Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 59 (2001)
Heft: 307

Artikel: Venustransit 2004
Autor: Blatter, Heinz / Montandon, Reny Oscar
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-897942

Venustransit 2004

HEINZ BLATTER, RENY OSCAR MONTANDON

Dieser Beitrag wurde ausgearbeitet im Rahmen des «Projekt Venus 2004» der Astronomischen Vereinigung Zürich -AVZ.

1. Historischer Hintergrund

Die ersten Schritte zur Bestimmung der Abstände der Sonne und des Mondes von der Erde auf Basis von Beobachtungen, Messungen und deren Auswertungen, mittels Geometrie und Trigonometrie, und nicht nur durch blosse Mutmassungen, wurden von den alten Griechen unternommen. Der Astronom ARISTARCHOS VON SAMOS (um 310-230 v. Chr.) hatte als erster die Idee, das Verhältnis der Abstände zu Sonne, d_{es}, und Mond, d_{em}, zu bestimmen, indem man im Zeitpunkt der Dichotomie (Halbmond), den Winkel α im Rechtwinkligen Dreieck Erde-Mond-Sonne (Abb. 1) misst. ARISTARCHOS gab als Wert für den Winkel $\alpha = 87°$ an, und für das Abstandsverhältnis in heutiger Schreibweise

$$\frac{d_{em}}{d_{es}} = \frac{1}{\sin 3°} \approx 19 , \qquad (1)$$

die als Aristarchsche Zahl bekannt wurde. Eigentlich lautete ARISTARCHO's Behauptung: «Die Entfernung Erde-Sonne ist mehr als 18 mal aber weniger als 20 mal die Entfernung Erde-Mond». Sein Beweis, wofür drei Seiten benötig werden, ist in Heath (1981) angegeben.

Die Idee der Methode ist richtig, das Ergebnis war jedoch falsch, weil sie an der Schwierigkeit scheiterte, den Zeitpunkt der Dichotomie durch Beobachtung genau zu bestimmen. Wie der Mathematiker und Astronomiehistoriker NEUGEBAUER (1983, Seiten 361-369, bzw. 320-325) vermerkt, war ARISTARCHOS um eine theoretische Lösung der Aufgabe bemüht: «ARISTARCHO's value of 87° is purely fictious». Mit dieser Zahl und Beobachtungen von Mondfinsternissen kam ARISTARCHOS ferner zum Schluss, dass die Entfernung Erde-Mond 19 Erdradien beträgt (Heath, 1981, Seiten 338/339).

Später hat sich HIPPARCHOS VON NIKAIA (um 180-127 n. Chr.), Astronom und Geograph, mit demselben Problem befasst. Nach dem Text von PAPPOS VON ALEXANDRIA (um 160 n. Chr.), hat HIPPARCHOS nach drei verschiedenen Annahmen den Abstand Erde-Sonne auf 490 Erdradien gesetzt (van der Waerden, Seite 190). Oft wird der Wert von 2490 Erdradien (Hultsch, 1900) angegeben, aber wie Swerdlow (1969) nachgewiesen hat, ist der Wert 490 richtig überliefert (van der Waerden, 1998, Seite 191). Nach Beobachtungen der Dauer von Mondfinsternissen und in Anbetracht, dass die Summe des scheinbaren Radius der Sonne und des Mondschattens in der Ebene des Mondes gleich der Summe der Sonne- und Mond-Horizontalparallaxe ist, bestimmte HIPPARCHOS die mittlere Entfernung Erde-Mond (im zweiten Buch) auf $67^1/_3$ Erdradien (AKKER und JASCHEK, 1981, Aufgabe 22; ROTH, 1996, Kapitel 7 und 8; ROTH, HÜGLI und Städeli, 1996, Seiten 12-14).

