Eine verteilungsunabhängige Selbstbehaltsbestimmung

HANS SCHMITTER, Zürich

Eine verteilungsunabhängige Selbstbehaltsbestimmung

1 Einleitung

Unter den verschiedenen Prämienberechnungsprinzipien, die in der Fachliteratur besprochen werden, z.B. in [2], zeichnet sich das Varianzprinzip durch Eigenschaften aus, die es für praktische Anwendungen besonders attraktiv machen. *De Finetti* hat es in [1] vor über vierzig Jahren hergeleitet und auf die Bestimmung proportionaler Selbstbehalte angewandt. Es verlangt, dass jedes Risiko Z eine Prämie P von

$$P = E[Z] + v \operatorname{Var}[Z] \tag{1}$$

bezahlt, wobei jeder Versicherer seinen eigenen Parameter $v > 0$ benützt. Risiken, die weniger bezahlen, kann der Versicherer nicht voll übernehmen, sondern muss sie teilweise rückversichern. $\widetilde{Z}$ bezeichne den Teil des Risikos, den er selber trägt und $\widetilde{P}$ die zugehörige Selbstbehaltsprämie. $\widetilde{Z}$ ist nach dem Varianzprinzip dann richtig bestimmt, wenn

$$\widetilde{P} = E[\widetilde{Z}] + v \operatorname{Var}[\widetilde{Z}] \tag{2}$$

gilt.

Der vorliegende Artikel behandelt die Bestimmung des Selbstbehalts nach dem Varianzprinzip für eine spezielle Rückversicherungsform, den Schadenexzedenten. Wir nehmen, wie üblich, an, die Jahresschadenlast sei die Summe von K unabhängigen, identisch verteilten Einzelschäden $X_1, \ldots, X_K$, und K sei poissonverteilt.

Über die Einzelschadenverteilung setzen wir sowenig wie möglich voraus, da man sie in praktischen Anwendungen sowieso nur sehr mangelhaft kennt. Wir begnügen uns mit Erwartungswert, Varianz und irgendeinem Quantil.

Es sei

λ	der Poissonparameter,
X	der Einzelschaden,
$E = E[X]$	sein Erwartungswert,

$V = \mathrm{Var}[X]$	seine Varianz,
d	der Schadenexzedenten-Selbstbehalt (im folgenden bezeichnen wir ihn als Priorität)
$(X-d)^+ = \begin{cases} 0 & \text{falls } X \leq d \\ X-d & \text{falls } X > d \end{cases}$	der Exzessschaden,
$X - (X-d)^+$	der Selbstbehaltsschaden.

Die Prämie betrage nach Abzug aller Kosten, aber vor Rückversicherung,

$$P = \lambda E(1+a).$$

Der erwartete Gewinn ist somit $\lambda E\,a$ (wobei $a > 0$). Die Schadenexzedentenprämie sei $\lambda E[(X-d)^+](1+c)$. Die Zuschläge auf der Schadenexzedenten-Risikoprämie betragen

$$\lambda E[(X-d)^+]\,c \quad (c > 0 \text{ vorausgesetzt}).$$

Die Prämie, die dem Erstversicherer bleibt, ist

$$\widetilde{P} = \lambda E(1+a) - \lambda E[(X-d)^+](1+c). \tag{3}$$

Die Varianz im Selbstbehalt wird, da die Schadenlast zusammengesetzt poissonverteilt ist,

$$\mathrm{Var}[\widetilde{Z}] = \lambda E[(X-(X-d)^+)^2]. \tag{4}$$

Die Priorität d ist nun nach dem Varianzprinzip so zu bestimmen, dass (2) erfüllt ist. Aus (2), (3) und (4) folgt:

$$E\,a - E[(X-d)^+]\,c = \nu\,E[(X-(X-d)^+)^2]. \tag{5}$$

Nicht nur der Versicherer, der Rückversicherungsdeckung kauft, muss sich für einen Selbstbehalt entscheiden, sondern auch der Versicherungsnehmer, der bereit ist, einen Anteil des Schadens, den man meist Franchise nennt, selber zu tragen. In diesem Fall sind die Parameter a und c etwas anders zu interpretieren:
$\lambda(1+a)\,E$ ist jetzt die gesamte Prämie, d.h. inklusive Kostenzuschlag, und $\lambda(1+c)\,E[(X-d)^+]$ die reduzierte Prämie, falls der Versicherungsnehmer die Franchise d wählt.

