

Kurzmitteilungen

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Schweizerische Vereinigung der
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association Suisse des
Actuaires = Bulletin / Swiss Association of Actuaries**

Band (Jahr): - **(1990)**

Heft 1

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

D. Kurzmitteilungen

BEDA CHAN, Toronto

Illustration of a pair of inclusion-exclusion type formulas

For the convolution of n uniform distributions there is a pair of dual formulas, see (5a) and (5b) of *Gerber* (1989), where the formulas are derived geometrically for the case $n = 2$. Here we shall present a picture proof for the case $n = 3$.

Let y_1, y_2, y_3 be positive numbers. Let $F_i(x)$ denote the uniform distribution between 0 and y_i , and $H_3(x)$ the convolution of $F_1(x)$, $F_2(x)$ and $F_3(x)$. Then the following two formulas hold:

$$\begin{aligned}
 y_1 y_2 y_3 H_3(x) &= y_1 y_2 y_3 \\
 &\quad - \frac{1}{6}(y_1 + y_2 + y_3 - x)_+^3 \\
 &\quad + \frac{1}{6}(y_1 + y_2 - x)_+^3 + \frac{1}{6}(y_1 + y_3 - x)_+^3 + \frac{1}{6}(y_2 + y_3 - x)_+^3 \\
 &\quad - \frac{1}{6}(y_1 - x)_+^3 - \frac{1}{6}(y_2 - x)_+^3 - \frac{1}{6}(y_3 - x)_+^3 \\
 &\quad + \frac{1}{6}(-x)_+^3 \tag{a}
 \end{aligned}$$

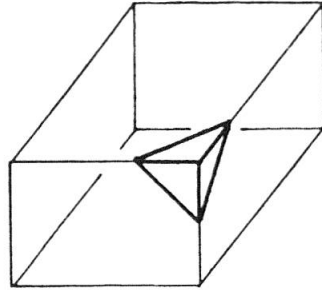
and

$$\begin{aligned}
 y_1 y_2 y_3 H_3(x) &= \frac{1}{6}(x)_+^3 \\
 &\quad - \frac{1}{6}(x - y_3)_+^3 - \frac{1}{6}(x - y_2)_+^3 - \frac{1}{6}(x - y_1)_+^3 \\
 &\quad + \frac{1}{6}(x - y_2 - y_3)_+^3 + \frac{1}{6}(x - y_1 - y_3)_+^3 + \frac{1}{6}(x - y_1 - y_2)_+^3 \\
 &\quad - \frac{1}{6}(x - y_1 - y_2 - y_3)_+^3 \tag{b}
 \end{aligned}$$

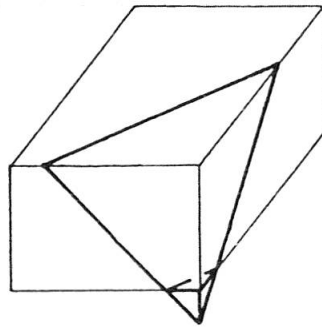
see (4a) and (4b) of *Gerber* (1989).

Note that $y_1 y_2 y_3 H_3(x)$ is the volume of that part of the "box" (the three-dimensional rectangle) with corners $(0, 0, 0)$, $(0, 0, y_3)$, $(0, y_2, 0)$, $(y_1, 0, 0)$, $(0, y_2, y_3)$, $(y_1, 0, y_3)$, $(y_1, y_2, 0)$, (y_1, y_2, y_3) that is below the plane with equation $x_1 + x_2 + x_3 = x$. For the illustration of, for example, formula (a) we assume

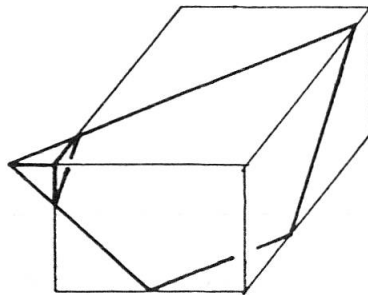
that $y_1 \geq y_2 \geq y_3$ and that $y_1 \leq y_2 + y_3$. If $x \geq y_1 + y_2 + y_3$, the volume in question is obviously $y_1 y_2 y_3$. Now we reduce x , i.e., we lower the plane successively. Then we have to introduce corrective terms one by one (if x falls below $y_1 + y_2 + y_3, y_1 + y_2, y_1 + y_3, y_2 + y_3, y_1, y_2, y_3, 0$) to obtain the volume; each of these terms represents the volume of a certain isosceles right pyramid. This is illustrated in the following diagrams. This way we pick up all the terms of formula (a).



