mehr als gut geeignet erwiesen hat. Die Abweichungen zwischen beobachteten und theoretisch zu erwartenden Werten der Verteilungsfunktion waren erstaunlich gering.

Verschiedene Tabellen, welche die numerischen Resultate der verschiedenen Auswertungen wiedergaben, untermauerten die für die Praxis wertvollen Ausführungen des liebenswürdigen Gastes.

Als letzter Vortragender behandelte Herr Benktander in seinem Referat «Price for Capacity» ein Thema, das gerade in der heutigen Zeit für den Versicherer von grösster Wichtigkeit ist. Es handelt sich um die Frage, wie die Prämien zu gestalten sind, damit die Kapazität der Versicherer gesteigert werden kann. Je grösser die Kapazität ist, die dem Ver-

sicherer zugemutet wird, desto grösser sollte auch der Preis dafür, gemessen in Prozenten der reinen, erwarteten Schadenlast, sein.

Wie das Problem theoretisch angepackt und gelöst werden kann, hat Benktander in seiner Arbeit «A Note on Profit Margin and Insurance Market Capacity», die im Frühjahrsheft 1970 der «Mitteilungen» erschienen ist, gezeigt. Dort finden sich auch verschiedene numerische Beispiele. Wir können daher hier auf eine weitergehende Schilderung der interessanten Ausführungen verzichten.

Die erste Sitzung im laufenden Jahr konnte bereits am 14. Januar 1971 bei der Schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalt in Zürich abgehalten werden. Das frühe Datum hatte seinen Grund darin, dass es gelungen war, Herrn Prof. Seal von der Yale University, New Haven, Conn., für einen Vortrag zu verpflichten. Der Gastreferent ist sicher vielen unter unseren Lesern durch seine wissenschaftliche Tätigkeit, insbesondere auch durch das 1969 erschienene Werk «Stochastic Theory of a Risk Business», wohlbekannt.

Prof. Seal hatte als Thema seines Referates «A simulation of the results of an ECOMOR reinsurance contract» gewählt und zog die Zuhörer sofort durch seine lebhafteste, mit Humor gewürzte Vortragsweise in seinen Bann. Die ECOMOR-( = Excédent du coût moyen relatif) Idee ist bekanntlich vom Franzosen Thépaut im Jahre 1950 in einer Arbeit im Bull. Inst. Act. Français geschildert worden.

Der Rückversicherer deckt bei einem ECOMOR-Vertrag die  $n$  höchsten Schäden einer Abrechnungsperiode, soweit sie den Betrag des  $n-t$  höchsten Schadens übertreffen. In der ursprünglichen Arbeit von Thépaut wird von der Voraussetzung ausgegangen, die Höhe der Einzelschäden sei Pareto-verteilt, eine Hypothese, die Seal als zu stark vereinfacht nicht gelten lassen wollte. Sein Modell stützt sich auf die bekannte Arbeit von Bohman und Esscher (Skandinavisk Aktuarietidskrift 1963/64) und nimmt für die Schadenanzahl eine Poisson-Verteilung, für die Schadenssummenverteilung eine gewichtete Summe der Form

$$\sum_{j=1}^4 A_j (1 - e^{-x/a_j}) + \sum_{k=1}^{10} B_k \varepsilon(x - b_k)$$

an. Für die Simulationen wählte er zwei Beispiele aus, eine sehr schiefe Verteilung aus der nichtindustriellen Feuerversicherung und eine aus der Motorfahrzeug-Haftpflichtversicherung.

In 500 Durchläufen wurden unter bestimmten Annahmen die Schadenergebnisse simuliert und der Einfluss eines ECOMOR-Vertrags, falls  $n = 10$  oder  $n = 20$  ist, auf die Resultate untersucht. Zwei Fragen waren dabei in den Vordergrund gerückt, die für den Zedenten von besonderem Interesse sind:

- Wie gross ist die Varianzreduktion, die durch den Rückversicherungsvertrag erzielt wird?
- Wieweit wird die Ruinwahrscheinlichkeit durch den Abschluss eines solchen ECOMOR-Vertrags reduziert?

Die numerischen Resultate, die Prof. Seal erhalten hat und die er den Teilnehmern aushändigte, geben sehr wertvolle Einblicke in den Mechanismus der Änderungen, die durch einen solchen Rückversicherungsvertrag erzeugt werden. Eine schlüssige Antwort auf die Frage, ob der Zedent einen ECOMOR-Vertrag kaufen soll oder nicht und wie gross er gegebenenfalls dabei sein  $n$  wählen soll, kann jedoch auf Grund der Resultate noch nicht definitiv erteilt werden.

Auch den nächsten beiden Referenten, die sich die Mühe genommen hatten, die Manuskripte ihrer Vorträge zu Beginn der Tagung an die Anwesenden zu verteilen, was natürlich sehr geschätzt wurde, sei hierfür der beste Dank ausgesprochen.

