Modélisation hydrologiques des précipitations et des crues extrâmes dans les bassins versants alpin

Autor(en): Receanu, Ramona Georgeta / Hertig, Jacques-André / Fallot, Jean-Michel Objekttyp: Article

Zeitschrift: Mémoires de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Band (Jahr): 25 (2013)

PDF erstellt am: 24.07.2024

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-389819

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek* ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

3. Modélisation hydrologique des précipitations et des crues extrêmes dans les bassins versants alpin

par

Ramona Georgeta RECEANU¹, Jacques-André HERTIG² & Jean-Michel FALLOT³

Résumé.–RECEANU R. G., HERTIG J.-A. & FALLOT J.-M., 2013. Modélisation hydrologique des précipitations et des crues extrêmes dans les bassins versants alpin. *Mémoire de la Société vaudoise des Sciences naturelles* 25: 35-54.

Cette communication présente un nouveau type de modèle hydrologique distribué à maille très fine intégrant le calcul de la distribution spatio-temporelle d'une PMP (Précipitation Maximale Probable). Le but est de déterminer les hydrogrammes de crue extrêmes correspondent à la PMF (Probable Maximum Flood) d'un bassin versant alpin. Un modèle de type distribué est indispensable pour transférer la distribution de la pluie dans l'espace et dans le temps, ainsi que pour tenir compte des caractéristiques très variables de ces bassins versants. Le modèle développé comprend trois parties importantes. Dans la première partie une distribution de la précipitation extrême, calculée a méso-échelle (1 à 2 km), est répartie dans l'espace et dans le temps à l'échelle de la maille (environ 30 m). La deuxième partie concerne la modélisation de l'écoulement de l'eau en surface et dans le sous-sol en incluant l'infiltration et l'exfiltration. La troisième partie inclut la modélisation de la fonte des neiges, basée sur un calcul de transfert de chaleur. Les débits simulés montrent une bonne corrélation avec ceux mesurés, validé à l'aide du critère de Nash.

Mots clés: Crue maximale probable (PMF), Précipitations Maximales Probables (PMP), modèle hydrologique distribué.

Abstract.-RECEANU R. G., HERTIG J.-A. & FALLOT J.-M., 2013. Hydrological modelling of extreme rainfall and floods in Alpine catchments. *Mémoire de la Société vaudoise des Sciences naturelles* 25: 35-54.

This article presents a new type of distributed hydrological model with a very fine mesh, incorporating the calculation of the spatiotemporal distribution of a PMP (Probable Maximum Precipitation). The goal is to determine the flood hydrographs of a PMF (Probable Maximum Flood) on a Swiss alpine catchment. A distributed model is essential to transfer the distribution of rainfall in space and time, as well as to take into account the highly variable characteristics of these catchments. The model we developed is composed of three main parts. In the first part an extreme precipitation distribution,

¹Institut de Géographie, Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne; tél.: +41 (0)21 693 23 06. E-mail: receanuramona@gmail.com

E-mail: hertig@hetl.ch

CODEN: MSVNAU

²Hertig & Lador SA, CH-1176 St Livres; tél.: +41 (0)21 312 70 77.

³Institut de Géographie, Université de Lausanne, CH-1015 Lausanne; tél.: +41 (0)21 692 30 64. E-mail: Jean-Michel.Fallot@unil.ch

computed at mesoscale (1 to 2 km), is dispersed in space and time at the scale of the grid (around 30 m). The second part concerns the modeling of water flow on the surface and in the underground including the infiltration and the exfiltration. The third part includes the modeling of snowmelt based on the calculation of heat transfer. The simulated flows show a good correlation with the observed flows, validated using the Nash equation.

Keywords: Probable Maximum Flood (PMF), Probable Maximum Precipitation (PMP), distributed hydrological model.

INTRODUCTION

Les crues et les risques de débordement des barrages, notamment des digues en terre, en cas de fortes précipitations, préoccupent depuis longtemps les autorités et la population (OFEN 2008). Plusieurs études ont montré que le réchauffement global du climat s'est accompagné d'une augmentation de la fréquence des fortes précipitations et des crues en Suisse et dans de nombreuses régions du globe durant le 20^{ème} siècle (FREI *et al.* 2000, FALLOT 2000, IPCC 2007). Les modèles climatiques globaux et régionaux prévoient que la fréquence des fortes précipitations devrait continuer à croître durant le 21^{éme} siècle en Suisse et dans le monde (BENISTON *et al.* 2007, IPCC 2007). Cela rend les recherches actuelles sur la modélisation des pluies et des crues à une échelle fine encore plus importantes. Les premiers modèles hydrologiques utilisaient des équations empiriques avec une pluie uniforme (MULVANY 1850, SINGH 1988). Ces méthodes de calcul ont montré leurs limites dans le cas des catastrophes naturelles (STALLINGS *et al.* 1986, BRUSCHIN *et al.* 1981) causées par des précipitations extrêmes. Pour cette raison, de nouvelles approches ont été développées pour améliorer la prévision des crues.

La méthode PMP-PMF (Probable Maximum Precipitation - Probable Maximum Flood) est une alternative aux méthodes dites classiques. Elle est apparue pour la première fois aux Etats-Unis (SCHREINER 1978). Elle est basée sur l'existence d'une limite physique de la quantité de précipitations susceptible de se produire sur un bassin versant donné. Cette méthode admet également une limite supérieure de la crue. Les définitions les plus récentes de la PMP et de la PMF sont:

La PMP correspond théoriquement à la plus grande quantité de précipitation d'une durée donnée, qui est physiquement possible sur une surface de taille donnée, dans un lieu géographique particulier, à une certaine période de l'année (HANSEN *et al.* 1982).

L'hydrogramme de crue d'une PMF représente les conditions d'écoulement maximales résultant de la combinaison la plus sévère des conditions hydrologiques et météorologiques considérées comme raisonnablement possibles pour le bassin versant étudié (Bureau of reclamation 1987).

Dès 1986, l'Organisation Météorologique Mondiale (OMM) recommande l'application de la méthode PMP–PMF dans le monde entier (wMO 2009), en complément à d'autres méthodes. Dans un premier temps, l'application des concepts PMP–PMF a conduit à des résultats trop élevés, physiquement irréalistes et inacceptables du point de vue économique. La méthode a évolué au cours du temps, notamment en fonction de l'évolution des méthodes numériques.

