

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 37 (1979)  
**Heft:** 172

**Artikel:** Astro- und Instrumententechnik : 6. Kapitel : "Die Steifigkeit als Konstruktionsgrösse" (Teil I)  
**Autor:** Ziegler, H.G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-899614>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 6. Kapitel: «Die Steifigkeit als Konstruktionsgrösse» (Teil I)

von H. G. ZIEGLER

### 6.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden die Zusammenhänge zwischen der Steifigkeit eines Teiles und seiner geometrischen Form, seinen Abmessungen, den Werkstoffeigenschaften und der Belastungsrichtung behandelt. Es geht hier um die Steifigkeitsberechnung der recht unterschiedlich und teilweise kompliziert geformten Teile von Teleskopmontierungen. Dabei stellt sich die Frage, ob dies nicht eine sehr schwierige Aufgabe ist, die man gar nicht erst an den Amateur herantragen soll? Dazu lässt sich folgendes sagen:

1. Nach dem Steifigkeits-Additionsgesetz braucht, in einer aus vielen Elementen bestehenden Struktur, die Steifigkeit irgend eines herausgegriffenen Teiles keineswegs sehr genau eingehalten zu werden. Wenn z.B. an einem Instrument die Teile eine Steifigkeit von 50 MN/m haben sollten, dann ist es belanglos ob ein Teil schlussendlich eine solche von 40 oder 70 MN/m besitzt. Hingegen ist es wichtig zu wissen ob die Polachse etwa mit 200 MN/m massiv überdimensioniert und eine Justierschraube an der Säule mit 5 MN/m zu schwach ausgelegt wurden. Demnach hätte es auch wenig Sinn, die Teile mit hoher Genauigkeit zu berechnen. Man kann daher auf einfach handhabbare Näherungsformel, zurückgreifen und dabei wird sich zeigen, dass die Steifigkeitsberechnung der wichtigsten Montierungsteile nicht sehr kompliziert und auch dem Amateur zugänglich ist.
2. Die formalen Aussagen der folgenden Abschnitte lassen sich durchaus in leicht verständlichen Sätzen ausdrücken. Der eingefleischte Praktiker, dem physikalische Zusammenhänge und Formeln wenig sagen, wird bereits einen beträchtlichen Nutzen ziehen, wenn er diese Sätze beachtet und anwendet.

### 6.2 Die Steifigkeit stabförmiger Teile

Aus den vorangegangenen Kapiteln ergab sich, dass die Steifigkeit eines Teiles eine richtungsabhängige Grösse ist und dass bei Teleskopmontierungen praktisch nur die Richtungen der kleinsten Steifigkeiten interessieren. In einem ersten Schritt soll die Richtungsabhängigkeit untersucht und in einem zweiten Schritt der Frage nachgegangen werden, wie die Teile genügend steif konstruiert werden können. Dazu sollen die recht unterschiedlich geformten Teile einer Teleskopmontierung in Kategorien eingeordnet werden, so dass sich die einer Kategorie zugeordneten Elemente nach den gleichen Gesetzen behandeln lassen. Es sind dies:

1. stabförmige Elemente
2. plattenförmige Elemente
3. Elemente, die sich weder 1. noch 2. zuordnen lassen und individuell behandelt werden müssen.

In die Kategorie «*stabförmige Elemente*» fallen längliche, gestreckte Teile mit beliebiger Querschnittfläche

wie das Rohr, die Achsen, der Rohrsattel, die Säule, die Gabel und noch viele andere Teile. Ein typisches Beispiel für *Platten* sind die Achsflansche und in die Kategorie 3 wären die Lager und verschiedenen Verbindungselemente einzuordnen. Kompliziert geformte Teile, wie etwa die Achsgehäuse, lassen sich mit der *Schnittmethode* in stab- und plattenförmige Abschnitte aufgliedern, berechnen und mit dem  $\frac{1}{C}$ -Gesetz zur Steifigkeit des Teiles aufsummieren.