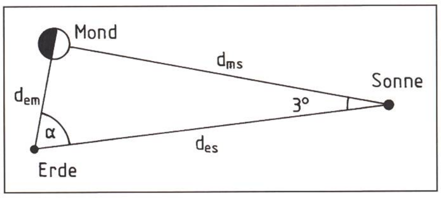


Abbildung 1: Phase des halbbeleuchteten Mondes

Noch im Altertum ist CLAUDIUS PTOLEMAIOS (85-160 n. Chr.), Astrologe, Mathematiker, Astronom, Geograph und anderes mehr, als berühmtester und einflussreichster Wissenschaftler zu berücksichtigen. In seinem Werk, dem sogenannten «Almagest», erwähnt er nicht nur die Arbeiten von ARISTARCHOS und HIPPARCHOS, sondern berichtet ebenfalls über die Resultate seiner eigenen Auswertungen. Darin gibt er für die Entfernung Erde-Sonne 1210 Erdradien, d. h. eine Horizontal-Parallaxe von 3 Bogenminuten, und für die Entfernung Erde-Mond 59 Erdradien an.

Tabelle 1: Historische Werte.

	mittlere Entfernung Erde-Mond d_{em}	mittlere Entfernung Erde-Sonne d_{es}	Verhältnis $d_{es} : d_{em}$	Horizontal-parallaxe der Sonne
Aristarchos	19	360	19	9.5'
Hipparchos	$67\,^1/_3$	490	7.3	7'
Ptolemaios	59	1210	20	3'
heutiger Wert	60.3	23481	389	8.8"

In der Tabelle 1 sind die Daten zusammengefasst, wo die Entfernungen in mittleren Erdradien mit 6371 km angegeben sind. Die Aristarchsche Zahl zusammen mit der Horizontal Sonnenparallaxe von PTOLEMAIOS galten bis ins 17. Jahrhundert. Die siderischen Umlaufszeiten der Planeten waren durch Beobachtung von deren synodischen Umlaufzeiten bekannt. Nachdem JOHANNES KEPLER (1571-1630) sein drittes Gesetz im Jahre 1619 im «Harmonice Mundi» veröffentlichte, war es dann möglich, die mittleren Entfernungen der Planeten zur Sonne zu bestimmen, und zwar in Einheiten der mittleren Entfernung Erde-Sonne, die später «Astronomische Einheit», AE, genannt wurde. Dies brachte KEPLER zu folgender richtiger Überlegung: Da Mars sich während seiner Opposition zur Erde bis auf 0.37 AE nähert, müsste Mars eine Horizontal-Parallaxe von ca. 7' aufweisen, falls die Horizontal-Sonnenparallaxe von 3' nach PTOLEMAIOS stimmt. KEPLER konnte aber keine Parallaxe vom Mars feststellen, worauf er schliesst, dass die Sonne viel weiter entfernt ist als angenommen. Durch seine Einsichten über die himmlische Harmonie kam er auf eine Sonnen-Horizontalparallaxe von 60''.

Gerade das dritte Keplersche Gesetz war Ausgangspunkt für neue Anstösse zur Bestimmung der Entfernungen im Sonnensystem und darüber hinaus zu den nächsten Sternen. Die relativen Entfernungen im Sonnensystem waren damit bekannt, man müsste nun die absoluten Entfernungen bestimmen können. Wenn es einmal gelingt, eine Entfernung zwischen der Erde und einem Planet durch Parallaxe zu bestimmen, dann wäre die Aufgabe weitgehend gelöst. Bei der Mars-Opposition von 1672 bot sich eine ausgezeichnete Gelegenheit. Während GIOVANNI DOMENICO (Jean Dominique) CASSINI (1625-1712), Direktor der Pariser Sternwarte, den Ort des Mars unter den Fixsternen in Paris bestimmte, erledigte dieselbe Aufgabe sein Assistent, JEAN RICHER (1630-1696) von Cayenne aus. CASSINI berechnete dann die Sonnen-Horizontalparallaxe auf 9.5''.

Zur selben Zeit versuchten andere Astronomen der Pariser Sternwarte, JEAN PICARD (1620-1682) und PHILIPPE DE LA HIRE (1640-1718), ebenfalls die Sonnen-Horizontalparallaxe zu bestimmen. Der Erste kam durch eigene Beobachtungen auf eine Sonnen-Horizontalparallaxe von 20'', während der Zweite so grosse Abweichungen zwischen den Ergebnissen feststellte, dass er schlussendlich als Kompromiss – comme par accommodement – einen Wert von höchstens 6'' angenommen hat. (Cassini, 1772, Seiten 121-123). Gleichzeitig kam der erste Britische «Astronomer Royal», JOHN FLAMSTEED (1646-1719), durch seine eigenen Beobachtungen von Townley, Lancashire, England aus, zu einem Wert von höchstens 10'' für die Sonnen-Horizontalparallaxe.