En Europe, elle n'a été étudiée et appliquée que dans quelques études expérimentales, comme en Grande Bretagne, par l'Institute of Hydrology (1975), en Allemagne (1983),

en Autriche (1990) et en France (1983) (BEROD *et al.* 1992). Plus récemment, la Suède a utilisé la méthode PMP–PMF pour estimer les précipitations extrêmes à une résolution de 1000 km² pour une durée de 24 heures (BERGSTRÖM *et al.* 2007).

En Suisse, la section des grands barrages de l'Office de la Géologie et de l'économie des eaux rattaché ensuite à l'Office Fédéral de l'Energie a soutenu depuis 1989 un grand projet ayant pour but d'adapter la méthode PMP–PMF au cas de la topographie alpine et des nombreux ouvrages existants. Il s'agit du projet CRUEX regroupant les efforts de trois laboratoires de l'EPFL (BOILLAT & SCHLEISS 2002). La méthode PMP–PMF, adaptée au cas des Alpes a été appliquée avec succès à différents bassins et ouvrages en Suisse et à l'étranger.

L'OFEN a édicté une directive en 2008 demandant aux offices et aux bureaux d'appliquer la méthode PMP–PMF pour dimensionner les grands barrages (OFEN 2008). Une méthodologie simplifiée basée sur des cartes de PMP en Suisse a été développée. La construction de ces cartes est basée sur des simulations numériques avec un modèle météorologique à méso-échelle (AUDOUARD *et al.* 2006, BREÑA 2007, HERTIG & FALLOT 2009). Ces cartes de PMP sont disponibles pour l'ensemble de la Suisse avec une résolution horizontale de 2 km pour des durées de 1h, 3h, 6h, 9h, 12h, 18h et 24h (HERTIG & AUDOUARD 2005, HERTIG & FALLOT 2009).

Le développement du présent modèle s'inscrit dans la continuation des efforts entrepris. Il permet de mieux tenir compte des précipitations extrêmes provenant soit des cartes de PMP, soit de simulation d'épisodes de pluies extrêmes. Le modèle permet aussi de reproduire les crues pour des situations normales.

Description du modèle développé

Durant les dernières années, nous avons développé un modèle hydrologique sans réseau de rivières prédéfini et intégrant les variations spatiales des différentes propriétés du terrain, du sol et du sous-sol, implémenté dans le langage de programmation Matlab. Il permet de reproduire (calculer) la structure spatio-temporelle de la PMP et l'hydrogramme de crue d'une PMF dans un bassin versant. Ce modèle se base sur les PMP calculées par un modèle météorologique pour l'ensemble de la Suisse à une résolution de 2 km (HERTIG & FALLOT 2009) et sur un modèle numérique de terrain avec une résolution horizontale plus petite de 30 m (ASTER).

Le but de ce modèle est d'obtenir une estimation réaliste de la crue extrême en se basant sur des précipitations extrêmes de type PMP. Il convient notamment de répartir les PMP à une échelle fine pour calculer des crues extrêmes avec un modèle hydrologique idoine. La PMP étant spatialisée et variant temporellement, l'application des modèles hydrologiques classiques entraînent une surestimation des débits de crue avec la PMP, notamment pour les grands bassins et pour les régions montagneuses.

Le modèle développé est composé de trois grandes parties interconnectées pour représenter la circulation d'eau dans un bassin versant. Ces parties sont: la modélisation de la distribution spatio-temporelle de la pluie, la modélisation de l'écoulement d'eau en surface et en sous-sol, en incluant l'infiltration et l'exfiltration, et la modélisation de la fonte des neiges.

Plusieurs aspects sont innovateurs dans notre modèle. Tout d'abord il parvient à simuler et suivre l'écoulement de l'eau sans indiquer un réseau de rivières et à une échelle temporelle très fine. Ceci permet une analyse beaucoup plus fine des épisodes de pluie extrême et de l'évolution de la crue.

Le modèle développé intègre l'apport d'eau sur des surfaces de lacs complexes, ayant plusieurs bassins versants, comme c'est le cas des lacs d'accumulation dans les Alpes. La transition d'un type d'écoulement à un autre se fait localement et à chaque pas de temps en fonction des variables prédites du pas de temps précédent. Cette transition ne dépend pas du type de réseau prédéfinit (terrain, ruisseau, rivière, lac) mais bien de paramètres locaux, tels que pente, hauteur d'eau, rugosité, vitesse, etc.

D'autre part, il s'agit d'un modèle complet, partant des précipitations distribuées à l'aide des nuages, qui inclut l'écoulement en surface, en sous-sol et la fonte de neige, pour simuler la formation d'une crue ou l'accumulation éventuelle de l'eau dans un lac.

Ce modèle est comparable à d'autres modèles hydrologiques quant à la formulation retenue, aux phénomènes physiques traités et aux méthodes de simulation des écoulements sur le sol et en sous-sol. Les principales innovations résident dans la modélisation détaillée des précipitations (section 2.1), l'implémentation des meilleurs algorithmes de routage (section 2.2) et le remplacement de méthodes complexes de définition des réseaux hydraulique (réseau de ruisseaux) par une formulation différentielle spécifique au sein des mailles.

Cette formulation permet de s'affranchir de l'équation de St. Venant utilisée par exemple dans le modèle développé à l'EPFL (GARCIA HERNANDEZ *et al.* 2007) pour le logiciel Routing System. Ce modèle permet toutefois aussi de calculer les débits dans un réseau hydrographique, contenant des éléments comme la fonte de neige, l'infiltration ou les écoulements en surface et sous-sol.

Notre modèle diffère d'autres modèles hydrologiques par le fait que les éléments du réseau hydrologique tels que les lacs, les surfaces inondables, les rivières, les torrents, l'exutoire, sont implicitement déduits du calcul et de ce fait ne doivent pas être spécifiés.