Vorerst behandelte Herr Dr. Straub unter dem Titel «Zur Berechnung von Ruinwahrscheinlichkeiten» ein Thema aus der Risikotheorie, dem auch grosse praktische Bedeutung zukommt. Die exakte Berechnung der Ruinwahrscheinlichkeit bei unendlichem Planungshorizont, d.h. also der Wahrscheinlichkeit dafür, dass irgendwann in der Zukunft die Anfangsreserve zuzüglich der fortlaufend eingehenden Prämien abzüglich der fortlaufend auszahlenden Schäden negativ wird, stellt im allgemeinen recht schwierige mathematische Probleme, die oft nur mit Hilfe eines Computers und auch dann nur recht mühsam zu bewältigen sind. Der Referent hat es nun verstanden, ein Resultat von Takács aus dessen Buch «Combinatorial Methods in the Theory of Stochastic Processes» (Wiley 1966) risikothoretisch zu interpretieren und es auf die vorliegende Aufgabe anzuwenden. Darnach ist es möglich, eine leichte und elegante Berechnung der Ruinwahrscheinlichkeit durch Rekursion durchzuführen, falls die Schäden nur in diskreten Zeitpunkten eintreten und die Beträge diskrete Vielfache der Prämien-

einheit sind. Auch die Anfangsreserve soll in Prämieinheiten messbar sein.

Im allgemeinen Fall, wo diese Bedingungen nicht erfüllt sein werden, ist es möglich, den vorliegenden Prozess mit Hilfe von zwei diskreten Prozessen einzugabeln und so obere und untere Schranken für die Ruinwahrscheinlichkeit anzugeben. Zur Berechnung von Prämien, Selbstbehalten und Reserven auf Grund des Ruinkriteriums wurde auf der Schweizer Rück ein Computerprogramm entwickelt, das sich auf verschiedene Verteilungsmodelle anwenden lässt.

Anschliessend sprach Herr Dr. Berliner zum Thema «Some Aspects of Standard Deviation and Variance Loadings in Reinsurance». Die Rückversicherungsprämie für einen nichtproportionalen Vertrag setzt sich aus zwei Bestandteilen zusammen, der reinen Nettorisikoprämie sowie einem Zuschlagsterm, der zumeist proportional zur Standardabweichung  $\sigma$  oder zur Varianz  $\sigma^2$  der Schadenverteilung gewählt wird.

Der Referent beschrieb nun verschiedene Kriterien und zeigte, auf welche Form der Zuschlagsbelastung diese führen; beispielsweise folgt aus dem Null-Nutzenprinzip ein Zuschlag proportional zu  $\sigma^2$ .

Benktander hat im Falle von Normalverteilungen und Unabhängigkeit zwei Kriterien aufgestellt, die verlangen, bei Übernahme eines zusätzlichen Vertrages dürfe sich das Risiko eines negativen Resultates bzw. der Erwartungswert eines negativen Resultates nicht erhöhen. Beide Forderungen ergeben eine  $\sigma^2$ -Belastung. Dr. Berliner hat diese Resultate verallgemeinert. Interessant ist insbesondere, dass sich bei Zulassung einer linearen Abhängigkeit ein gewichtetes Mittel aus  $\sigma$ - und  $\sigma^2$ -Zuschlägen ergibt.

Am 3. Juni 1971 trafen sich 23 Mitglieder der Gruppe im Gebäude der Schweizerischen Unfallversicherungsanstalt in Luzern. Die reichbefrachtete Traktandenliste sah am Vormittag mehr theoretische Abhandlungen vor, während der Nachmittag dem Blick in die Praxis gewidmet war.

Als erster Referent befasste sich Herr Dr. Gerber, einige Tage zuvor aus den USA zurückgekehrt, mit dem Thema «Zins und Ruinwahrscheinlichkeit».

Er erläuterte vorerst das klassische Modell, das die Risikoreserve  $u(t)$  im Laufe der Zeit verfolgt und Ruin dann eintreten lässt, wenn  $u(t) < 0$  wird. Dieses Modell kann insofern kritisiert werden, als es die

Zinskomponente ganz ausser acht lässt. Der Referent hat daher eine interessante Modifikation vorgenommen, indem er von der Voraussetzung ausgeht, das Kapital  $u(t)$  werfe einen kontinuierlichen Zins ab bzw. erfordere die kontinuierliche Bezahlung von Schuldzinsen (falls  $u(t) < 0$ ). Geht man von einer konstanten Zinsintensität  $\delta > 0$  aus (für positive und negative Reserven!), so lassen sich die Einnahmen der Versicherungsgesellschaft pro Zeiteinheit mit  $c + \delta u(t)$  messen, wobei mit  $c$  die Prämieinnahme pro Zeiteinheit bezeichnet sei. Nach der neuen Definition tritt Ruin dann ein, wenn die zu bezahlenden Schuldzinsen die einlaufenden Prämien übertreffen oder, anders ausgedrückt, wenn  $u(t) < -c/\delta$  ist.

Der Referent hat die Folgerungen, die man aus dieser Neukonzeption des Modells ziehen kann, in einer Arbeit «Der Einfluss von Zins auf die Ruinwahrscheinlichkeit» im Frühjahrsheft 1971 der «Mitteilungen» veröffentlicht. Dort sind auch numerische Werte angegeben, die einen gewissen Vergleich zwischen den Ergebnissen der beiden Modelle erlauben.