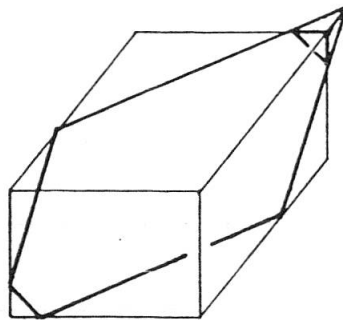
$$-\frac{1}{6}(y_1 + y_2 + y_3 - x)_+^3$$



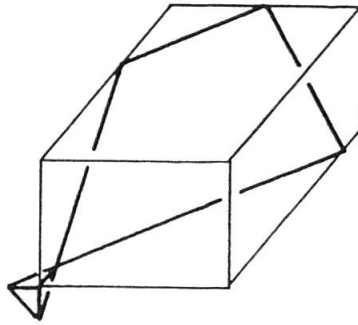
$$+\frac{1}{6}(y_1 + y_2 - x)_+^3$$



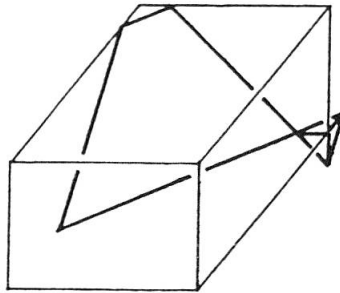
$$+\frac{1}{6}(y_1 + y_3 - x)_+^3$$



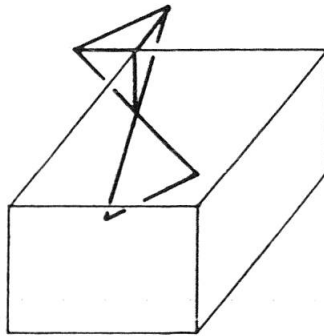
$$+\frac{1}{6}(y_2 + y_3 - x)_+^3$$



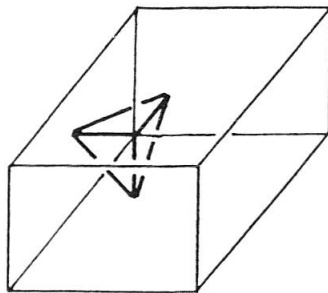
$$-\frac{1}{6}(y_1 - x)_+^3$$



$$-\frac{1}{6}(y_2 - x)_+^3$$



$$-\frac{1}{6}(y_3 - x)_+^3$$



$$+\frac{1}{6}(-x)_+^3$$

For an illustration of (b) one proceeds in the opposite direction. If $0 \leq x \leq y_3$, $y_1 y_2 y_3 H_3(x)$ is the volume of an isosceles right pyramid with sides of length x , which leads to the first term on the right hand side of (b). As we increase x , we have to introduce corrective terms one by one (when x exceeds $y_3, y_2, y_1, y_2 + y_3, y_1 + y_3, y_1 + y_2, y_1 + y_2 + y_3$). The reader may want to draw the corresponding diagrams himself!

Beda Chan
Department of Statistics
University of Toronto
Toronto, Canada M5S 1A1

Reference

Gerber, H.U. (1989): From the Convolution of Uniform Distributions to the Probability of Ruin. Bulletin of the Swiss Association of Actuaries, 283–292.

PHILIPPE CHUARD, Pully

Notation actuarielle internationale

Le Bulletin de l'Association suisse des actuaires a publié, aux pages 111 et suivantes de son premier cahier de 1986, une communication proposant, après l'avoir justifiée, une modification de la notation actuarielle internationale en vigueur actuellement.

Lors du 14e Congrès international d'actuaires tenu à Madrid en 1954, il y a trente-six ans, la décision a été prise de désigner la valeur initiale de la rente par les caractères *italiques* a (pour paiement postnumerando) et \ddot{a} (pour paiement praenumerando). Le Bulletin de l'Association suisse des actuaires a, dès lors, respecté cette règle rigoureusement. Mais il n'en va pas de même pour certaines autres publications où l'on trouve des symboles non conformes a ou \ddot{a} , en caractères *romains*.

La communication publiée dans le Bulletin de 1986 proposait donc d'autoriser l'emploi de a ou de \ddot{a} , ainsi que celui de \ddot{a} ou de \ddot{a} , sans distinction de caractère, italique ou romain.

Cette proposition a été transmise au Président de l'Association actuarielle internationale, à Bruxelles, qui a chargé le Comité permanent des notations actuarielles d'examiner la question. Ce comité a pris connaissance de la proposition de modification dans la séance qu'il a tenue en septembre 1987 à Scheveningen. C'est au cours de sa séance suivante, en juillet 1988 à Helsinki, qu'il a pris position. Estimant que la modification proposée pouvait conduire à des confusions et serait en désaccord avec la standardisation de la notation, il l'a rejetée.

En conséquence, une décision récente et motivée de l'organe compétent de l'Association actuarielle internationale confirme que, pour la valeur initiale de la rente, le seul symbole respectant la notation actuarielle internationale est

- a pour le paiement postnumerando,
- \ddot{a} pour le paiement praenumerando,

en caractère *italique*. Il en va de même pour la valeur finale, représentée par s ou \ddot{s} .

Il faut alors souhaiter que diminuera la tentation, chez certains actuaires, d'employer des symboles erronés a ou \ddot{a} , en caractère romain. Une notation stabilisée facilite les échanges de la pensée scientifique.

Philippe Chuard
av. de Lavaux 93
1009 Pully