La modèle Wolf (PIROTTON *et al.* 2003) a par exemple des performances très ressemblantes. Toutefois, il utilise un algorithme complexe de réseau de ruisseaux et de rivières rendant assez complexe le calage initial du modèle et augmentant le temps de calcul (GOULPIÉ *et al.* 2002). Ce modèle utilise des précipitations uniformes.

Modélisation de la pluie

La première partie du modèle hydrologique correspond à la modélisation de la distribution spatio-temporelle fine d'une pluie extrême de type PMP. Ce calcul a été réalisé à l'aide de six nuages qui utilisent une équation d'advection-diffusion (BRUTSAERT 1974) pour modéliser le comportement de chaque nuage, c'est-à-dire la variation de la forme du nuage, ainsi que son déplacement. Il ne s'agit pas de véritables nuages, mais de zones de précipitations est calculé pour retrouver sur le terrain les valeurs de la carte de PMP (RECEANU *et al.* 2009).

La solution analytique est une distribution gaussienne (BRUTSAERT 1974) donnée par l'équation 1:

$$P(x, y, t) = \frac{I}{4\pi (D_x D_y)^{\frac{1}{2}} (t - t_0)} \exp\left\{\frac{\left[x - x_o - v(t - t_0)\right]^2}{4D_x(t - t_0)} - \frac{(y - y_0)^2}{4D_y(t - t_0)} - \lambda(t - t_0)\right\}$$
(Equation 1)

où I est la PMP, x, y et t sont les coordonnées en espace et temps, D_x et D_y sont les coefficients de diffusion, v est la vitesse, et λ est le coefficient de développement/dissipation de l'intensité.

L'évolution temporelle des nuages suit une distribution gaussienne avec une phase de diffusion influencée par v, D_x , D_y et λ . Cette équation donne la forme spatiale du nuage, mais aussi le déplacement des nuages, sur une direction fixée (JINNO *et al.* 1993, BREÑA 2007). Au début de la pluie, chaque nuage a une taille relativement petite et l'intensité locale de la pluie est élevée mais concentrée sur une petite surface autour du centre du nuage. Pendant que le nuage avance, poussé par le vent, il s'agrandit et l'intensité locale de la pluie diminue, car elle se distribue sur une surface plus large (AUDOUARD *et al.* 2006). Cet algorithme, par le jeu des paramètres, permet de couvrir aussi bien les précipitations convectives que les variations des précipitations liées aux situations de barrage, frontales et orographiques contenant une composante convective.

Nous avons étendu l'usage de l'équation à toutes les directions possibles de déplacement des nuages, en incluant une vitesse décomposée sur les deux axes:

$$P(x, y, t) = \frac{I}{4\pi (D_x D_y)^{1/2} (t - t_o)} \exp\left\{\frac{\left[x - x_o - v_{tx} (t - t_o)\right]^2}{4D_x (t - t_o)} - \frac{\left[y - y_o - v_{ty} (t - t_o)\right]^2}{4D_y (t - t_o)}\right\} \quad (\text{Equation 2})$$

Cette modification nous a permis d'étudier l'influence de la direction de déplacement des nuages sur le débit de crue. Pour les simulations, 8 directions de mouvement des nuages considérées: N, NE, E, SE, S, SW, W et NW. En analysant la distribution spatio-temporelle de la pluie pour 8 directions de déplacement, nous avons montré qu'elles influencent fortement le débit de crue et implicitement le risque d'inondation (RECEANU *et al.* 2009).

Comme donnée d'entrée du modèle, on a utilisé la carte des valeurs PMP établie pour la Suisse à une échelle de 2 km (HERTIG & FALLOT 2009) et correspondant à la durée critique, généralement 1 heure, pour les petits bassins. Etant donné que le domaine topographique a une résolution plus fine, de 25 m, la méthode consiste à effectuer une interpolation spatiale pour obtenir les valeurs de la PMP sur tous les points du terrain. La PMP interpolée exprimé en mm/h est transformée en un volume d'eau en m³ pour la surface du bassin versant. Ensuite, ce volume des précipitations est réparti dans six nuages qui se déplacent sur la surface du terrain et distribuent les précipitations dans l'espace et le temps. L'intensité peut localement et pour des durées temporelles limitées dépasser la PMP, mais la moyenne reste égale à la valeur de la PMP.

Notre contribution principale ici est que, contrairement à la plupart des modèles de précipitation qui tiennent compte d'une seule structure de la pluie sans variations spatiotemporelles (DUBOIS & PIROTTON 2002, GARCIA HERNANDEZ *et al.* 2007), chaque point ou pixel du domaine considéré a une pluie différente donnée par le nuage qui passe dessus. Les figures 1 et 2 présentent à titre d'exemples les variations régionales et locales de la distribution spatio-temporelle de la pluie reproduite par notre modèle. La figure 1 illustre les variations de la distribution spatio-temporelle de la PMP à l'échelle régionale avec 3 hydrogrammes éloignés distants de 1 km chacun. Sur ces hydrogrammes, nous pouvons suivre le déplacement des nuages du nord au sud. Les centres des nuages sont représentés par les pics des hyétogrammes. Pour donner un exemple, sur la dernière colonne, nous pouvons suivre l'évolution d'un nuage d'une image à l'autre. Le pic survient plus tardivement dans les images en bas ce qui montre que le nuage entrant au nord du bassin arrive plus tard au centre et encore plus tard au sud du bassin. L'intensité maximale se réduit de 240 mm/h à 220 mm/h en 15 minutes.

La figure 2 représente le deuxième cas, où les 3 hyétogrammes sont proches à une distance de 25 m. Cette figure montre que les variations locales de l'intensité des précipitations sont très faibles.

Modélisation de l'écoulement

La deuxième partie intégrée dans le modèle est la modélisation des écoulements en surface et dans le sous-sol, incluant l'infiltration et l'exfiltration.

A chaque pas de temps les volumes d'eau entrant et sortant sont calculé pour chaque cellule du terrain. Chaque cellule du terrain fournit un certain volume d'eau aux cellules voisines en aval conformément à l'équation (3) et elle reçoit un volume d'eau de ses voisines en amont équation (5), en plus du volume de la pluie (figure 3). Le calcul est effectué en partant des cellules supérieures du bassin versant.

