

Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 9 (1964)
Heft: 86

Artikel: Die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegungen [Fortsetzung]
Autor: Steinlin, Uli
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-900239>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DIE KEPLERSCHEN GESETZE DER PLANETENBEWEGUNGEN

Von Uli STEINLIN, Basel

2. Das erste Keplersche Gesetz.

Kepler machte sich an die Bearbeitung des Beobachtungsmaterials von Tycho Brahe, um zunächst die Richtigkeit des alten, vom Altertum als Erbe übernommenen Axioms von der kreisförmigen und gleichförmigen Bewegung der Planeten zu untersuchen. Die Möglichkeit der Nachprüfung beruht auf einer genauen Kenntnis der Umlaufzeiten der einzelnen Planeten um die Sonne.

Die Zeit eines vollen Umlaufes des Planeten um die Sonne im Raume, die sog. siderische Umlaufzeit, kann durch Beobachtung von der Erde aus nicht direkt bestimmt werden; dagegen kann man leicht die synodische Umlaufzeit eines Planeten finden, das ist die Zeit zwischen zwei Augenblicken, in denen der Planet für einen irdischen Beobachter in derselben Stellung zur Sonne steht, z.B. die Zeit zwischen zwei Oppositionen oder zwei Konjunktionen. Die beiden Umlaufzeiten können sehr verschieden sein. Steht zu einem Zeitpunkt ein Planet in Opposition zur Sonne (d.h. Sonne, Erde im Punkt A und Planet im Punkt A' auf einer Geraden in Abbildung 1), dann wird ein Jahr später, nach einem vollen Umlauf der Erde um die Sonne, der Planet unterdessen in seinen Bahn weitergelaufen sein und die Erde muss, bis eine neue Opposition eintritt, noch etwas weiter, bis B, laufen, wo dann Sonne, Erde und Planet in B' wiederum auf einer Linie stehen. Die synodische Umlaufzeit ist also etwas grösser als ein Jahr. Die siderische Umlaufzeit des Planeten jedoch ist die Zeit, die er selber braucht, um einmal um die Sonne zu wandern und wieder Punkt A' zu erreichen. Man sieht, dass der Kreisabschnitt A'B' umso kleiner wird, je grösser die siderische Umlaufzeit des Planeten ist, und die synodische Umlaufzeit liegt für einen solchen Planeten umso näher bei einem Jahr.

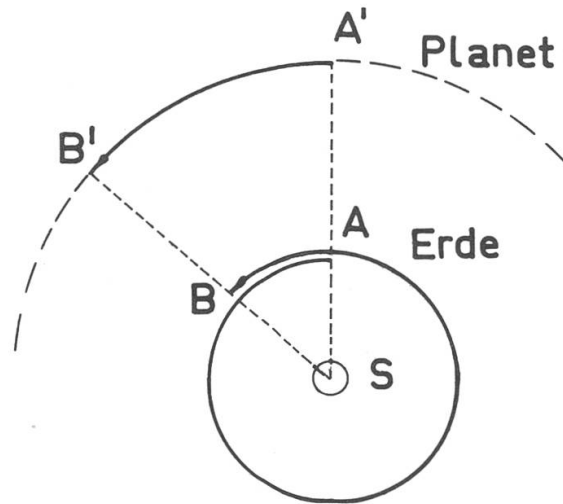


Abbildung 1: Siderische und synodische Umlaufzeit.

Wie sich ergeben wird, ist die synodische Umlaufzeit zwar nicht vollkommen konstant; da aber Kepler über Planetenbeobachtungen aus sehr entfernten Zeiten verfügte, konnte ihr Durchschnittswert genau bestimmt werden, und das gerade war es, was er brauchte. Bezeichnet:

A das siderische Jahr (siderische Umlaufzeit der Erde)

T die siderische Umlaufzeit des Planeten.

