La loi de Newton

Par F. FLURY.

Nous essayerons dans les lignes qui suivent d'expliquer certaines particularités de la loi de gravitation par des calculs très élémentaires et de démontrer qu'il est possible de se rendre compte de cette loi et de nombre de ses conséquences sans avoir recours aux moyens des mathématiques dites supérieures. Plusieurs auteurs nous ont précédé dans cette voie. Il ne semble néanmoins pas inutile d'y insister, les traités d'astronomie populaire persistant en général à se limiter à des considérations générales de caractère purement littéraire.

Nous commencerons par postuler dans un but de simplification que l'orbite de la lune est purement circulaire. Alors il nous est possible d'appliquer immédiatement les expressions élémentaires suivantes pour la force attractive qui équilibre la force centrifuge et que l'on trouve dans tout traité de physique:

$$p = m_1\, g_1 = \frac{4\, m_1\, r_1\, \pi^2}{T_1^2}$$

En ce qui suit

m_1	représente	la masse de la lune
m	„	la masse de la terre
M	„	la masse du soleil
r_1	„	la distance terre—lune
r	„	le rayon de la terre
R	„	la distance soleil—terre
g_1	„	l'accélération de la pesanteur à la distance de la lune
g	„	l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre
T_1	„	la durée de la révolution de la lune dans son orbite
T	„	la durée de la révolution de la terre autour du soleil.

Nous posons $r_1 = 60\ r$ et nous adoptons pour la révolution sidérale de la lune le chiffre 27 js 7 h 43 m 11 s, soit 2 360 591 s; alors il vient:

$$g_1 = \frac{4\ .\ 60\ r\ \pi^2}{2\ 360\ 591^2} = 0{,}002707\ \text{m/s}^2.$$

Nous avons pris pour $2\ \pi\ r$, soit la circonférence de la terre la valeur de 40 000 000 m (définition du mètre!).

L'accélération de la pesanteur serait donc à la distance de la lune d'un quart de centimètre env. Il s'ensuit:

$$\frac{g}{g_1} = \frac{9{,}81}{0{,}002707} = 3623$$

soit 3600 environ. Nos suppositions n'étant qu'approchées, il fallait s'attendre à une différence. Une meilleure approximation consisterait à prendre une valeur plus exacte pour r_1 et à considérer le mouvement de la lune comme mouvement elliptique képlérien et la terre comme sphéroïde aplati.

Comme telle, l'approximation atteinte est déjà appréciable, à 0,7 % près. Le résultat signifie que l'accélération est 3600 fois plus faible à une distance 60 fois plus grande, c'est-à-dire que l'accélération et par suite de l'équation $p = m \cdot g$, la force attractive diminue en raison inverse du carré de la distance.

Nous invitons d'ailleurs le lecteur de suivre nos calculs le crayon à la main. Il sera récompensé par une compréhension plus parfaite.

Supposons maintenant la loi de Newton établie. Il s'ensuit l'analogie

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(xr)^2}{r^2} = x^2 \; ; \qquad \frac{g}{x^2} = g_1 = \frac{4\,\pi^2\,x\,r}{T_1^2}$$

donc

$$x^3 = \frac{g\,T_1^2}{4\,\pi^2\,r}; \qquad x = \sqrt[3]{\frac{9{,}81 \cdot 5{,}57 \cdot 10^{12}}{2\,\pi \cdot 4 \cdot 10^7}} = 60{,}1.$$

La valeur exacte de la distance moyenne est de 60,27 env.

Forme exacte de la loi de Newton.

Tenant compte du fait d'expérience qu'un corps de masse double a le poids double, songeons p. ex. à des cubes de pierre ou de métal, et appliquant la loi selon laquelle l'attraction est inversement proportionnelle au carré de la distance, la force d'attraction ne pouvait être représentée que par l'expression:

$$p = \frac{k^2 m_1 m_2}{r^2}$$

La constante k^2 porte le nom de constante de la gravitation. Sa valeur dépend du choix des unités de mesure. Nous calculerons plus bas sa valeur dans un cas. Si nous posons $m_1 = m_2 = r = 1$, il vient $p = k^2$. Ceci donne la signification physique de k^2. *k^2 représente l'attraction qu'exercent l'une sur l'autre deux masses unitaires à la distance 1.*

Cette loi nous permet p. ex. de calculer l'attraction centripète de la lune attirée par la terre. Nous avons pour l'attraction d'une pierre de masse m_2 à la surface de la terre:

$$p = \frac{k^2\,m\,m_2}{r^2}$$

D'autre part $p = m_2 g$. Il s'ensuit: $m_2 g = \dfrac{k^2\,m\,m_2}{r^2}$

donc, $g = 9{,}822\ m\ s^{-2}$, on a:

$$g = \frac{k^2\ m}{r^2}$$

Cette formule nous donne l'accélération, si r est la distance de la pierre du centre de la terre; elle nous donne l'accélération centripète de la lune attirée par la terre, si r signifie la distance du centre de la lune au centre de la terre. Substituons maintenant à la place de m la masse M du soleil et remplaçons r par la distance d'une planète au soleil, alors on obtiendra l'accélération qui empêche cette planète de s'éloigner de l'astre central.