$\lambda(Ea - E[(X-d)^+]c)$ ist der Erwartungswert des Betrags, den der Versicherungsnehmer einspart. Die Anwendung des Varianzprinzips heisst für den Versicherungsnehmer, dass das Verhältnis zwischen eingesparten Versicherungsprämien und Varianz im Selbstbehalt die Schranke v nicht unterschreiten darf.

2 Lösungsweg

Wir beschränken uns darauf, den Lösungsweg nur zu skizzieren, da die detaillierte Herleitung der Lösungen eine etwas längliche Fleissarbeit ist. Der Autor wäre aber gerne bereit, eventuellen Interessenten die Beweise zuzustellen. Die Ergebnisse sind im Abschnitt 3 zusammengestellt.
Y bezeichne die Menge aller Zufallsvariablen X mit dem Erwartungswert E, der Varianz V und der Wahrscheinlichkeit $p = \text{Prob}\{X > s\}$:

$$Y = \{X \mid E[X] = E,\ \text{Var}[X] = V,\ \text{Prob}\{X > s\} = p\}$$

Zuerst halten wir d und $E[(X-d)^+]$ fest und bestimmen

$$w(d, E[(X-d)^+]) = \inf_{X \in Y} \frac{Ea - E[(X-d)^+]c}{E[(X-(X-d)^+)^2]}.$$

Dann variieren wir $E[(X-d)^+]$ und bestimmen

$$w(d) = \inf_{E[(X-d)^+]} w(d, E[(X-d)^+]).$$

$w(d)$ ist die grösste untere Schranke für das Verhältnis zwischen erwartetem Gewinn und Varianz des Selbstbehalts zu einer gegebenen Priorität d.
Schliesslich bestimmen wir d als Lösung von $w(d) = v$. Dann ist für alle $X \in Y$

$$\frac{Ea - E[(X-d)^+]c}{E[(X-(X-d)^+)^2]} \geqslant v.$$

Betrachten wir zuerst den Fall $d \leqslant s$: Zu gegebenem $E[(X-d)^+]$ kann die Varianz des Selbstbehaltsschadens (und mit ihr $E[(X-(X-d)^+)^2]$) nicht grösser sein, als wenn $X-(X-d)^+$ nur die beiden Werte 0 und d annimmt. Abbildung 1 zeigt eine Verteilung mit dieser Eigenschaft.

Für sie ist also

$$\frac{Ea - E[(X-d)^+]c}{E[(X-(X-d)^+)^2]} = w(d, E[(X-d)^+]).$$

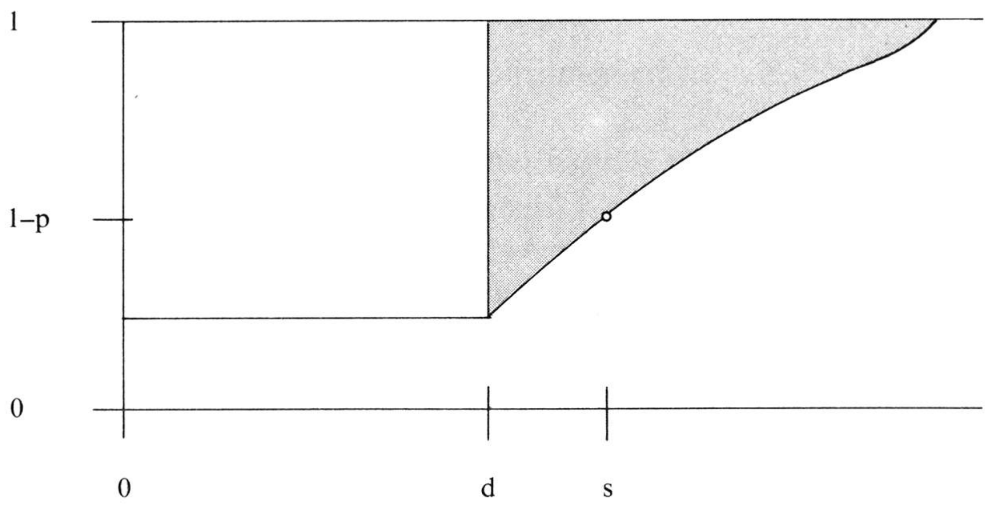

Abbildung 1
Die dunkle Fläche stellt $E[(X-d)^+]$ dar.