Die Unsicherheit blieb also. Mars war dafür ungeeignet, weil er sich als Scheibe anbot. Darüber hinaus war damals die Bestimmung der geographischen Länge immer noch ein schwieriges Problem. Eine Bestimmung der Parallaxe direkt mit der Sonne versagte, weil der Parallaxwinkel sehr klein ist, ein fester Punkt auf der Sonnenoberfläche fehlt und die Hintergrundsterne nicht zu sehen sind.

Im November 1677 beobachtete EDMOND HALLEY (1656-1742), der später der zweite «Astronomer Royal» wurde, einen Merkurdurchgang vor der Sonnenscheibe von der Insel St. Helena aus. Dies brachte HALLEY auf die Idee, die Sonnenparallaxe durch Beobachtung eines Venusdurchgangs vor der Sonnenscheibe zu bestimmen. Bei der unteren Konjunktion nähert sich die Venus der Erde auf eine Entfernung von rund 0.26 AE, gegenüber einer Entfernung des Mars von 0.37 AE bei einer Opposition. Der wesentliche Vorteil in der Methode von HALLEY (1716) war, dass man statt Winkelmessungen Zeitmessungen durchführte. Der Grund war, dass anstelle von Winkelmessungen viel genauere Zeitmessungen benutzt werden können. Durch Messung der Durchgangszeiten der Venus vor der Sonnenscheibe, von zwei weit entfernten Orten auf der Erde aus (Abb. 3), bestimmte man zuerst die Venusparallaxe, und dann mit dem dritten Keplerschen Gesetz die gesuchte Entfernung Erde-Sonne, bzw. die Horizontal-Sonnenparallaxe. HALLEY schrieb in seinem Bericht; «Hierdurch kann die Sonnenparallaxe bis auf ihren 500. Teil gefunden werden».

Die Methode war richtig, die Resultate aus den nächsten Venusdurchgängen von 1761 und 1769, die HALLEY nicht mehr erleben durfte, entsprachen zunächst nicht den in die Methode gesetzten Erwartungen. Insbesondere verunmöglichte die unerwartete Erscheinung des «Schwarzen Tropfens» die geforderte Genauigkeit in der Bestimmung der Durchgangszeiten. Dazu kamen die damaligen Schwierigkeiten, geographische Längen genau zu bestimmen und die Tatsache, dass mit den Kepler'schen Gesetzen nur die mittleren Abstände der Planeten zur Sonne berechnet werden konnten. Es muss doch beachtet werden, dass spätere Auswertungen der vielen Berichte zu den Venusdurchgängen durch EULER, ENCKE, NEWCOMB und anderen schliesslich einen Wert der Horizontal-Sonnenparallaxe ergaben, der nicht mehr weit vom modernen Wert entfernt war.

Bemerkung: Heute ist die Astronomische Einheit eine abgeleitete Astronomische Konstante, 1 AE = 1.49597870 $\cdot$ 10^{11} m (IAU, 1976), bzw. 1 AE = 1.4959787061 $\cdot$ 10^{11} m (IERS, 1992). Die grosse Halbachse der Erdbahn ist annähernd gleich einer Astronomischen Einheit. (IAU: International Astronomical Union. IERS: International Earth Rotation Service)

2. Venustransits

2.1 Zeitliche Folgen der Transits

Venustransits vor der Sonnenscheibe sind seltene Ereignisse. Das hängt damit zusammen, dass das Zeitfenster für einen Transit nur ein bis zwei Tage vor und nach einem Knotendurchgang der Venus offen ist. In dieser Arbeit sollen nur erste Näherungen der zeitlichen Muster und des Ablaufs eines Transits beschrieben werden. Um diese Verhältnisse auch numerisch abschätzen zu können, sind in der Tabelle (2) die Werte der relevanten Bahn- und Rotationselemente gegeben.

