

**Zeitschrift:** Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft  
**Herausgeber:** Schweizerische Astronomische Gesellschaft  
**Band:** 43 (1985)  
**Heft:** 208

**Artikel:** Détermination d'un lieu à l'aide de deux observations au sextant  
**Autor:** Behrend, Raoul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-899186>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Détermination d'un lieu à l'aide de deux observations au sextant

## Position du problème

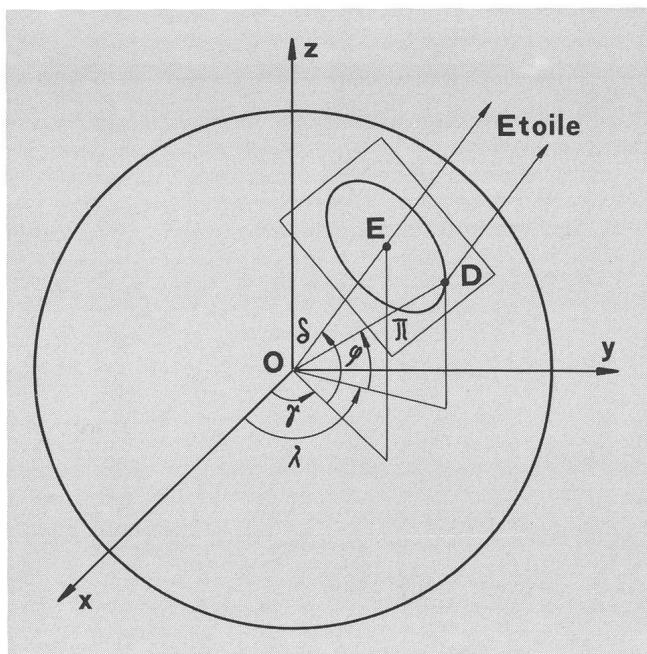
Ayant eu l'occasion de tenir en main un sextant, j'ai feuilleté plusieurs livres pour trouver une méthode rigoureuse pour la détermination d'un lieu. N'ayant rien trouvé de valable, j'ai développé la méthode suivante basée sur la géométrie analytique.

## Idées de base

On peut montrer que le lieu géométrique des endroits qui voient à un instant donné une étoile avec la même hauteur par rapport à l'horizontale est un cercle. Rappelons qu'un cercle est l'intersection d'un plan et d'une sphère. L'observateur D se trouve donc sur ce cercle. Avec deux observations, on obtient deux cercles qui se coupent en deux points. L'observateur se situe sur un de ces points qui sont en général très éloignés, ce qui facilite le choix. Il reste maintenant à mettre ces idées sous forme de formules...

## Partie mathématique

Afin de faciliter les calculs, posons le repère équatorial où E est le centre d'un cercle défini précédemment (Fig.)



$$\text{On a } \vec{OE} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \delta \\ \sin \beta \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix} \cdot \sin h = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (1)$$

où h = hauteur corrigée de la réfraction de l'étoile sur l'horizontale (éventuellement aussi de la parallaxe)

δ = déclinaison de l'étoile

α = ascension droite de l'étoile

γ = temps sidéral de Greenwich à l'heure d'observation

β = γ - α = longitude de E

Plaçons un plan de travail

$$\Pi : ax + by + cz + d = 0 \text{ avec } d = -\sin^2 h \quad (2)$$

Après avoir mis des indices 1 pour la première observation, faisons de même avec la seconde et l'indice 2.

$$\text{On obtient } \begin{cases} \Pi_1 : a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0 \\ \Pi_2 : a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0 \end{cases}$$

Calculons l'intersection de ces deux plans. Il s'agit de la droite définie par

$$\vec{OD} = \begin{pmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \end{pmatrix} = \vec{OP} + \mu \vec{V} \text{ avec } \vec{V} = \vec{OE}_1 \times \vec{OE}_2 = \begin{pmatrix} b_1 c_2 - b_2 c_1 \\ -a_1 c_2 + a_2 c_1 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

Les calculs se simplifient si on pose  $\vec{OP} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}$

Par élimination de  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ , on obtient

$$P_z = \frac{b_1 d_2 - b_2 d_1}{b_2 c_1 - b_1 c_2} \text{ ainsi que } P_y = \frac{d_1 + c_1 \cdot P_z}{-b_1} \quad (3.1)$$

Cherchons maintenant l'intersection de cette droite avec la sphère, en se rappelant que  $\|\vec{OD}\| = 1$  :

$$\mu_{1,2} = \frac{-P_y \cdot V_y - P_z \cdot V_z \pm ((P_y \cdot V_y + P_z \cdot V_z)^2 - \|\vec{V}\|^2 \cdot (\|\vec{OP}\|^2 - 1))^{0.5}}{\|\vec{V}\|^2} \quad (4)$$