La propagation des volumes d'eau d'une cellule à l'autre poursuit jusqu'à l'exutoire du bassin.

Le volume sortant par une cellule du terrain à un moment t est donné par l'équation:

$$V_{sortant}(x, y, t) = \left[V_{accumulé}(x, y, t) + V_{pluie / infiltration}(x, y, t) \right] \cdot \frac{v \cdot \Delta t}{d} \quad (\text{Equation 3})$$

où: $V_{accumulé}$ est le volume d'eau présent sur la cellule en surface ou dans le sous-sol (m³), V_{pluie} ou $V_{infiltration}$ est le volume de la pluie ou le volume de l'infiltration sur une cellule, v est la vitesse d'écoulement (m/s), Δt est le pas de temps, d est la distance entre les cellules (m).

Trois vitesses différentes sont calculées dans les différentes parties du terrain, pour les trois types d'écoulement: l'écoulement laminaire, l'écoulement transitoire et l'écoulement en rivière, déterminés en fonction de la pente. Les vitesses l'écoulement sont calculées à partir de l'équation de Manning (GAUCKLER 1867).

$$v = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$
 (Equation 4)

où: v est la vitesse dans le domaine transitoire (m/s), Rh est le rayon hydraulique (m), n est le coefficient de rugosité (s/m^{1/3}), S est la pente de chaque cellule.

La pluie utilisée est dérivée de la distribution spatio-temporelle des précipitations obtenue à partir de la modélisation du mouvement des nuages ou à partir de mesures in situ.





Figure 1.-Hyétogramme de la PMP sur trois points du terrain (la distance entre les points 1km). PMP histogram in three points of the terrain (distance between the points 1 km).





Figure 2.–Hyétogramme de la PMP sur trois points du terrain (la distance entre les points 25 m). PMP histogram in three points of the terrain (distance between the points 25 m).

Le volume sortant est distribué entre les cellules voisines en aval. Ce volume est déterminé à l'aide des pentes entre la cellule considérée et ces voisines (directions multiples d'écoulement – MFD, multiple flow directions) (QUINN *et al.* 1991), selon l'équation:

$$V_{entrant}(x \pm 1, y \pm 1, t) = V_{sortant}(x, y, t) \cdot \frac{pente}{\sum pentes}$$
(Equation 5)

où $V_{sortant}$ est le volume d'eau donné par une cellule en surface ou dans le sous-sol en m³, la pente est normalisée par la somme des pentes entre la cellule et ses voisines en aval.

La direction d'écoulement de l'eau est déterminée parmi les 8 directions possibles pour les 8 voisins (algorithme D8), discrétisées aux angles de 0, 45, 90... 315 dégrées.

L'écoulement en sous-sol peut-être calculé sur une surface d'écoulement souterraine lorsqu'elle est connue. Pour les calculs effectués ici elle a été fixée parallèle à celle de la surface du sol, mais avec des vitesses d'écoulement beaucoup plus petites. Elles sont calculées avec la loi de Darcy (DARCY 1856), en supposant une épaisseur du sol uniforme pour tout le bassin versant et donc une pente identique à la surface.

$$q = -k (dh/dx)$$
 (Equation 6)

où: q est le flux volumétrique (m/s), h est le niveau piézométrique (m³), x est la distance dans la direction x (m³), K est la conductivité hydraulique (m/s).

Le terrain en sous-sol est aussi divisé en cellules, de la même manière que la surface. Chaque cellule dans le sous-sol reçoit un volume d'eau de l'infiltration instantanée ainsi qu'un volume provenant des cellules du sous-sol voisines en amont. L'infiltration est calculée à partir de l'équation de Horton (HORTON 1933).

$$i(t) = if + (i_0 - i_f)^* e^{-\gamma t}$$
 (Equation 7)

où: i(t) est capacité d'infiltration au temps t (mm/h), i_0 est la capacité d'infiltration initiale dépendant surtout du type de sol (mm/h), i_f est la capacité d'infiltration finale (mm/h), t est le temps écoulé depuis le début de l'averse (h), γ est une constante empirique en fonction de la nature du sol (min⁻¹).

Un dernier facteur intervenant dans cette partie est l'exfiltration, qui provient de l'écoulement en sous-sol lorsque le terrain devient saturé. Dans notre modèle, l'exfiltration est donnée par le remplissage d'un volume du sous-sol par l'écoulement souterrain, équivalent au volume d'eau nécessaire pour atteindre la saturation du sol.

Le lecteur intéressé trouvera plus d'informations sur les calculs et équations décrits cidessus dans RECEANU (2009).



Figure 3.–Distribution de ruissellement pour une cellule de terrain. Runoff distribution for a terrain cell.

Modélisation de la fonte des neiges

La troisième partie de notre modèle hydrologique comprend la modélisation de la fonte des neiges. Nous nous limitons ici au cas le pire pouvant se produire dans la nature, celui de la fonte des neiges causée par l'arrivée d'une pluie extrême de type PMP.

Ce concept a été développé à partir d'un schéma réalisé par ANCTIL *et al.* (2005). Ce schéma prévoit toutes les sources de chaleur qui produisent la fonte des neiges, comme le rayonnement solaire, la chaleur du sol, de l'air, de la pluie et de l'eau qui ruisselle. En général, ces facteurs agissent lentement, sauf la pluie et l'eau ruisselée qui peuvent entrainer une fonte rapide de la neige. Par conséquent, seules ces dernières ont été incluses dans notre modèle.

En partant de l'équation calorimétrique, nous pouvons exprimer la chaleur nécessaire pour fondre une certaine quantité de neige, à partir de la pluie tombant sur une couche neigeuse (RECEANU 2009). La solution de cette équation donne la quantité d'eau de fonte (Q_{fonte}) , comme suit:

$$Q_{fonte} = \frac{E_{caleau}}{\rho \cdot C_{latneige} + (C_p * T_{neige})}$$
(Equation 8)

où: Q_{fonte} est la quantité d'eau de fonte (m³), $C_{latneige}$ est la chaleur latente de la neige (kJ/kg), E_{caleau} est l'énergie calorique de l'eau (kJ), ρ est la densité de l'eau (kg/m³). et T_{neige} est la température de la neige (°C).