Da 5 synodische Venusumläufe fast genau 8 Jahre brauchen (Tabelle 3), besteht die Möglichkeit, dass 8 Jahre nach einem Venustransit wieder ein Transit im gleichen Knoten möglich ist. Die Knoten einer Planetenbahn liegen exakt auf gegenüberliegenden Seiten der Sonne. Bei nahezu kreisförmigen Bahnen, wie der Erdbahn, wird ein Umlauf um die Sonne durch gegenüberliegende Bahnpunkte ziemlich genau halbiert. Aus Tabelle (3) sieht man, dass 105.5, 113.5, 121.5 und 129.5 Jahre nach einem Venustransit in einem Knoten wieder ein Venustransit im anderen Knoten möglich ist.

Tabelle 2: Bahnelemente: a grosse Halbachse der Bahn, e Exzentrizität, i Neigung der Bahnebene zur Ekliptik, Ω Länge des aufsteigenden Knotens, ω Länge des Perihels, T_{sid} siderische Umlaufszeit, T_{syn} synodische Umlaufszeit, r mittlerer Planetenradius.

Element	Venus	Erde
a	108'200'000 km	149'600'000 km
e	0.0068	0.0167
i	3.394°	–
Ω	76°	–
ω	130.5°	101.5°
T_{sid}	224.701 Tage	365.256 Tage
T_{syn}	583.92 Tage	–
r	6052 km	6371 km

Die Tabelle (4) zeigt als Beispiele zwei Serien von Venustransits in den nächsten 600 Jahren und in den 1000 Jahren vor Christus (MEEUS, 1958). Die Beispiele zeigen, dass verschiedene zeitliche Muster möglich sind, insbesondere auch, dass die 8-Jahres Paare auch ausfallen können.

Tabelle 3: Synodische UmLäufe der Venus

Anzahl synodische Umläufe	Anzahl Jahre
5	7.9933
61	97.518
66	105.5115
71	113.5048
76	121.4981
81	129.4914

2.2 Geometrie eines Transits: erste Näherung

Für die Berechnungen in erster Näherung nehmen wir für Venus und Erde kreisförmige Bahnen an, mit den Bahnradien $d_{vs} = 108.2 \cdot 10^6$ km und $d_{es} = 149.6 \cdot 10^6$ km und den entsprechenden Bahngeschwindigkeiten $\upsilon_v = 35.02$ km/s und $\upsilon_e = 29:79$ km/s. Die scheinbare Bewegung ω_v der Venus am Sternenhimmel bei einem Transit ist dann (Abb. 2a)

$$\omega_\upsilon = k_1 \frac{\upsilon_v - \upsilon_e}{d_{ev}} = 0.0261''/\text{s}\ , \qquad (2)$$

wobei $d_{ev} = d_{es} - d_{vs}$ der Abstand Erde-Venus und $k_1 = 180 \cdot 3600 = \pi = 2.062648 \cdot 10^5$ der Umrechnungsfaktor von Bogenmass in Bogensekunden ist.

Die scheinbare Bewegung ω_s der Sonne am Sternenhimmel ist entsprechend (Abb. 2b)

$$\omega_s = k_1 \frac{\upsilon_e}{d_{es}} = 0.0411''/\text{s}\ . \qquad (3)$$

Da die beiden scheinbaren Bewegungen gegenläufig sind, wird die scheinbare Bewegung der Venus relativ zur Sonne

$$\omega_{vs} = \omega_v + \omega_s = 0.0672''/\text{s}\ . \qquad (4)$$

Datum	Knoten	Zeit seit dem vorigen Transit	Datum	Knoten	Zeit seit dem vorigen Transit
08.06.2004	aufsteigend	121.5	21.05.-912	aufsteigend	8
05.06.2012	aufsteigend	8	22.11.-791	absteigend	121.5
11.12.2117	absteigend	105.5	19.11.-783	absteigend	8
08.12.2125	absteigend	8	22.05.-669	aufsteigend	113.5
11.06.2247	aufsteigend	121.5	22.11.-548	absteigend	121.5
09.06.2255	aufsteigend	8	19.11.-540	absteigend	8
12.12.2360	absteigend	105.5	22.05.-426	aufsteigend	113.5
10.12.2368	absteigend	8	23.11.-305	absteigend	121.5
12.06.2490	aufsteigend	121.5	22.05.-183	aufsteigend	121.5
10.06.2498	aufsteigend	8	22.11.-62	absteigend	121.5
15.12.2603	absteigend	105.5	23.05.60	aufsteigend	121.5
13.12.2611	absteigend	8	22.11.181	absteigend	121.5