In der Abb. 6.1 ist schematisch ein Stab mit beliebiger Querschnittform dargestellt, der an einem Ende eingespannt und am anderen Ende durch eine Kraft  $F$  belastet wird. Von diesem Stab soll die Querschnittfläche  $A$  und das Flächenträgheitsmoment  $J$  bekannt sein. Um den Zusammenhang zwischen der Steifigkeit und dem Richtungswinkel  $\beta$  aufzuzeigen genügt es, diesen in einem Quadranten zu untersuchen, wenn man voraussetzt, dass der Stab in allen Richtungen den gleichen Elastizitätsmodul  $E$  besitzt. Dies ist bei metallischen Werkstoffen in der Regel gegeben. Nicht erfüllt wäre

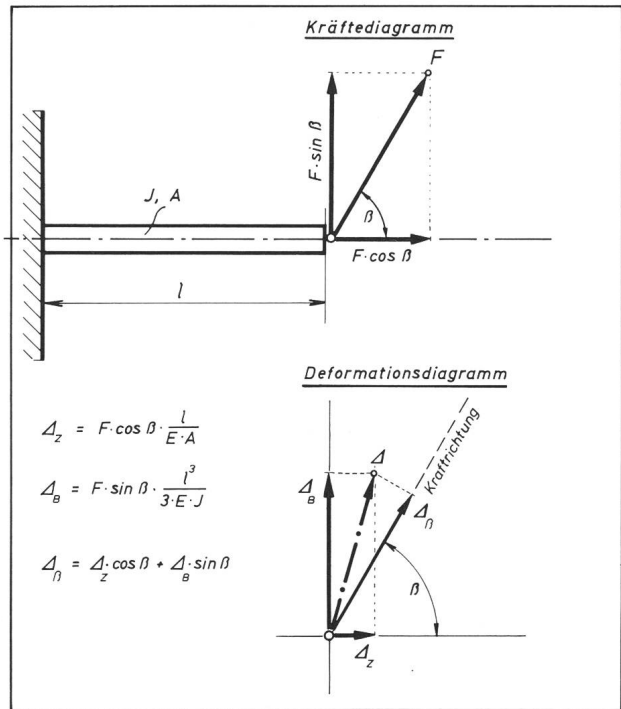


Abb. 6.1: Die Belastung eines stabförmigen Elementes in beliebiger Richtung. Eine Kraft  $F$  kann beliebig in Komponenten zerlegt werden. Im vorliegenden Fall in eine Zugkraftkomponente  $F \cdot \cos \beta$  und in eine Biegekomponente  $F \cdot \sin \beta$ . Jede dieser beiden Komponenten verursacht am Stab Auslenkungen  $\Delta_z$  und  $\Delta_\beta$ , die sich vektoriell zur Deformation  $\Delta$  summieren. Für die Steifigkeit in der Krafrichtung  $\beta$  ist jedoch nicht die Maximalauslenkung  $\Delta$ , sondern die Auslenkung  $\Delta_\beta$  massgebend.

diese Voraussetzung z.B. bei Holz. Bei isotropem E-Modul sind die 4 Quadranten gleichwertig und damit sind auch in spiegelbildlich einander zugeordneten Richtungen die Steifigkeiten  $c_\beta$  gleich gross. Die Auslenkung  $\Delta$  eines Stabes durch eine in  $0^\circ$  und  $180^\circ$  wirkende Kraft  $F$  (Zug- und Druckbelastung) ist:

$$\Delta_z = \frac{F}{c_z} = F \cdot \frac{l}{E \cdot A} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.1}$$

für  $90^\circ$  und  $270^\circ$  (Biegebelastung) ist:

$$\Delta_B = \frac{F}{c_B} = F \cdot \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot J} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.2}$$

und für einen beliebigen Richtungswinkel  $\beta$  (zusammengesetzte Belastung) ist:

$$\Delta_\beta = \frac{F}{c_\beta} = F \cdot \left( \frac{l}{E \cdot A} \cos^2\beta + \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot J} \sin^2\beta \right) \text{Gl. 6.3}$$

Daraus ergeben sich für den Stab die Zugsteifigkeit (Drucksteifigkeit)  $c_z$ , die Biegesteifigkeit  $c_B$  und die Steifigkeit  $c_\beta$  für einen beliebigen Richtungswinkel  $\beta$  zu:

$$c_z = \frac{E \cdot A}{l} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.4}$$

$$c_B = \frac{3 \cdot E \cdot J}{l^3} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.5}$$

$$c_\beta = \frac{1}{\frac{l}{E \cdot A} \cos^2\beta + \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot J} \sin^2\beta} \dots \dots \text{Gl. 6.6}$$

Zum Begriff «*Biegesteifigkeit*» ist noch eine Anmerkung notwendig. Bei Stabtragwerken versteht man unter *Biegesteifigkeit* den Ausdruck  $E \cdot J$ . Hier wird jedoch das Wort «*Biegefestigkeit*» in seiner allgemeinen Bedeutung gebraucht.