La quantité de chaleur donnée par un volume d'eau est:

$$E_{caleau} = \rho \cdot V_{pluie} \cdot C_p \cdot (T_{pluie} - T_{neige}) \qquad (Equation 9)$$

où: C_p est la chaleur spécifique exprimée en kJ/(kg*K), et T_{pluie} est la température de la pluie exprime en °C.

Ces deux équations décrivent le processus calorimétrique pour la fonte des neiges. Les données utilisées pour le calcul sont indiquées dans le tableau suivant:

Tableau 1.-Données pour la fonte des neiges.

Data for snow melting.							
Chaleur latente neige [kJ/kg]	Chaleur spécifique [kJ/(kg*K)]	Densité neige	Température neige [^o C]	Température pluie [⁰ C]	Hauteur neige [m]		
330	4.18	0.35	0	5	0.20		

Par simplification, cet exemple est basé sur plusieurs hypothèses. Une hauteur de neige constante de 20 cm est considérée sur tout le bassin versant (tableau 1), telle qu'on peut le rencontrer lors des premières chutes de neige d'automne en montagne. Le modèle pourrait aussi simuler une hauteur de neige variable dans l'espace. Les conditions les plus défavorables possibles sont fixées afin d'entrainer la plus grande crue (PMF). De telles conditions pourraient survenir avec une pluie extrême de type PMP sur une couche de neige mouillée ayant une température de 0° C et provoquant une fonte massive de la neige. La troisième hypothèse est une température de la pluie (T_{pluie}) à 5°C.

PARAMÉTRISATION

Description et données disponibles pour le bassin versant étudié

La validation du modèle a été réalisée sur un petit bassin versant alpin, celui de l'Allenbach à Adelboden dans les Alpes bernois. Il a été choisi, car il ne contient pas de glacier et est l'un des plus typiques en Suisse pour les crues de type torrentiel provoquées par de violents orages en été [ATLAS HYDROLOGIQUE DE SUISSE]. La surface du bassin de l'Allenbach est de 28.8 km² et le débit moyen de 24 m³/s. La figure 4 présente le bassin versant d'Allenbach délimité par notre modèle hydrologique. Du point de vue de la morphologie du relief, la zone d'étude présente des altitudes entre 1300 et 2700 m.

Il existe pour ce bassin des mesures en continu des débits depuis 1960 et des mesures de précipitations par une station météorologique automatique à Adelboden depuis 1980. Pour la calibration de notre modèle, nous avons analysé ces données pour de violents orages en été.

Calibration du modèle

L'analyse de sensibilité du modèle aux caractéristiques du bassin versant a été réalisée sur la base de l'événement du 07.08.2004. Les données disponibles de la pluie fournies par



Figure 4.–La topographie du bassin versant. The topography of the watershed.



Figure 5.-Hyétogramme de la pluie (07.08.200). Hyetograph of the rain (07.08.2004).

MeteoSuisse sont les hauteurs d'eau moyennées sur dix minutes.Une simulation fine des crues nécessite de connaître les précipitations avec une durée plus courte, car en 10 minutes le front d'onde d'un écoulement à 2 m/s parcourt 1.2 km, créant des instabilités numériques. Pour cette raison, il est nécessaire de calculer la structure de la pluie sur une courte durée. Il s'agit de trois minutes dans l'exemple de la figure 5 (les barres noires représentent la pluie mesurée à dix minutes et les barres grises celle à trois minutes).

La pluie utilisée dans ce calcul est uniformément distribuée dans l'espace et variable dans le temps.

L'estimation des paramètres introduits dans le modèle développé (RECEANU *et al.* 2009), est effectuée dans un ordre de priorité, comme suite:

Le premier paramètre à déterminer est le volume d'eau qui peut s'infiltrer dans le terrain, estimé en fonction du type de terrain extrait de la carte. Ce paramètre est en fait le seuil de saturation à partir duquel le phénomène d'exfiltration à lieu. Le deuxième paramètre est la conductivité hydraulique (K de l'équation (6), DARCY 1856) influençant la vitesse d'écoulement en sous-sol. Les troisièmes et quatrièmes paramètres sont les coefficients de rugosité (n de l'équation (4)) et les coefficients de largeur des rivières pour chaque type d'écoulement utilisé dans l'équation de Manning (équation (4)). Ils influencent les vitesses d'écoulement de surface (tableau 2). Les derniers paramètres à établir sont la capacité d'infiltration initiale et finale pour chaque type de sol (i_f et i_o de l'équation (7), HORTON 1933). Les valeurs de ces derniers paramètres ont été déterminées à partir de la littérature et d'une carte géotechnique simplifiée à 30 types de sol (RECEANU 2009).

Tableau 2.-Les coefficients de la largeur des rivières et les rugosités après calibration d'écoulement en surface intervenant dans l'équation Manning.

The river width and roughness coefficients after the calibration of surface flow included in the Manning equation.

Type d'écoulement	Coefficient de largeur rivière	Rugosité
Écoulement transitoire	0,6	0,05
Écoulement en rivière	0,1	0,01

La modélisation de l'écoulement est réalisée à partir d'un modèle numérique de terrain (MNT) avec une résolution de 25 x 25 m environ. L'exutoire est déterminé à la fin comme le point avec le débit maximal.

La figure 6 présente le résultat obtenu après calibration sur l'événement étudié. Il montre une bonne corrélation entre l'évolution du débit mesuré et le débit simulé par le modèle, ce qui indique non seulement que ce dernier est capable de bien reproduire cet événement, mais aussi que les paramètres choisis sont acceptables.

Les différences observées entre le débit simulé et le débit réel peuvent être justifiées par le fait que la pluie a été mesurée en un seul point sur le bassin et que la simulation utilise une pluie uniforme, alors que la pluie réelle a une structure donnée par des nuages dynamiques.