Tabelle 4: Venustransite (Meeus, 1958)

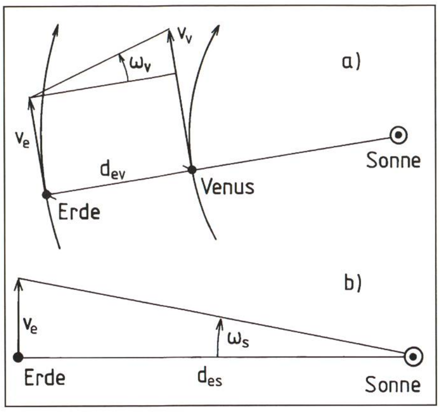


Abbildung 2: Zur scheinbaren Bewegung der Venus und der Sonne

Bei einem scheinbaren Durchmesser der Sonne von $\delta_s = 0.533\,°$ (1920'') braucht die Venus 7.9365 Stunden für einen zentralen Transit.

Zur Zeit von HALLEY waren weder die Abstände d_{ev} und d_{es} zwischen Erde und Venus oder Erde und Sonne, noch die Bahngeschwindigkeiten bekannt. Zum gleichen Resultat gelangt man aber auch mit der Kenntnis der synodischen und siderischen Umlaufszeiten von Venus und Erde, die damals bekannt waren. Relativ zu einem rotierenden Koordinatensystem, in dem die Verbindungslinie Erde-Sonne fixiert ist, beschreibt die Venus einen Umlauf von 360° in der Zeit eines synodischen Umlaufs T_{syn} mit einer Winkelgeschwindigkeit von

$$\omega_{syn} = \frac{360\,k_2}{T_{syn}} = 0.0257''/\text{s}\,, \qquad (5)$$

wobei $k_2 = 1/24$ der Umrechnungsfaktor von Winkelgrad pro Tag in Bogensekunden pro Sekunde ist. Mit dieser Winkelgeschwindigkeit und dem Bahnradius d_{vs} der Venus kann die synodische Bahngeschwindigkeit relativ zu diesem rotierenden System berechnet werden:

$$\upsilon_{syn} = \frac{1}{k_1}\,\omega_{syn}\,d_{vs}\,. \qquad (6)$$

Das ist die Geschwindigkeit der Venus senkrecht und relativ zur Linie Erde-Sonne während eines Transits. Die entsprechende scheinbare Bewegung der Venus von der Erde aus gesehen ist dann auch die gesuchte scheinbare Bewegung der Venus relativ zur Sonne:

$$\omega_{vs} = k_1 \frac{\upsilon_{syn}}{d_{ev}} = \omega_{syn} \frac{d_{vs}}{d_{ev}} = 0.0672''/\text{s}\,, \qquad (7)$$

was dem Resultat in Gleichung (4) entspricht. Gleichung (7) war zu HALLEYS Zeiten auswertbar, da das Abstandsverhältnis $d_{vs} = d_{ev}$ mit Hilfe des 3. Kepler-Gesetzes berechenbar war.

Wie gross darf der Abstand h der Venus von der Ekliptik sein, damit ein Transit vor der Sonnenscheibe mit einem scheinbaren Durchmesser von $\delta_s = 32'$ möglich ist? Mit der Abb. 3a finden wir

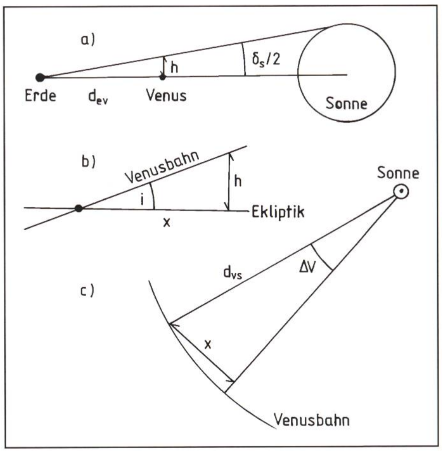


Abbildung 3: Bedingungen für einen Transit der Venus vor der Sonnenscheibe.