Die Selbstbehaltsvarianz kann allerdings nur dann so gross sein wie in Abbildung 1, wenn die gegebene Varianz V genügend hoch ist. Andernfalls ist der grösstmögliche Wert der Selbstbehaltsvarianz durch die kleinstmögliche Exzesschadenvarianz $\mathrm{Var}[(X-d)^+]$ bestimmt. Einen solchen Fall zeigt Abbildung 2.

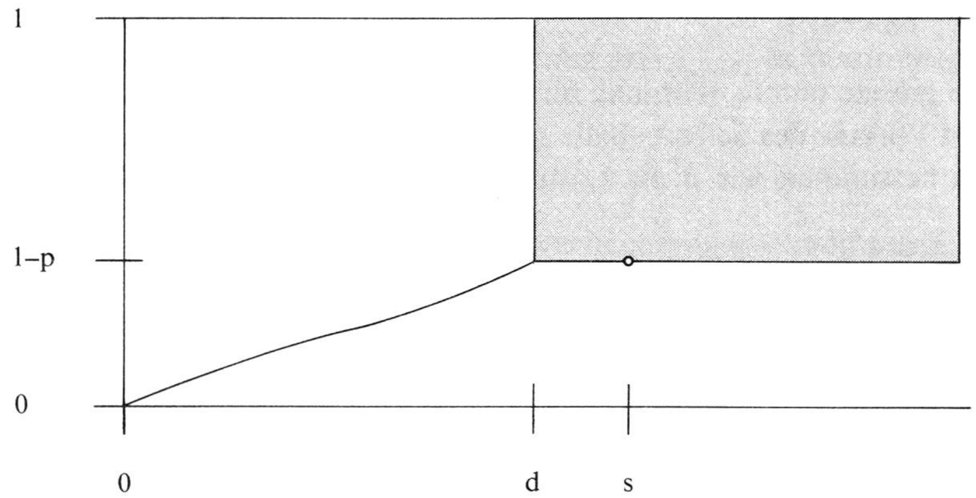

Abbildung 2

Nun suchen wir

$$w(d) = \inf_{E[(X-d)^+]} w(d,\ E[(X-d)^+]).$$

Für welche Werte von $E[(X-d)^+]$ $w(d,\ E[(X-d)^+])$ klein wird, hängt von der Höhe von c ab: Ist c klein, so muss auch $E[(X-d)^+]$ klein sein, damit $w(d,\ E[(X-d)^+])$ klein wird; ist hingegen c gross, so muss $E[(X-d)^+]$ gross sein.

Aus den Abbildungen 1 und 2 ist unmittelbar ersichtlich, wie klein $E[(X-d)^+]$ für $d \leqslant s$ überhaupt werden kann:

$E[(X-d)^+] = E - d$ ist ein möglicher Grenzfall von Abbildung 1 und führt auf die Lösung d_5 in Tabelle 1 (Abschnitt 3). Der andere Grenzfall ist $E[(X-d)^+] = p\,(s-d)$; er führt auf die Lösung d_3.

$E[(X-d)^+] = p\,(s-d)$ ist auch ein Grenzfall von Abbildung 2; die zugehörige Lösung ist d_2. Aus Abbildung 1 liest man auch eine obere Grenze von $E[(X-d)^+]$ ab:

$E[(X-d)^+] = E - p\,d$ führt auf die Lösung d_8, die allerdings nur für $p \geqslant E^2/(E^2+V)$ möglich ist. Abbildung 3 zeigt die Verteilung mit $E[(X-d)^+] = E - p\,d$ und $p = E^2/(E^2+V)$.