Le débit mesuré et le débit simulé par notre modèle ont été comparés en utilisant l'équation de NASH (10), le rapport des volumes d'eau r_{vol} (11), et le rapport des pics du débit r_{pic} (12) (MORIASI *et al.* 2007):

$$Nash = 1 - \frac{\sum_{t=0}^{n} \left(\mathcal{Q}_{obs}(t) - \mathcal{Q}_{sim}(t) \right)^{2}}{\sum_{t=0}^{n} \left(\mathcal{Q}_{obs}(t) - \overline{\mathcal{Q}_{obs}} \right)^{2}}$$
(Equation 10)

$$r_{vol} = \frac{V_{sim}}{V_{obs}} = \frac{\sum_{t=0}^{n} Q_{sim}(t)}{\sum_{t=0}^{n} Q_{obs}(t)}$$
 (Equation 11)

$$r_{pic} = \frac{Q_{sim\,\text{max}}}{Q_{obs\,\text{max}}}$$
(Equation 12)

où $Q_{obs}(t) =$ le débit observé, $Q_{sim}(t) =$ le débit simulé, $\overline{Q_{obs}} =$ le débit moyen observé, $V_{sim} =$ le volume simulé, $V_{obs} =$ le volume simulé, $Q_{sim max} =$ le pic du débit simulé, $Q_{obs max} =$ le pic du débit observé.



Figure 6.–Hyétogramme de la pluie et hydrogramme de la crue (07.08.2004). Hyetograph of the rain and the flood hydrograph (07.08.2004).

Le coefficient Nash peut varier entre $-\infty$ et 1. Un coefficient égal à 1 montre une correspondance parfaite entre le débit simulé et celui mesuré (NASH *et al.* 1970).

Conformément à cette analyse utilisant l'équation de Nash, une bonne corrélation entre l'évolution du débit simulé et celui observé existe pour l'épisode de précipitations étudié. Notre modèle arrive après calibration à estimer correctement le temps de concentration et, en même temps, la valeur du pic de débit (tableau 3).

Tableau 3.–Evaluation de la calibration du modèle pour le bassin versant de l'Allenbach en 2004. Evolution of the model calibration for the Allenbach watershed in 2004.

	Calibration (07.08.2004)		
Coefficient Nash	0.96		
r _{vol}	1.03		
r _{pic}	0.99		

RÉSULTATS

Cette section présente le comportement de notre modèle pour une autre crue du bassin de l'Allenbach en été, ainsi que pour la fonte de la neige simultanément avec des pluies extrêmes de type PMP. Les paramètres obtenus dans la section précédente pour la validation ont été utilisés pour ces deux cas.

Crue du 24.08.2004

Cette crue s'est produite avec une pluie d'une intensité maximale de 15 mm/h qui a duré 1h30 (24.08.2004). L'intensité est restée proche de cette valeur maximale pendant la majorité de la période. Ces précipitations ont provoqué une crue sur le bassin versant avec un débit maximal de 21 m³/s, ce qui équivaut à une période de retour de 2 ans.

Le réseau de rivières qui se forme sur le terrain suite à cet épisode de pluie est présenté dans la figure 7. Suite à la détermination des paramètres et grâce à l'utilisation de trois types différents d'écoulement sur le terrain (écoulement laminaire, transitoire et en rivière), nous pouvons observer la formation des cours d'eau. En amont, sur les versants, là où la pente est importante, notre modèle génère des petits ruisseaux qui amènent l'eau vers les rivières principales du bassin jusqu'à l'exutoire.

La comparaison entre l'hydrogramme du débit mesuré pour cet évènement et celui du débit estimé par notre modèle est présentée dans la figure 8.

Celle-ci montre que le débit mesuré croît plus rapidement que celui calculé au début de la simulation, bien que le pic des débits et le temps de concentration soient estimés correctement. Cette différence pourrait résulter d'une modélisation imparfaite de l'infiltration sur le terrain. Une des limites du modèle est l'épaisseur constante du sol sur l'ensemble du bassin, si bien que la quantité maximale d'eau peut s'infiltrer dans chaque mètre carré du terrain est aussi constante, même si la vitesse d'infiltration est différente en fonction du type du sol.

Malgré ces différences, la simulation numérique parvient à reproduire correctement aussi bien le pic des débits que le temps de concentration.



Figure 7.–Réseau de cours d'eau (bassin Allenbach). Rivers network (Allenbach watershed).



Figure 8.–Hyétogramme de la pluie et hydrogramme de la crue (24.08.2004). Hyetograph of the rain and flood the hydrograph (24.08.2004).

Crue extrême provoquée par la fonte des neige avec des précipitations extrêmes

Jusqu'à maintenant, nous avons illustré des épisodes de forte crue provoqués par des orages d'été. Une crue peut également être amplifiée avec des pluies intenses tombant sur un sol enneigé et entrainant la fonte de neige. Nous avons donc analysé la simulation la plus critique avec une pluie extrême de type PMP engendrant une fonte massive de la neige.

L'effet de cette fonte des neiges sur une crue extrême a été étudié pour une PMP d'une heure. Celle-ci a été estimée pour le bassin de l'Allenbach à partir de la carte des précipitations extrêmes calculées pour la Suisse avec une période de retour d'un moins 10'000 ans (HERTIG & AUDOUARD 2005). La hauteur moyenne estimée de la PMP pendant 1 heure sur l'ensemble du bassin de l'Allenbach est de 188 mm/h. Le volume d'eau correspondant à cette PMP a été distribué à l'aide de notre modèle spatio-temporel pour l'ensemble du bassin versant.

La neige commence à fondre au moment où il pleut sur la couche neigeuse. Rappelons que cette simulation se base sur l'hypothèse que la fonte de la neige est essentiellement provoquée par les précipitations.

La figure 9 présente la fonte des neiges sur le bassin de l'Allenbach à la moitié du temps de la simulation. Nous pouvons observer que la fonte des neiges est plus prononcée dans la zone d'influence des ruisseaux, là où le ruissellement est le plus grand. Ceux-ci accélèrent la fonte et entraînent l'eau provenant de la fonte des neiges vers l'exutoire.



Figure 9.– Fonte des neiges (la couleur noire représente les zones où la neige a fondu et la couleur grise les zones encore recouvertes de neige). Snowmelt.

La figure 10 et la figure 11 présentent l'écoulement en surface obtenu par une crue extrême sans la neige en trait tireté (Q_{sn}) et celui avec une fonte des neiges en trait continu (Q_n) . Ces figures révèlent que la fonte des neiges entraîne une augmentation plus rapide du débit



Figure 10.–Hydrogramme de crue PMF. Direction vent: sud (à gauche), ouest (à droite). Q_n représente le débit avec la fonte des neiges, Q_{sn} celui sans la fonte.