### 6.3 Der Schlankheitsgrad

Für die weiteren Betrachtungen soll der Begriff des *Schlankheitsgrades* eingeführt werden, da mit ihm einige wichtige konstruktive Aspekte des Montierbaues elegant formuliert werden können. *Unter dem Schlankheitsgrad*  $\lambda$  eines Stabes versteht man den Ausdruck

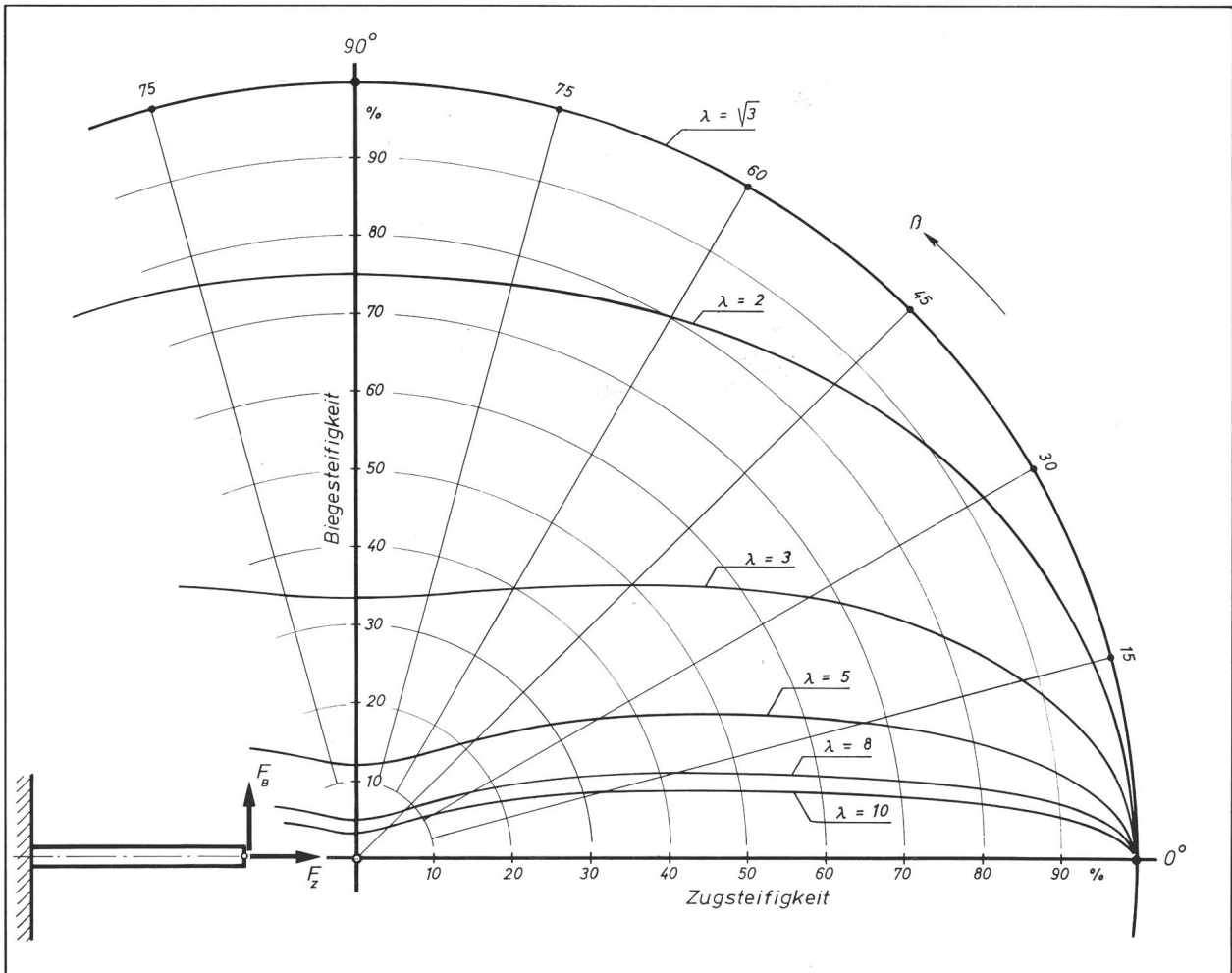


Abb 6.2: Die Winkelabhängigkeit der Steifigkeit des ausragenden Stabes. Das Diagramm zeigt den Steifigkeitsverlauf eines stabförmigen Elementes in Funktion des Richtungswinkels. Die im ersten Quadranten dargestellten Kurven gelten spiegelbildlich auch für die anderen Quadranten und zeigen, dass schon bei einem mittleren Schlankheitsgrad ( $\lambda > 5$ ) die Steifigkeit bei einer geringen Abweichung von der Zugrichtung stark abfällt.

$$\lambda = 1 \cdot \sqrt{\frac{A}{J}} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.7}$$

Ein schlanker Stab ist demnach ein Stab mit grösserer Länge  $l$  und einem grossen  $\frac{A}{J}$ -Verhältnis. Die Schlankheit ist eine anschauliche und treffende Grösse. Das Gegenteil von einer schlanken, länglichen, gestreckten Form ist ein kurzes, gedrungenes, dickes Gebilde. Bei solchen Teilen wird man an die Formen einer Kugel, eines Würfels oder an einen kurzen dicken Zylinder denken. Setzt man den Schlankheitsgrad in die Gl. 6.5 und 6.6 ein, dann ergeben sich für die Biegesteifigkeit  $c_B$  und die allgemeine Steifigkeit  $c_\beta$  die Formeln:

$$c_B = c_Z \cdot \frac{3}{\lambda^2} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.8}$$

und