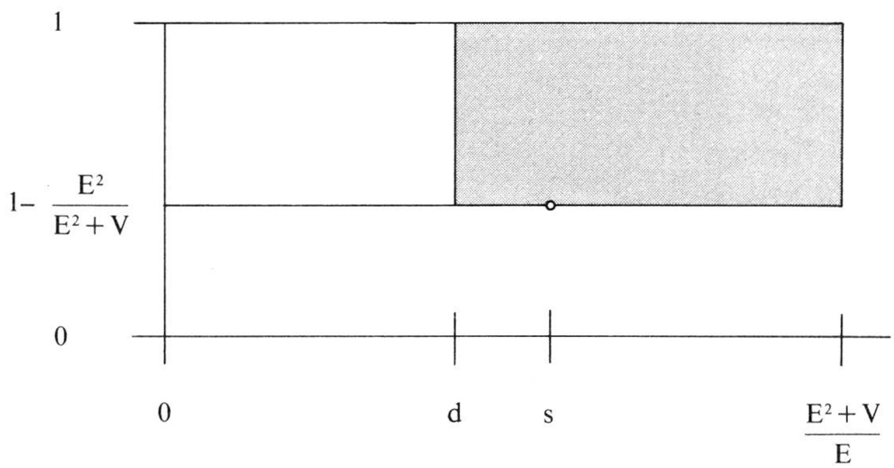

Abbildung 3

Für $p \leqslant E^2/(E^2+V)$ zeigt Abbildung 4 das grösstmögliche $E[(X-d)^+]$ als Grenzfall von Abbildung 1.

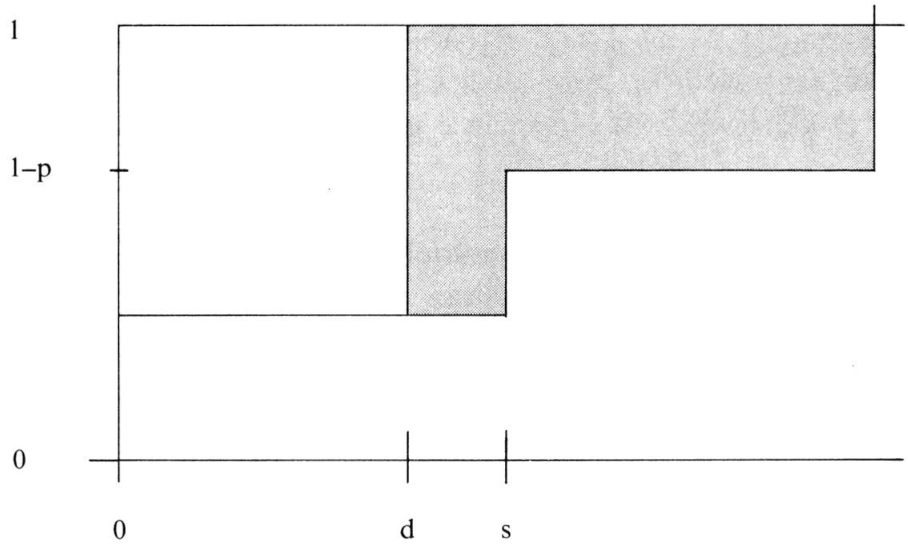

Abbildung 4

Die zugehörige Lösung ist d_7. Sie existiert nur für $s \leqslant (E^2+V)/E$. (Die Bedeutung von $(E^2+V)/E$ illustriert Abbildung 3.)
Im Fall von $s \geqslant (E^2+V)/E$ zeigt Abbildung 5 den Grenzfall von Abbildung 1 für grosse $E[(X-d)^+]$. Die zugehörige Lösung ist d_{11}.

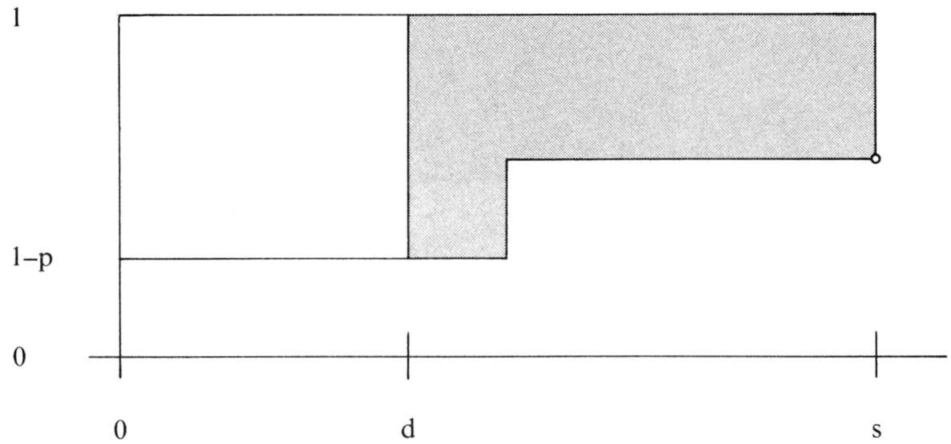

Abbildung 5

Betrachten wir nun den Fall $d \geqslant s$: Zuerst halten wir wieder $E[(X-d)^+]$ fest und klären ab, wie die Verteilung im unteren Bereich aussehen muss, damit die Selbstbehaltsvarianz möglichst gross wird. Eine mögliche Lösung zeigt Abbildung 6.