$$\frac{\delta_s}{2} = \frac{h}{d_{ev}} \qquad (8)$$

woraus $h = 192700$ km folgt. Um diese Bedingung zu erfüllen, darf die Venus einen maximalen Abstand x von der Knotenlinie haben (Abb. 3b):

$$i = \frac{h}{x} \qquad (9)$$

Gleichungen (8) und (9) können nach h aufgelöst und gleichgesetzt werden:

$$x = d_{ev}\,\frac{\delta_s}{2i} = 3\,253\,000 \text{ km}\,, \qquad (10)$$

Die Differenz ΔV der Anomalie zum Knotendurchgang der Venus darf damit maximal

$$\Delta V = k_1 \frac{x}{d_{vs}} = 1.723° \qquad (11)$$

werden (Abb. 3c), und das Zeitfenster für einen Venustransit dauert nur etwa 3.4 Tage, da sich die Erde im Mittel pro Tag um 360/365.256 = 0.986° auf ihrer Bahn bewegt. Fünf synodische Umläufe der Venus sind nur 2.44 Tage kürzer als 8 Jahre. Das bedeutet, dass zwei entsprechende (nach 8 Jahren) Konjunktionen Erde-Venus sich nur um 2.4° in der Anomalie unterscheiden. Deshalb sind Paare von Venustransits mit 8 Jahren Abstand möglich. Nach weiteren 5 synodischen Umläufen ist der Rückstand mit 4.88 Tagen schon zu gross für einen Transit. Nach einem nahezu zentralen Transit, bei dem die Venus sehr nahe beim Knoten liegt, können auch die 2.44 Tage Rückstand nach 5 synodischen Umläufen zu gross sein für einen weiteren Transit (siehe auch Tabelle 4).

2.3 Grössenverhältnisse

Der scheinbare Durchmesser δ_v der Venus (Radius r_υ) während eines Transits ist (Abb. 4a):

$$\frac{\delta_s}{2} = k_1 \frac{r_v}{d_{ev}}\,, \qquad (12)$$

womit $\delta_v = 60.3''$ folgt. Die maximale Parallaxe α für die momentane Beobachtung des Transits von verschiedenen Punkten der Erde aus ist durch den Erddurchmesser $2\,r_e$ gegeben (Abb. 4b):

$$\alpha = k_1 \frac{2r_e}{d_{ev}}\,, \qquad (13)$$

woraus $\alpha = 63.5''$ folgt. Abbildung 4c zeigt eine Situation während eines Venustransits massstäblich. Die parallelen Linien begrenzen die möglichen Bahnen des Venusmittelpunktes von der Erde aus gesehen.

2.4 Einfluss der Erdrotation

Allen bisherigen Überlegungen lag die Annahme zugrunde, dass ein Beobachter auf einer nichtrotierenden Erde steht und er sich gleich schnell wie der

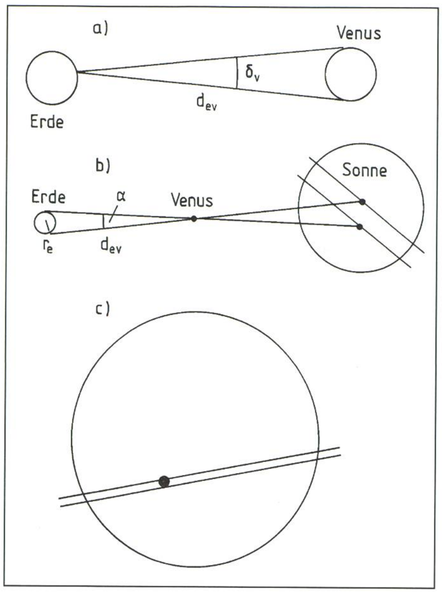


Abbildung 4: Zur scheinbaren Grösse und der maximalen Parallaxe der Venus während eines Transits von der Erde aus gesehen.