PMF flood hydrograph. Wind direction: south (left), west (right). On represents the flow including snowmelt, while Q_{sn} represents the flow without snowmelt.



Figure 11.-Hydrogramme de crue PMF. Direction vent: nord (à gauche), est (à droite). Q_n représente le débit avec la fonte des neiges, Q_{sn} celui sans la fonte.

PMF flood hydrograph. Wind direction: north (left), east (right). Q_n represents the flow including snowmelt, while Q_{sn} represents the flow without snowmelt.

et un débit de pointe plus élevé avec la même pluie extrême (PMP) que pour le cas sans neige. Dans le premier cas, sans la fonte de la neige, nous avons obtenu un débit de pointe d'environ 310 m³/s, mais, par contre, dans le deuxième cas, avec de la fonte de la neige, le débit de pointe augmente avec 30%. En conséquence la fonte de neige influence beaucoup le débit et aussi le volume total d'eau qui arrive à l'exutoire.

Un autre facteur agissant sur la PMF est la direction du vent, qui joue un rôle très important sur la forme de l'hydrogramme (figure 10 et 11).

Parmi les différents paramètres de l'analyse de sensibilité, la fonte de la neige est le paramètre ayant la plus grande influence sur le débit de crue. La modélisation effectuée montre en outre que la fonte de neige, en cas de situation de débâcle, augmente très rapidement le débit au début de la crue sans affecter de manière sensible sa durée.

CONCLUSION

Cet article présente de nouvelles contributions pour l'estimation de l'hydrogramme de crue (PMF), utilisant une pluie mesurée ou une pluie calculée à l'aide de la carte de précipitations extrêmes de type PMP. Trois contributions principales ont été apportées dans le développement du modèle hydrologique. La première est une méthode de distribution spatio-temporelle de la PMP à l'aide des nuages, basée sur l'équation d'advection-diffusion, et incluant une évolution temporelle en fonction de la direction du vent, qui augmente la non-linéarité de la PMF. La deuxième contribution est un modèle hydrologique sans réseau prédéfini de rivières, basé sur une répartition spatiale des paramètres physiques du terrain, du sol et du sous-sol. Ce modèle inclut l'écoulement en surface ou en soussol dirigé par un modèle numérique de terrain et des pentes, aussi que la formation de la crue ou l'accumulation éventuelle dans un lac. Ce modèle reproduit la variation spatiotemporelle de l'écoulement de l'eau tant sur la surface que dans les ruisseaux et rivières définis dynamiquement. L'apport dans les lacs se produit sur l'ensemble du périmètre du plan d'eau. La bonne reproduction des situations réelles de fortes pluies et de crues qui se sont produites dans plusieurs bassins versants suisses a démontré la pertinence de la démarche retenue. La troisième contribution consiste en l'intégration d'un modèle de fonte de neige au calcul d'une PMF causé par une pluie de type PMP. Cette approche permet de reproduire et d'analyser le cas de la fonte de neige qui est le plus critique susceptible de se produire sur un bassin versant.

Dans le présent article, il a été montré que, pour un petit bassin versant alpin, le modèle reproduit les crues d'ampleurs diverses avec une qualité remarquable. L'application à la démarche PMP–PMF partant de précipitations extrêmes a par ailleurs montré que la prise en compte de la variation spatio-temporelle des précipitations conduisait à des crues extrêmes de valeurs comparables à celles obtenues par analyse statistique, pour les bassins versants offrant des données suffisantes. De plus, la méthode fournit le moyen de juger de la contribution des différents paramètres à la formation des crues.

Références

- AUDOUARD A., HERTIG J.-A. & FALLOT J.-M., 2006. Modélisation des précipitations extrêmes en suisse. Actes du 19^{ème} colloque de l'association internationale de climatologie, Epernay, p. 83-88.
- ANCTIL F., ROUSSELLE J. & LAUZON N., 2005. Hydrologie. Cheminements de l'eau. Ecole Polytechnique Montréal.
- Atlas hydrologique de la Suisse, http://www.hades.unibe.ch/hades_f/index.htm (consulté le 10.09.2011).
- ASTER (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer), http://ASTERWEB. JPL.NASA.GOV/GDEM-WIST.ASP (consulté le 30.09.2011)
- BENISTON M., GOYETTE S., STEPHENSON D.B., CHRISTENSEN O.B., FREI C., SCHÖLL R., HALSNAES K., HOLT T., PALUTIKOF J., JYLHÄ K., KOFFI B., SEMMLER T. & WOTH K., 2007. Future extreme events in Europe climate an exploration of regional climate model projection. *Climatic Change*, 81 (s.1): 71-95.
- BERGSTRÖM S., HELLSTRÖM S. S., LINDSTRÖM G. & WERN L., 2007. Follow-Up of the Swedish Guidelines for Design Flood Determination for Dams. Meteorological and Hydrological Institute: 37.