S die synodische » » »

so kann man für einen obern Planeten von dem Augenblick ausgehen, in dem er in Opposition zur Sonne steht (Stellung A' in Abbildung 1). Der Abschnitt der Bahn, den die Erde täglich zurücklegt, beträgt $360^\circ/A$; der Planet legt täglich den Bahnabschnitt $360^\circ/T$ zurück (wobei A und T in Tagen ausgedrückt werden). Die Erde gewinnt dabei, von der Sonne aus gesehen, täglich einen Vorsprung vom Betrage $(360^\circ/A - 360^\circ/T)$, und ein synodischer Umlauf ist vollendet, wenn dieser Vorsprung im Laufe der Zeit auf volle 360° angewachsen ist, d.h. wenn die Erde den Planeten gewissermassen einholt. Täglicher Vorsprung multipliziert mit der Anzahl Tage des synodischen Umlaufs muss also 360° ergeben:

$$S (360^\circ/A - 360^\circ/T) = 360^\circ$$

daraus erhalten wir $1/T = 1/A - 1/S$

und $T = S \cdot A / (S - A)$

So können wir, wenn wir S beobachten (und A , unser Erdenjahr, ja kennen), T berechnen. (Eine ähnliche Formel ergibt sich für die untern Planeten, näher zur Sonne, die ihrerseits der Erde vorauslaufen.)

Der Planet, den Kepler zuerst zur Untersuchung vornahm, war Mars. Seine durchschnittliche synodische Umlaufszeit beträgt 2.135 Jahre. Wird dieser Wert für S in die obige Formel eingesetzt, dann erhält man für $T = 1.881$ Jahre. Ohne eine Voraussetzung über die Form der Marsbahn zu machen, wusste Kepler nun, dass der Planet sich an derselben Stelle des Raumes befunden haben musste, wenn zwischen zwei Beobachtungen 1.881 Jahre verflossen waren; da aber die Erde sich in diesen beiden Augenblicken an verschiedenen Punkten ihrer Bahn befand, würde der Schnittpunkt der beiden Visierlinien den Ort des Planeten im Raum bestimmen (Abbildung 2). Er ging, in Ueber-

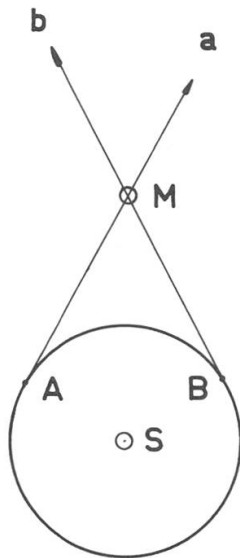


Abbildung 2: Bestimmung der Marsbahn nach Kepler.

einstimmung mit der kopernikanischen Hypothese, davon aus, dass die Erde um die Sonne in einem etwas exzentrischen Kreis läuft. In einem bestimmten Augenblick, als die Erde sich in dem Punkte A befand, hatte Tycho Brahe den Planeten in der Richtung a beobachtet; 1.88 Jahre später, als die Erde sich in B befand, hatte er ihn wieder beobachtet und gefunden, dass er in Richtung b stand. Der Schnittpunkt M gibt dann den Ort des Planeten im Raume an. Auf diese Weise erhielt Kepler eine ganze Reihe von Punkten der Marsbahn. Was hier durch geometrische Betrachtung angedeutet ist, wurde in Wirklichkeit durch eine Reihe umständlicher Berechnungen durchgeführt.

Als Kepler nun die so bestimmten Punkte untersuchte, fand er, dass sie nicht auf einem Kreise lagen, und indem er die Entfernung von Punkt zu Punkt ausmass, fand er weiter, dass die Geschwindigkeit nicht überall dieselbe war. Damit war das alte Axiom der gleichförmigen Kreisbewegung also umgestossen. Die Frage war jetzt, was man an seine Stelle setzen sollte. Er versuchte es mit einer Ellipse und fand, dass diese auf jeden Fall mit den Beobachtungen in besserer Uebereinstimmung stand als der Kreis. Wenn aber die alte Hypothese für Mars nicht zutraf, so würde sie aller Wahrscheinlichkeit nach für die Erde ebensowenig zutreffen; er wiederholte deshalb die ganzen Berechnungen unter der Voraussetzung, dass die Bahn der Erde kein exzentrischer Kreis, sondern eine Ellipse von solcher Form und Lage ist, dass eine Uebereinstimmung mit den Beobachtungen der Sonne erzielt wurde. Nach dem befriedigenden Resultat dieser Untersuchung hielt er sich für berechtigt, folgende allgemeine Regel aufzustellen, die den Namen «Erstes Keplersches Gesetz» trägt:

Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Abbildung 3 stellt eine solche Planetenbahn dar: die Sonne befindet sich in S und der Planet bewegt sich in Richtung PBA. Es muss jedoch ein für allemal bemerkt werden, dass keine Planetenbahn bekannt ist, die so langgestreckt ist wie die Ellipse in der Abbildung. Wenn die Form ebenso wie bei den Meridianellipsen auf der Erde, also durch die Abplattung, ausgedrückt wird, dann ist diese bei der Marsbahn $1/230$, bei der Erdbahn weniger als $1/7000$.

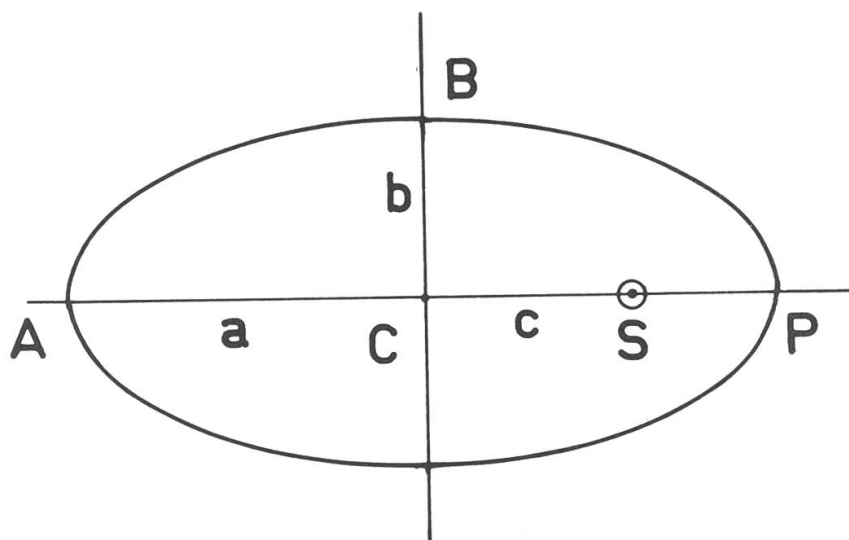


Abbildung 3: Bahnellipse eines Planeten.

Größe und Gestalt der Ellipsen werden durch zwei Konstanten bestimmt. Diese können auf verschiedene Weise gewählt werden. In der Geometrie werden oft die beiden Halbachsen $a = CA$ und $b = CB$ benutzt. In der Astronomie wird die letztere durch die Exzentrizität e ersetzt, worunter das Verhältnis der Entfernung des Brennpunktes vom Zentrum ($c = CS$) und der halben grossen Achse a verstanden wird: $e = c/a$. Die Exzentrizität ist bei der Ellipse eine Zahl zwischen null (für eine Kreisbahn, wenn S mit C zusammenfällt) und eins (für den Grenzfall, dass die Ellipse so langgestreckt wird, dass sie zu einer Geraden «entartet» und S mit P zusammenfällt).

Der Punkt P, in dem der Planet der Sonne am nächsten steht, wird Perihel, der entgegengesetzte Punkt A Aphel genannt. Diese beiden Punkte nennt man mit einem gemeinsamen Namen die Apsiden und die Verbindungslinie zwischen ihnen die Apsidenlinie; diese bezeichnet also die Richtung der grossen Achse der Bahn. Die Distanz SP wird Periheldistanz, SA Apheldistanz genannt. Dabei ist $SP = a - c$ und $SA = a + c$; das Mittel der beiden ist also gleich der grossen Halbachse a ; diese wird darum oft die mittlere Entfernung genannt.

(Fortsetzung folgt)