En injectant  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dans (3) on trouve  $\vec{OD}_1$  et  $\vec{OD}_2$

On voit tout de suite que  $\lambda = \arctan \frac{Dy}{Dx}$  (5)

$$\text{et } \phi = \arctan \frac{Dz}{(Dx^2 + Dy^2)^{0.5}}$$

On a maintenant les deux lieux qui satisfont aux deux observations:  $(\lambda_1 ; \phi_1)$  et  $(\lambda_2 ; \phi_2)$

## Application

Nous avons fait deux observations du Soleil:

1. le 28 décembre 1983 à 11<sup>h</sup>31<sup>m</sup>36<sup>s</sup> TU

α = 18<sup>h</sup>26<sup>m</sup>49<sup>s</sup> et δ = -23°17'56"

Hauteur corrigée du centre h = 19,617°

On a β = 352,567° et δ = -23,299° donc

Π<sub>1</sub> : 0,30576x - 0,03989y - 0,13279z - 0,11272 = 0

2. le 15 avril 1984 à 14<sup>h</sup>28<sup>m</sup>47<sup>s</sup> TU  
 $\alpha = 01^{\text{h}}35^{\text{m}}41^{\text{s}}$  et  $\delta = +09^{\circ}58'17''$   
 tandis que  $h = 37,535^{\circ}$   
 $\beta = 37,202^{\circ}$  et  $\delta = 9,971^{\circ}$   
 $\Pi_2 : 0,47794x + 0,36281y + 0,10549z - 0,37118 = 0$

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,39144 \\ -1,26683 \end{pmatrix} \quad \vec{V} = \begin{pmatrix} 0,04397 \\ -0,09572 \\ 0,13000 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \mu_1 = 15,378 \\ \mu_2 = 5,9021 \end{matrix}$$

$$\vec{OD}_1 = \begin{pmatrix} 0,67617 \\ -0,08060 \\ 0,73233 \end{pmatrix} \quad \vec{OD}_2 = \begin{pmatrix} 0,25951 \\ 0,82649 \\ -0,49957 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = -6,797^{\circ} = -27^{\text{m}}11^{\text{s}} \quad \lambda_2 = 72,568^{\circ}$$

$$\phi_1 = 47,082^{\circ} = 47^{\circ} 04' 54'' \quad \phi_2 = -29,972^{\circ}$$

Les observations ayant été faites en Suisse, c'est la première solution qui est la bonne; elle correspond à La Chaux-de-Fonds.

**Remarques:**  
 Pour  $\gamma$ , on consultera par exemple l'annuaire du Bureau des Longitudes, Paris.

$$\left\| \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix} \right\|^2 = r^2 + s^2 + t^2$$

*Adresse de l'auteur:*  
 Observatoire de Miam-Globs, Raoul Behrend, Fiaz 45,  
 CH-2304 La Chaux-de-Fonds.

# Unser Teil des Universums

F. MOSSIG

HUBBLE stellte in den 20er Jahren fest, dass sich die Gestirne in dem von der Erde überschaubaren Bereich mit grosser Geschwindigkeit von uns fortbewegen; und von HUMASON wissen wir, dass diese Fluchtgeschwindigkeit mit der Entfernung wächst. Diese Proportionalität lässt sich mit  $H = \text{Fluchtgeschwindigkeit } v / \text{Radialentfernung } r$  ausdrücken; rechnermässige kmsec/mpsec. Die von HUBBLE erstmals genannten 540 kmsec und von EINSTEIN mit 432 kmsec wurden im Laufe der Zeit reduziert und heute hat sich die HUBBLE-Konstante auf 50 kmsec/mpsec stabilisiert. Zum Rechnen wird  $H$  gleichwertig mit  $15 \text{ kmsec}/10^6 \text{ LJ}$  verwendet.

Ein Gestirn in einer Entfernung von  $1.10^6 \text{ LJ}$  flüchtet also mit 15 kmsec, in  $2.10^6 \text{ LJ}$  Entfernung mit 30 kmsec, in  $3.10^6 \text{ LJ}$  Entfernung mit 45 kmsec und so fort. Ein Gestirn können wir verfolgen, bis es mit 300000 kmsec den überschaubaren Bereich verlässt.  $300000/H$  ergibt eine Distanz von  $20.10^9 \text{ LJ}$ . Die durch  $H$  bestimmte Proportionalität von  $v$  und  $r$  lässt sich also in einem Diagramm darstellen mit z.B. 1 bis  $20.10^9 \text{ LJ}$  als Abszisse und Fluchtgeschwindigkeiten von  $15.10^3$  bis  $300.10^3$  als Ordinate. An der Diagonale können wir Gestirne eintragen, deren Fluchtgeschwindigkeit bekannt ist.