- BEROD D., DEVRED D. & LAGLAINE V., 1992. La problématique PMP/PMF: une méthode déterministe pour l'estimation de la crue extrême; avantages, inconvénients et possibilités d'amélioration. *International Symposion Interaevent*, Bern, Suisse.
- BÉROD D., 1994. Contribution à l'estimation des crues rares à l'aide de méthodes déterministes: apport de la description géomorphologique pour la simulation des processus d'écoulement. Thèse EPFL, no 1319. Dir.: André Musy. Suisse
- BRUTSAERT W., 1974. More on an approximate solution for nonlinear diffusion. Water Resources research, 10: 1251-1252.
- BOILLAT J.-L. & SCHLEISS A., 2002. Détermination de la crue extrême pour les retenues alpines par une approche PMP-PMF, Wasser, Energie, Luft – eau, énergie, air, 94. Jahrgang, Heft 3/4: 107-116
- BREÑA J.A., 2007. On the sensitivity analysis of the PMF to the space-time distribution of a PMP: Analysis of the hydrological response of a catchment. *MAS Thesis.EPFL*, Dir.: J.A. Hertig, Switzerland.
- BRUSCHIN et al., 1981. The overtopping of the Palagnedra dam. Water Power & Dam Construction.
- BUREAU OF RECLAMATION, 1987. Design of small dams. US Bureau of Reclamation, Washington.
- DARCY M., 1856. Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Editeur Victor Dalmont, Paris: 647.
- DUBOIS J. & PIROTTON M., 2002. Génération et transfert des crues extrêmes. Le logiciel Faitou. N°10: Laboratoire de Constructions Hydrauliques, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- DESURONE I., OANCEA V., OBERLIN G., TOMA A. & HUBERT P., 1993. Analyse comparative Agrégée/ PMP – PMF en estimation des crues rares et extrêmes. Japon.
- IPCC, 2007. The physical science basis. Working Group I: Contribution to the fourth Assessment, Report of the Intergovernmental Panel on *Climate Change*. Cambridge: 996.
- FALLOT J.M., 2000. Evolution du nombre de jours avec des précipitations abondantes en Suisse durant le 20^{ème} siècle. *Publications de l'Association Internationale de Climatologie*, 13: 100-109.
- FREI C., DAVIES H.C., GURTZ J. & SCHAR C., 2000. Climate dynamics and extreme precipitation and flood events in Central Europe. Integrated Assessment, 1: 281-299.
- GARCIA HERNANDEZ J., JORDAN F., DUBOIS J., BOILLAT J.-L. & SCHLEISS A., 2007. Routing System II Modélisation d'écoulements dans des systèmes hydrauliques, LCH N°32: Communication Laboratoire de constructions hydrauliques, Ed. A. Schleiss Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.
- GAUCKLER P., 1867. Etudes Théoriques et Pratiques sur l'Ecoulement et le Mouvement des Eaux, Comptes Rendues de l'Académie des Sciences, Paris, France, 64: 818-822.
- GOULPIÉ P., HERTIG J.A., REINHARDT F., HUG CHR., FALLOT J.M., STIRNIMANN O.F. & DUBOIS J., 2002. Numerical modelling of probable maximum flood for the watershed of the Krasnodar dam in Russia. Proceedings International Conference on Flood Estimation, Berne, Switzerland.
- HANSEN E.M., SCHREINER L.C. & MILLER J.F., 1982. Application of probable maximum precipitation estimates. United States East of the 105th Meridian. NOAA Hydrometeorology, Report no. 52, Washington.
- HERTIG J.A. & AUDOUARD A., 2005. Cartes des précipitations extrêmes pour la Suisse. Rapport final, EFLUM, EPFL, Lausanne, Switzerland, 43 + annexes.
- HERTIG J.A. & FALLOT J.M., 2009. Project Cruex. Directive crue de l'OFEN. Carte de précipitations extrêmes PMP pour la Suisse. Validation et utilisation des cartes de PMP pour l'obtention de la PMF. Hertig & Lador, 47.
- HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER, 1981. HEC-1 Flood Hydrograph Package Davis, California: U.S. Army, Corps of Engineers.
- HORTON R.E., 1933. The role of infiltration in the hydrologic cycle. Transaction. American Geophysical Union, 14: 446-460.
- JINNO K., KAWAMURA A., BERNDTSSON R., LARSON M. & NIEMCZYNOWICZ J., 1993. Real-time rainfall prediction at small space-time scales using a two-dimensional stochastic advection-diffusion model. *Water Resources Research*, 29 (5): 1489-1504.
- MORIASI D. N., ARNOLD J. G., VAN LIEW M. W., BINGNER R. L., HARMEL R. D. & VEITH T. L., 2007. Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in Watershed simulations. Transactions of the ASABE, 50 (3): 885–900.
- MULVANY T. J., 1850. On the use of self-registering rain and flood gauges. Proceedings of the institution of civil engineers, 4 (2):1-8.

- NASH, J. E. & SUTCLIFFE J. V., 1970. River flow forecasting through conceptual models part I A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, 10 (3): 282–290.
- OFEN (OFFICE FÉDÉRAL DE L'ÉNERGIE), 2008. Sécurité des ouvrages d'accumulation Documentation de base relative à la vérification de la sécurité en cas de crue http://www.ofen.admin.ch/.
- PIROTON M., ERIPICUM S., ARCHAMBEAU P., DETREMBLEUR S., FRAIKIN C. & DEWALS B., 2003. Le modèle Wofl: Outil de modélisation d'écoulement de crue, de dimensionnement et de gestion des ouvrages hydraulique. Tribune d'eau, Editions CEBEDOC, 56: 624/4. Belgique.
- QUINN, P., BEVEN K., CHEVALLIER P. & PLANCHON O., 1991, The prediction of hillslope flow paths for distributed hydrological modeling using Digital Terrain Models, *Hydrological Processes*, 5: 59-80.
- RECEANU R.G., 2009. Méthodologie pour l'adaptation de la PMP à la détermination d'une PMF. MAS Thesis. LCH-EPFL et Hertig & Lador SA, Suisse.
- RECEANU R.G., HERTIG J-A. & FALLOT J-M., 2009. Modélisation spatiale et temporelle des précipitations pour l'estimation des crues extrêmes dans les alpes. *Publications de l'Association Internationale de Climatologie*, 23: 383-389.
- SCHREINER L.C. & RIEDEL J.T., 1978. Probable Maximal Precipitation Estimates. United States East of the 105th Meridian, Hydrometeorological Report no 51, NWS-NOA, Washington DC.
- SINGH V.P., 1988. Hydrologic systems: Rainfall-Runoff modeling, 1. Prentice Hall.
- SINGH V.P., 1995. Computer Modèles of Watershed Hydrology. *Water Resource Publication*, Highland Ranch, Colorado, USA.
- SCS (SOIL CONSERVATION SERVICE), 1986. Urban Hydrology for Small Watersheds, Technical Release, 55: TR-55.
- STALLINGS et al., 1986. Evolution of PMP Cooperative Studies. Journal of Water Resources Planning and Management, 112: 4.
- WMO (World Meteorological Organization), 2009. Manual on Estimation of Probable Maximum Precipitation (PMP). Geneva, Switzerland xxxii + 259.