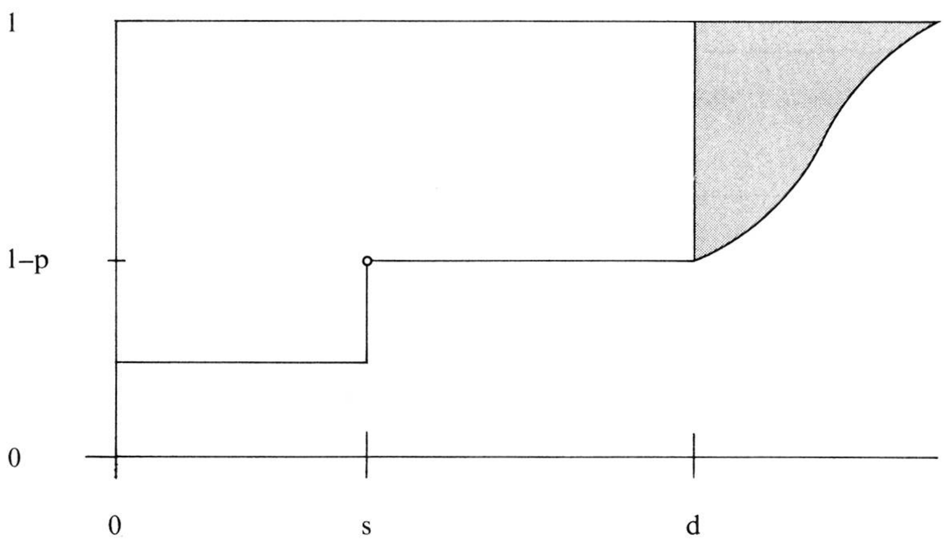

Abbildung 6

Als Infimum von $E[(X-d)^+]$ kommen zwei Kandidaten in Frage:

$E[(X-d)^+] = E - s - p(d-s)$	führt auf die Lösung d_1 und
$E[(X-d)^+] = 0$	führt auf d_4.

Der Grenzfall für grosse $E[(X-d)^+]$ ist wieder die Verteilung der Abbildung 4. Sie führt auf die Lösung d_6, allerdings nur im Fall $p \leqslant E^2/(E^2+V)$. Für $p \geqslant E^2/(E^2+V)$ kann $E[(X-d)^+]$ noch grösser sein. Die Grenze ist durch den kleinstmöglichen Selbstbehaltsschaden gegeben, wie ihn Abbildung 7 zeigt. Die zugehörige Lösung ist d_{10}.

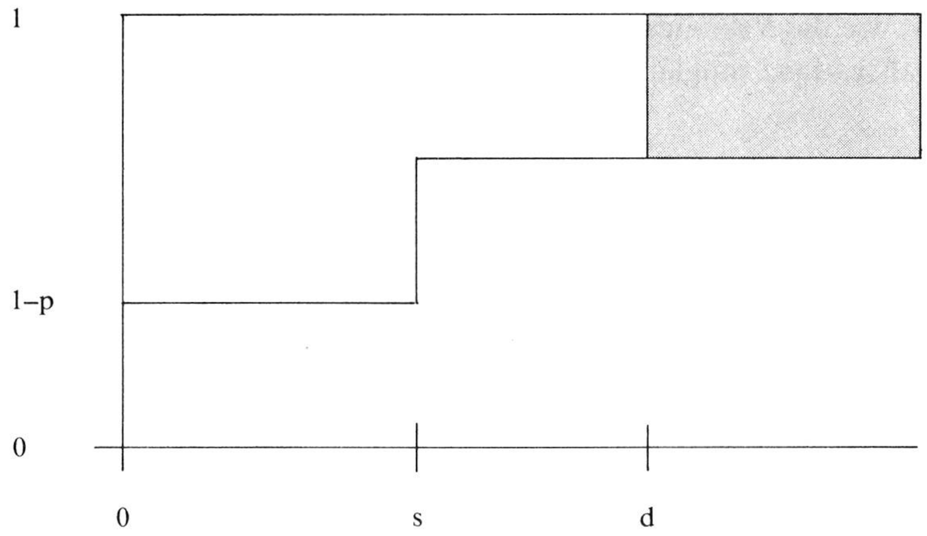

Abbildung 7

Schliesslich liefert Abbildung 7 auch noch die Verteilung, die zu $E[(X-d)^+]=0$ die Selbstbehaltsvarianz maximiert und auf d_9 führt.