Damit haben wir eine Übersicht über den von der Erde derzeit überschaubaren Bereich gewonnen, der ja nur einen kleinen Teil des Universums darstellt. Dabei erinnern wir uns an einen Ausspruch in den Astronomischen Lehrbriefen von HERMANN MUCKE: Wenn wir vom Universum sprechen, stehen uns nur die Daten aus dem überschaubaren Bereich zur Verfügung. - Was vorher war, wissen wir nicht und was nachher geschieht, wissen wir auch nicht: Behauptungen betreffend Alter und Grösse des Universums sind also Spekulation.

Von ihrem Einstieg mit 15 kmsec bis zu ihrem Ausstieg mit 300000 kmsec durchlaufen die Gestirne die Strecke von  $20.10^9 \text{ LJ}$ ; naheliegend die Frage: wie lange brauchen sie dazu? - Nehmen wir als Beispiel einen Stern in der Entfernung von  $10^9 \text{ LJ}$ ; das sind  $10^9 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$  bzw.  $9,46 \cdot 10^{21} = 946 \cdot 10^{19} \text{ km}$ . - In einer Milliarde Jahren legt der Stern bei der Fluchtgeschwindigkeit von  $15.10^3 \text{ kmsec}$   $10^9 \cdot 31,5 \cdot 10^6 \cdot 15.10^3 \text{ km} = 473.10^{18} \text{ km}$  zurück. - Das ergibt, dass der Stern zum Zurücklegen der ersten Milliarde LJ zwanzig Milliarden Jahre Zeit gebraucht hat. Für die 2. Milliarde LJ braucht der Stern nur die Hälfte und so fort, d.h., dass der Stern zum

Durchlaufen des überschaubaren Bereiches ein Mehrfaches der  $20.10^9$  Jahre gebraucht hat, die uns in der Literatur als Alter des Universums präsentiert werden.

Mittels Rotverschiebung wurde für die entferntesten Gestirne, die Quasare OQ 172 und PKS 2000-330, eine Fluchtgeschwindigkeit von 270000 kmsec gemessen. Das ergibt eine Distanz von ca.  $18.10^9 \text{ LJ}$ . Das heisst, das Licht von diesen Quasaren ist  $18.10^9$  Jahre auf dem Weg und wir sehen sie dort, wo sie vor  $18.10^9$  Jahren waren. Demnach sind sie in der gleichen Zeit mit, annähernd, Lichtgeschwindigkeit die gleichen LJ weitergewandert; sie befinden sich derzeit schon  $16.10^9 \text{ LJ}$  im Ungewissen, denn sie haben jetzt insgesamt  $36.10^9 \text{ LJ}$  zurückgelegt.

Mit  $20.10^9 \text{ LJ}$  ist der Radius des von der Erde überschaubaren Bereiches gegeben und offenbar die Grenze für das erdgebundene Instrumentarium. Offenbar sind die beiden Quasare nahe dieser Grenze mit der ihnen zugeschriebenen Rotverschiebung  $Z = 3,52$  bzw.  $Z = 3,78$ . Von Prof. ALBRECHT, zugeordnet dem Team des Space Telescope, haben wir, dass keine Gestirne über  $Z = 4$  beobachtet wurden. Angesichts der Schwierigkeit, die Rotverschiebung so weit entfernter Gestirne zu messen, sind die Dezimalen bei  $Z$  nicht cum grano salis zu werten.

Bis jetzt war angenommen worden, dass die Gestirne den überschaubaren Bereich mit, annähernd, Lichtgeschwindigkeit verlassen. In diesem Bereich gilt  $H = v/r$ . Das gilt nicht mehr, sobald sich bei Inangsetzung des Space Telescope der überschaubare Bereich schlagartig vergrössert und  $v/r$  unbrauchbar wird.

Es muss eine neue Beziehung zwischen Rotverschiebung und Fluchtgeschwindigkeit gefunden werden. Sie ist mit dem Ansatz

$$1 + Z = \sqrt{(c+v) / (c-v)}$$

gegeben, aus dem sich  $v$  berechnen lässt. Die Fluchtgeschwindigkeit kann nie die Lichtgeschwindigkeit erreichen, sie nähert sich ihr asymptotisch.

Für  $Z = 3$  ergibt sich eine Fluchtgeschwindigkeit von 265000 kmsec und für  $Z = 4$  eine Fluchtgeschwindigkeit von 277000 kmsec. Daraus ist auf dem Diagramm die H-Korrektur gezeichnet, da man als Grenze des erdgebundenen In-