Als zweiten Beitrag der Tagung gab Herr Dr. Straub eine Übersicht über den Inhalt des neuen Lehrbuches von Prof. Bühlmann, «Mathematical Methods in Risk Theory», das vergangenes Jahr im Springer-Verlag Berlin erschienen ist. Der Leser sei hierfür nochmals nachdrücklich auf die Besprechung Dr. Straubs im letzten Heft der «Mitteilungen» aufmerksam gemacht.

Den praktischen Teil der Sitzung eröffnete Herr PD Dr. Beneš mit einer Orientierung über die neue Gemeinschaftsstatistik der KKK (Konferenz konzessionierter Krankenversicherer). Der Referent erinnerte vorerst an die bisher vorhandenen statistischen Unterlagen (insbesondere Robert und Tosberg) und die diesen anhaftenden Unzulänglichkeiten. Im Rahmen der KKK wurde daher eine Spezialkommission mit der Aufgabe betraut, Richtlinien für eine Gemeinschaftsstatistik auszuarbeiten. Diese Richtlinien sind Ende des vergangenen Jahres herausgegeben worden, und Dr. Beneš ging auf die eigentlichen Punkte näher ein.

Zu erwähnen ist vor allem, dass zwei Arten von Statistiken vorgesehen sind. Die Grob- oder Erfolgsstatistik stellt die verdiente Prämie ganzer Portefeuilleteile dem in der entsprechenden Zeitspanne verursachten Schadenaufwand gegenüber. Ihr Ziel ist, möglichst frühzeitig gewisse Tendenzen in der Krankenversicherung zu erfassen.

Die Fein- oder Kalkulationsstatistik soll die Grundwerte der einzelnen Sparten der Einzel-Krankenversicherung ermitteln und somit die Grundlagen für eine risikogerechte Tarifierung liefern.

Als zweiter Referent des Nachmittags berichtete Herr Aeberli über Neuerungen im Automobilhaftpflichttarif in der Schweiz und in Deutschland.

Vorerst befasste er sich mit dem schweizerischen Geschäft und gab Auskunft über die verschiedenen Untersuchungen, die vorgenommen worden waren, und die Resultate, zu denen sie geführt hatten. So wurde in der Hauptgruppe 1 der Selbstbehalt für Jugendliche erhöht und ein neuer Selbstbehalt für Neulenker eingeführt. Gleichzeitig erfuhr die Bonus-/Malus-Skala eine Änderung. In der Hauptgruppe 2 gipfelten die durchgeführten Tests in einer generellen Erhöhung des Selbsthalts und einer starken Reduktion der Tarifpositionen. – Zudem wird im Jahr 1971 erstmals die sogenannte retrospektive Tarifierung aufgenommen.

Auch im deutschen Tarif sind verschiedene Anpassungen vorgenommen worden. So wurde die regionale Aufteilung verfeinert und zudem das Bundesgebiet zusätzlich in schadenarme und schadenreiche Gegenden eingeteilt. Auch das Überschuss-System ist weiter ausgebaut worden. Im Gegensatz zur Schweiz bezahlt der Neulenker in Deutschland eine Mehrprämie von 50% der Grundprämie, hingegen wurde auf einen Selbstbehalt verzichtet.

Nach den vom praktischen Gesichtspunkt aus sehr wertvollen und von einer lebhaften Diskussion begleiteten Ausführungen der Herren Dr. Beneš und Aeberli ergriff als letzter Vortragender Herr Dr. Kümmerli das Wort, um die in 3. Auflage neu herausgekommenen «Barwerttafeln» von Stauffer/Schaetzle dem Auditorium vorzustellen. Der interessierte Leser sei auch hierfür auf die bereits publizierte, ausführliche Rezension von Herrn Dr. Bichsel im Herbstheft 1970 der «Mitteilungen» verwiesen.

Herr Prof. Bühlmann hat auf Ende 1970 die Leitung der Arbeitsgruppe, die er seit der Gründung im Jahre 1967 souverän und mit überlegener Sachkenntnis geführt hatte, an den Berichterstatter abgegeben. Es sei dem bisherigen Leiter auch an dieser Stelle für seine Bemühungen und seine vielen interessanten Beiträge der Dank aller Beteiligten ausgesprochen. Als Verbindungsmann zum Vorstand der Vereinigung wird uns Herr Prof. Bühlmann allerdings weiterhin seine reiche Wissensquelle zur Verfügung stellen.

Ansonst bleibt dem Berichterstatter nur noch die angenehme Pflicht, allen Mitgliedern, besonders den Referenten, für ihre aktive Mitwirkung den besten Dank auszusprechen. Das vergangene Jahr hat uns wiederum sowohl vom wissenschaftlichen Standpunkt aus fruchtbare als auch für die Praxis wertvolle Ausblicke gewährt.

Arbeitsgruppe ASTIN

Der Leiter: *J. Kupper*