3 Ergebnisse

Abschnitt 2 hat gezeigt, dass folgende Fälle zu unterscheiden sind:

$$0 \leqslant s \leqslant E$$

$$E \leqslant s \leqslant \frac{E^2+V}{E}$$

$$\frac{E^2+V}{E} \leqslant s$$

und

$$0 < p \leqslant \frac{E^2}{E^2+V} \qquad \text{(wir setzen } 0<p \text{ voraus)}$$

$$p \geqslant \frac{E^2}{E^2+V}.$$

Ausser von E, V, s und p hängt d von den Parametern a und c ab. Je nach ihrer Höhe hat unser Problem eine der Lösungen d_1 bis d_{11}, die in Tabelle 1 angegeben sind, oder dann hat es keine Lösung.
Die Definitionsbereiche der Parameter a und c werden durch a_1 bis a_{12} in Tabelle 2 und c_1 bis c_{11} in Tabelle 3 voneinander abgegrenzt. Schliesslich ordnen die Tabellen 4 bis 10 jedem Paar a, c die Lösung d zu, falls eine solche existiert. Dabei ist

$$0 < a < v\,\frac{E^2 + V}{E} \qquad \text{(für grössere } a \text{ ist keine Rückversicherung nötig)}$$

und

$$0 \leqslant c.$$

Die Lösungen des Spezialfalls $s = 0$, $p = 1$ wurden schon in [3] hergeleitet, wo der Selbstbehalt allein aufgrund von E und V bestimmt wird.

Tabelle 1 Priorität d

$$d_1 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{v[E(c-a) + (1-p)s(vs-c)]}{pc^2}}\right)$$

$$d_2 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{v[(v(E^2+V) - Ea)/p - s(vs-c)]}{c^2}}\right)$$

$$d_3 = \frac{c}{2v}\left(1 - \frac{v(E-ps)}{pc} + \sqrt{1 + v\frac{v(E-ps)^2 + 2p[E(a-c) + Ea - pcs]}{p^2c^2}}\right)$$

$$d_4 = \frac{s}{2}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{E(vs-a)}{vps^2}}\right) \qquad d_5 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{vE(c-a)}{c^2}}\right)$$

$$d_6 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 2\frac{vs(c-vs)(1+t)}{c^2} - 4\frac{vE(vs-a)}{c^2p}}\right)$$

$$\text{wo} \quad t = \sqrt{1 + 4\frac{E^2 + V - Es}{ps^2}}$$

$$d_7 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{vE(c-a)}{c^2[E/s - (p/2)(t-1)]}}\right)$$

$$d_8 = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{vE(c-a)}{c^2p}}\right) \qquad d_9 = \frac{Ea/v - ps^2}{E - ps} - s$$

$$d_{10} = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{v[E(c-a)((E-s)^2 + V - (1-p)s^2) + s(vs-c)(V - (1-p)(E^2+V))]}{c^2(E-ps)^2}}\right)$$

$$d_{11} = \frac{c}{2v}\left(1 + \sqrt{1 - 4\frac{vE(c-a)(E^2 + V - ps^2)}{c^2[(E-ps)^2 + p(E^2 + V - ps^2)]}}\right)$$

Tabelle 2 Grenzen des Parameters a

$$a_1 = v\frac{s^2}{E}$$

$$a_2 = v\frac{(E-ps)^2}{(1-p)^2 E}$$

$$a_3 = v\frac{E-ps}{1-p}$$

$$a_4 = vs$$

$$a_5 = vs\left(1+\frac{sp(t-1)}{2E}\right) \quad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

$$a_6 = vs\left(2-p\frac{s}{E}\right)$$

$$a_7 = vE\left(1+\frac{1-p}{p}\left(1-\frac{s}{E}\right)^2\right)$$

$$a_8 = v\frac{E}{p}$$

$$a_9 = v\frac{E^2+V-ps^2+p(E^2+V-ps^2)^2/(E-ps)^2}{E}$$

$$a_{10} = v\frac{E^2+V-ps^2}{E-ps}$$

$$a_{11} = v\frac{E^2+V-p(E^2+V-Es)^2/(E-ps)^2}{E}$$

$$a_{12} = v\frac{E^2+V}{E}$$

Tabelle 3 Grenzen des Parameters c als Funktionen von a

$$c_1 = \frac{E\,a - v\,s^2}{E - s}$$

$$c_2 = \frac{E\,a(1-p) - v\,(E - p\,s)^2/(1-p)}{p\,(s - E)}$$

$$c_3 = \frac{E\,a - v\,p\,s^2}{E - p\,s}$$

$$c_4 = \frac{2\,v\,E}{p}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{p\,a}{v\,E}}\right)$$