Nous rappelons que nous supposons toujours des mouvements rigoureusement circulaires. Une planète étant attirée d'après la dernière formule avec l'accélération:

$$g_1 = \frac{k^2\ M}{R_1^{\,2}} = \frac{4\ R_1\ \pi^2}{T_1^{\,2}}$$ on aura pour une deuxième:

$$g_2 = \frac{k^2\ M}{R_2^{\,2}} = \frac{4\ R_2\ \pi^2}{T_2^{\,2}}$$

On obtient par division

$$\frac{R_2^{\,2}}{R_1^{\,2}} = \frac{R_1\ T_2^{\,2}}{R_2\ T_1^{\,2}} \qquad \text{donc} \qquad \frac{T_1^{\,2}}{T_2^{\,2}} = \frac{R_1^{\,3}}{R_2^{\,3}}$$

Les carrés des durées de révolution de deux planètes sont proportionnels aux cubes de leurs distances au soleil. Nous sommes donc parvenus à établir la célèbre troisième loi de Képler.

Détermination de la masse du soleil.

D'après cette même méthode il est possible de déterminer les rapports des masses en considérant une planète obéissant au soleil et une lune appartenant à la planète.

L'attraction de la terre sur la lune p. ex. nous donne d'après les considérations précédentes

$$\frac{4\ r_1\ \pi^2}{T_1^{\,2}} = \frac{k^2\ m}{r_1^{\,2}}$$

l'attraction du soleil sur la terre donne de façon analogue

$$\frac{4\ R\ \pi^2}{T^2} = \frac{k^2\ M}{R^2}$$

La division des deux équations ci-dessus donne:

$$\frac{r_1\ T^2}{R\ T_1^{\,2}} = \frac{m\ R^2}{M\ r_1^{\,2}}\ ; \qquad M = m\ \frac{R^3\ T_1^{\,2}}{r_1^{\,3}\ T^2}$$

Nous posons la masse de la terre $m = 1$

$$M = \left[\frac{149,5 \,.\, 10^6}{0,3844 \,.\, 10^6}\right]^3 \left[\frac{27,32}{365,26}\right]^2 = 329468$$

Valeur exacte: 332291.
Calculons encore la valeur de la constante de la gravitation: Nous avons à la surface de la terre $p = m_0 g$, d'autre part

$$p = \frac{k^2\ m\ m_0}{r^2}$$

on obtient en égalant $\dfrac{k^2\ m}{r^2} = g$ d'où $k^2 = \dfrac{g\ r^2}{m} = \dfrac{g\ r^2}{{}^4/_3\ r^3\ \pi\ .\ d}$

d étant la densité de la terre, donc $k^2 = {}^3/_4 \dfrac{g}{r\ \pi\ .\ d}$

Nous adoptons pour g, l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre, la valeur de 9,822 m s^{-2} obtenue comme suit: La valeur à l'équateur est de 9,780. Ajoutons 0,033 pour tenir compte de la force centrifuge de la rotation terrestre, la somme est de 9,813. La valeur aux pôles est de 9,831. En prenant la moyenne il s'ensuit pour $g = 9,822$ ms^{-2}. Nous adoptons pour la densité de la terre le chiffre de 5,56 (on la détermine en comparant l'attraction d'une masse connue à l'attraction de la terre) et il vient:

$$k^2 = \frac{3\ .\ 9,822}{80\,000\,000\ .\ 5,56} = \underline{6,65\ .\ 10^{-8}\ .}$$

Die Sonnenparallaxe und andere astronomische Konstanten

Von Pd. Dr. MAX SCHÜRER.

Während der sehr günstigen Eros-Opposition im Jahre 1930/31, bei welcher Eros der Erde bis auf 26,1 . 10^6 km nahe kam, wurde Eros auf 24 Sternwarten der Erde genau verfolgt, um aus diesen Beobachtungen einen genaueren Wert der Sonnenparallaxe abzuleiten. Mit dieser Arbeit wurde H. Spencer Jones betraut, der seine Resultate in den Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 101, Nr. 8 zusammenfasst. Wir benutzen diesen Anlass, um auf die Zusammenhänge dieser Konstanten mit andern fundamentalen Grössen der Astronomie hinzuweisen.

Für die im Folgenden neben der Sonnenparallaxe auftretenden Konstanten werden die heute üblichsten benutzt. Erfuhren sie durch die neue Sonnenparallaxe aber eine Aenderung, so werden