$$c_\beta = c_Z \cdot \frac{1}{\cos^2\beta + \frac{\lambda^2}{3} \cdot \sin^2\beta} \dots \dots \dots \text{Gl. 6.9}$$

Die Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit, mit dem Schlankheitsgrad als Parameter, ist in der Abb. 6.2 dargestellt. Man sieht, dass bei schlanken, stabförmigen Teilen die Biegesteifigkeit im Vergleich zur Zugsteifigkeit klein ist. Zudem ist zu erkennen, dass schon bei einer kleinen Richtungsänderung von  $0^\circ$  bzw.  $180^\circ$  die Steifigkeit stark absinkt. Daher wirkt sich ein Element mit geringer Biegesteifigkeit, im Rahmen der Gesamtstruktur, in einem grossen Winkelbereich nachteilig aus. Um die Bedeutung des Schlankheitsgrades bei stabförmigen Teilen hervorzuheben, ist in der Abb. 6.3 die Biegesteifigkeit über  $\lambda$  aufgetragen. Nun ist leicht einzusehen, dass bei Amateurmontierungen eine möglichst grosse *Steifigkeitsisotropie* wünschenswert wäre, denn die Teile besitzen in der Gesamtstruktur und bei verschiedenen Rohrlagen eine recht unterschiedliche Orientierung und auch die Kräfte können in verschiedenen Richtungen auf das System einwirken. Mit anderen Worten, es sind an den Teilen mehr oder weniger alle Belastungsrichtungen möglich. Daher wäre ein Schlankheitsgrad von 1,73, entsprechend  $c_Z = c_B$  anzustreben. Bei der Konstruktion kann man jedoch selten ganz frei über den Schlankheitsgrad verfügen, da sich bei vielen Teilen schon aus Funktionsgründen ein  $\lambda > 1,73$  aufzwingt.

Anhand dieser Betrachtungen lassen sich zwei für die Konstruktion wichtige Merksätze formulieren:

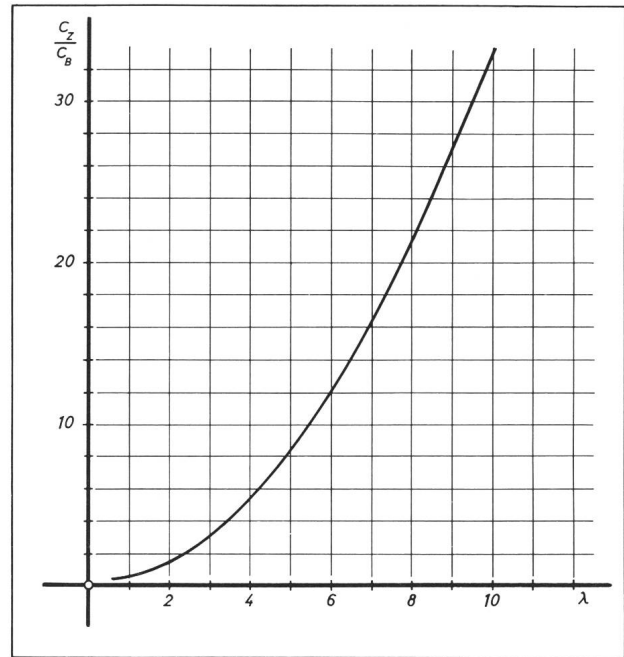


Abb. 6.3: Der Schlankheitsgrad und das Steifigkeitsverhältnis des auskragenden Stabes. Mit zunehmendem Schlankheitsgrad  $\lambda$  fällt die Biegesteifigkeit im Verhältnis zur Zugsteifigkeit immer mehr ab. Bei einem Schlankheitsgrad von 6 ist die Biegesteifigkeit  $1/12$  und bei 10 nur noch  $1/33$  der Zugsteifigkeit.

- Die meisten Teile einer Teleskopmontierung besitzen aus funktionellen Gründen einen Schlankheitsgrad  $\lambda > 1,73$ . Bei diesen Teilen ist die Zug/Drucksteifigkeit wesentlich grösser als die Biegesteifigkeit. Bei der Konstruktion ist daher das Augenmerk in erster Linie der Biegesteifigkeit zuzuwenden.**
- Bei Teleskopmontierungen sind nicht schlanke Formen, sondern gedrunge und kompakt gestaltete Teile anzustreben. «Schlankheit» ist bei Teleskopmontierungen kein erstrebenswertes «Schönheitsideal»!**

Diese beiden sehr allgemein gehaltenen Sätze werden noch zu differenzieren und präziser zu fassen sein.

1) Für die Biege- und Torsionssteifigkeit eines Stabes ist nicht die Querschnittfläche  $A$ , sondern das *Flächenträgheitsmoment*  $J$  massgebend. Es ist eine für den Montierungsbau wichtige Grösse, auf die noch näher eingegangen wird.

Zuschriften an den Verfasser:  
H.G. ZIEGLER, Hertensteinstrasse 23, CH-5415 Nussbaumen

## Bibliographie

J.H. MALLAS, E. KREIMER. *The Messier Album*. Sky Publishing Corporation 49 Bay State Road, Cambridge, Massachusetts 02138, U. S. A. Preis: \$ 9.50.

Die Besonderheit dieses 248 Seiten umfassenden Buches ist wohl der erste historische Teil. Prof. GINGERICH stellt in einem ersten Kapitel Leben und Werk des französischen Astronomen CHARLES MESSIER vor. Das zweite Kapitel «Messier's Own Catalogue» ist eine Faksimile-Reproduktion von Messier's eigener Veröffentlichung aus dem Jahre 1787 (erstmal veröffentlicht wurde der Nebelkatalog auf 40 Seiten in «Connaissance des Temps»). In diesem Katalog hat Messier jedem Objekt einen kurzen Kommentar über Sichtbarkeit und Erscheinungsform mitgegeben.

Es folgen in den beiden nächsten Kapiteln die eigentlichen Arbeiten der beiden Herausgeber. Mit Hilfe eines 4-inch Unitron Refraktors wurden sämtliche Messier-Objekte visuell beobachtet. Ausserdem wurden ebenfalls alle Objekte mit einem 12½-inch-Reflektor fotografiert. Auf 160 Seiten werden dann alle Objekte von M 1 bis M 110 vorgestellt. Neben der fotografischen Aufnahme geben Kärtchen Hinweise auf die Positionen und Zeichnungen auf die visuellen Erscheinungsformen.

Anregungen zu eigenem Beobachten und Farbfotos von ausgewählten Messier-Objekten beschliessen das vorliegende Buch. Dieses in englischer Sprache verfasste Buch darf sicher allen Nebel- und Galaxien-Beobachtern empfohlen werden.

P. GERBER