$$c_5 = \frac{2\,v}{E - p\,s}\left(E^2 + V - E\,s - \sqrt{((E-s)^2 + V - (1-p)\,s^2)\,(E^2 + V - \frac{E\,a}{v})}\right)$$

$$c_6 = v\,s + \frac{2\,E\,(a - v\,s)}{s\,p\,(t-1)}$$ (t wie in Tab. 1)

$$c_7 = \frac{2\,v\,E}{E/s - (p/2)(t-1)}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{a(E/s - (p/2)(t-1))}{v\,E}}\right)$$ (t wie in Tab. 1)

$$c_8 = v\left(s(1+t) - 2\sqrt{\frac{E^2 + V - E\,a/v}{p}}\right)$$ (t wie in Tab. 1)

$$c_9 = \frac{E\,a - v\,[E^2 + V - p\,s^2 + p\,(E^2 + V - p\,s^2)^2/(E - p\,s)^2]}{p\,(E\,s - (E^2 + V))}\,(E - p\,s)$$

$$c_{10} = \frac{2\,v\,E}{p + (E - p\,s)^2/(E^2 + V - p\,s^2)} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{a\,(p + (E - p\,s)^2/(E^2 + V - p\,s^2))}{v\,E}}\right)$$

$$c_{11} = 2\,v\,s\left(1 - \sqrt{\frac{E^2 + V - E\,a/v}{p\,s^2}}\right)$$

Tabelle 4

$$p \geqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \qquad s \leqslant \frac{E}{1+\sqrt{p(1-p)}}$$

a	c	d
$a \leqslant a_1$	$c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_1 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s<E)$	$c \leqslant c_1$	d_1
	$c_1 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_4 \leqslant a \leqslant a_6$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_6 \leqslant a \leqslant a_7$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_3$	d_8
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a_7 \leqslant a < a_8$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_3$	d_8
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a_8 \leqslant a < a_{12}$	$c \leqslant c_3$	d_9
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a \leqslant a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geqslant a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 5

$$p \geqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \qquad \frac{E}{1+\sqrt{p(1-p)}} \leqslant s \leqslant E$$

a	c	d
$a \leqslant a_1$	$c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_1 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s < E)$	$c \leqslant c_1$	d_1
	$c_1 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_4 \leqslant a \leqslant a_7 \quad (s < E)$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_7 \leqslant a \leqslant a_6$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_6 \leqslant a < a_8$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_3$	d_8
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a_8 \leqslant a < a_{12}$	$c \leqslant c_3$	d_9
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a \leqslant a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geqslant a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 6

$$p \geqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \qquad s \geqslant E$$

a	c	d
$a \leqslant a_2$	$c \leqslant a \quad (s > E)$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_2 \leqslant a \leqslant a_3 \quad (s > E)$	$c \leqslant c_2$	d_3
	$c_2 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_3 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s > E)$	$c \leqslant a$	d_3
	$a \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_4 \leqslant a \leqslant a_6$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_4$	d_8
$a_6 \leqslant a < a_8$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_3$	d_8
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a_8 \leqslant a < a_{12}$	$c \leqslant c_3$	d_9
	$c_3 \leqslant c \leqslant c_5$	d_{10}
$a \leqslant a_6$	$c > c_4$	keine Lösung
$a \geqslant a_6$	$c > c_5$	keine Lösung

Tabelle 7

$$p \leqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \quad s \leqslant E, \quad t \leqslant \frac{(E-(1-p)s)^2+(E-s)^2}{p^2 s^2} \qquad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

a	c	d
$a \leqslant a_1$	$c \leqslant a \quad (s < E)$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_1 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s < E)$	$c \leqslant c_1$	d_1
	$c_1 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_4 \leqslant a \leqslant a_5$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_6$	d_6
	$c_6 \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_5 \leqslant a \leqslant a_7$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_8$	d_6
$a_7 \leqslant a < a_{12} \quad (s < E)$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_8$	d_6
$a \leqslant a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geqslant a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 8

$$p \leqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \quad s \leqslant E, \quad t \geqslant \frac{(E-(1-p)s)^2+(E-s)^2}{p^2 s^2} \qquad (t \text{ wie in Tab. 1})$$

a	c	d
$a \leqslant a_1$	$c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_1 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s<E)$	$c \leqslant c_1$	d_1
	$c_1 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_4 \leqslant a \leqslant a_7$	$c \leqslant a_4$	d_1
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_6$	d_6
	$c_6 \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_7 \leqslant a \leqslant a_5$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_6$	d_6
	$c_6 \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_5 \leqslant a < a_{12} \quad (s<E)$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_8$	d_6
$a \leqslant a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geqslant a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 9

$$p \leqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \qquad E \leqslant s \leqslant \frac{E^2+V}{E}$$

a	c	d
$a \leqslant a_2$	$c \leqslant a \quad (s > E)$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_2 \leqslant a \leqslant a_3 \quad (s > E)$	$c \leqslant c_2$	d_3
	$c_2 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_3 \leqslant a \leqslant a_4 \quad (s > E)$	$c \leqslant a$	d_3
	$a \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_4 \leqslant a \leqslant a_5$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_6$	d_6
	$c_6 \leqslant c \leqslant c_7$	d_7
$a_5 \leqslant a < a_{12}$	$c \leqslant a_4$	d_4
	$a_4 \leqslant c \leqslant c_8$	d_6
$a \leqslant a_5$	$c > c_7$	keine Lösung
$a \geqslant a_5$	$c > c_8$	keine Lösung

Tabelle 10

$$p \leqslant \frac{E^2}{E^2+V}, \qquad \frac{E^2+V}{E} \leqslant s$$

a	c	d
$a \leqslant a_2$	$c \leqslant a \quad (s > E)$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_{10}$	d_{11}
$a_2 \leqslant a \leqslant a_3 \quad (s > E)$	$c \leqslant c_2$	d_3
	$c_2 \leqslant c \leqslant a$	d_5
	$a \leqslant c \leqslant c_{10}$	d_{11}
$a_3 \leqslant a \leqslant a_9$	$c \leqslant a$	d_3
	$a \leqslant c \leqslant c_{10}$	d_{11}
$a_9 \leqslant a \leqslant a_{10}$	$c \leqslant c_9$	d_2
	$c_9 \leqslant c \leqslant a$	d_3
	$a \leqslant c \leqslant c_{10}$	d_{11}
$a_{10} \leqslant a \leqslant a_{11}$	$c \leqslant c_9$	d_2
	$c_9 \leqslant c \leqslant c_{10}$	d_{11}
$a_{11} \leqslant a < a_{12}$	$c \leqslant c_{11}$	d_2
$a \leqslant a_{11}$	$c > c_{10}$	keine Lösung
$a \geqslant a_{11}$	$c > c_{11}$	keine Lösung

Hans Schmitter
Schweizer Rück
Postfach 172
8022 Zürich

Literatur

[1] *Finetti, B. de* (1940): Il problema dei "pieni". Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, Roma, Anno XI, No. 1, 1–88.
[2] *Gerber, H. U.* (1979): An Introduction to Mathematical Risk Theory. Huebner Foundation for Insurance Education, Philadelphia.
[3] *Schmitter, H.* (1984): Untere Grenzen für Selbstbehalte von Schadenexzedenten. MVSM, Heft 1, 89–103.

Zusammenfassung

Für die Bestimmung einer unteren Grenze des nichtproportionalen Selbstbehalts werden folgende Grössen benützt: der Erwartungswert, die Varianz und ein Quantil des Einzelschadens, die Gewinnmargen von Erst- und Rückversicherung und das tolerierbare Verhältnis zwischen Gewinn und Varianz im Selbstbehalt.

Résumé

Une limite inférieure du plein de conservation par sinistre est déterminée à partir des informations suivantes: l'espérance mathématique, la variance et un quantile de la distribution des sinistres, les marges de profit de l'assurance et de la réassurance ainsi que le rapport tolérable entre le profit et la variance pour propre compte.

Abstract

A lower limit for the non proportional retention is determined based on the following information: the expected value, the variance and a quantile of the claims distribution, the profit margins of the direct insurer and the reinsurer and the tolerable ratio between profit and variance of the retention.