Erdmittelpunkt bewegt. Durch die Rotation wird die Bewegung des Beobachters verändert. Der extremste Fall ist ein Beobachter auf dem Aequator am Mittag (Abbildung 5), bei der er sich mit der Erdrotation gegen die Umlaufsbewegung der Erde bewegt. Die Rotationsgeschwindigkeit eines Aequatorpunktes ist

$$\upsilon_{\rm rot} = \frac{2\pi r_{\rm e}}{P}\,, \qquad (14)$$

wobei r_e der Erdradius und P = 86164 s die siderische Tageslänge ist, womit υ_{rot} = 465 m/s wird. Die Geschwindigkeit dieses Beobachters ist demnach $\upsilon_b = \upsilon_e - \upsilon_{rot}$, was in Gleichung (2) anstelle von υ_e eingesetzt eine grössere Relativgeschwindigkeit zur Venus ergibt:

$$\omega_{\rm v} = k_1 \frac{\upsilon_{\rm v} - \upsilon_{\rm b}}{d_{\rm ev}} = 0.0284''/\mathrm{s}\,. \qquad (15)$$

Das heisst, dass die scheinbare Bewegung der Venus schneller wird. Umgekehrt ergibt υ_b in Gleichung (3) anstelle von υ_e eine kleinere Relativgeschwindigkeit zur Sonne, d.h. die scheinbare Bewegung der Sonne wird langsamer:

$$\omega_{\rm s} = k_1 \frac{\upsilon_{\rm b}}{d_{\rm es}} = 0.0404''/\mathrm{s}\,. \qquad (16)$$

Damit wird die Bewegung der Venus relativ zur Sonne mit $\omega_v + \omega_s$ = 0.0681"/s um etwa 1.3% schneller als im Fall ohne Rotation.

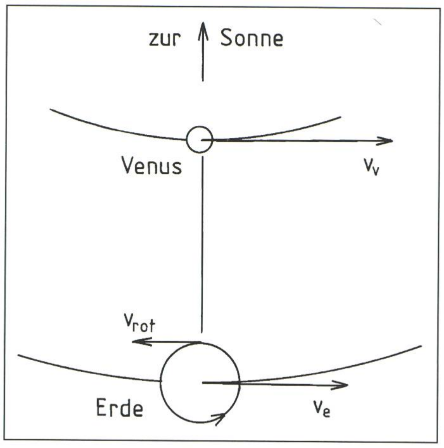


Abbildung 5: Zum Einfluss der Erdrotation auf die scheinbare Geschwindigkeit der Venustransits vor der Sonnenscheibe.

Der umgekehrte Fall trat bei der Beobachtung des Transits am 3. Juni 1769 von Vardø um «Mitternacht» (Polarsommer) auf, wo sich der Beobachter mit der Erdrotation in die gleiche Richtung wie die Umlaufsbewegung der Erde bewegte. Die scheinbare Relativbewegung war dabei um etwa 1% langsamer als ohne Rotation.

Die Richtung der Rotationsbewegung eines Beobachters auf der Erde verändert sich im Laufe des Transits. Dabei verändern sich nicht nur die Beträge der scheinbaren Bewegungen von Venus und Sonne, sondern auch die Richtungen. Weil die Erdachse schief auf der Ekliptik steht, hat die Drehbewegung eines Beobachters auf der Erde auch eine Komponente senkrecht zur Erdbahn, mit Ausnahme am wahren Sonnenmittag (oder Mitternacht). Diese vertikale Komponente verändert sich im Laufe des Transits, und als Folge wird die Bahn der Venus vor der Sonnenscheibe eine gekrümmte Linie (Abbildung 6).

3. Bestimmung der Parallaxen

3.1. Methode von Halley

Astronomische Distanzen können mit Parallaxen bestimmt werden, falls letztere gross genug sind und gemessen werden können. Planetenparallaxen sind gross genug, aber ihre Messung bedingt synchrone Beobachtungen von bekannten Punkten aus. Zur Zeit von Halley waren synchrone Messungen von weit auseinanderliegenden Orten auf der Erde schwierig. Halleys Methode benutzt die Messung der Dauer eines Venustransits an verschiedenen, möglichst weit auseinanderliegenden Orten. Die erhaltene Parallaxe α_υ (in Bogensekunden) ist dann gleich dem Verhältnis der Länge b der Basislinie zum Abstand d_{ev} zwischen Erde und Venus (Abb. 4b):

$$\alpha = k_1 \frac{b}{d_{\rm ev}}\,. \qquad (17)$$

Die Länge der Basislinie b ist dabei die Projektion der Verbindungslinie der beiden Beobachter auf die zur Sichtlinie Erde-Venus senkrechte Ebene. Gleichung (17) kann mit der Grösse d_{es} multipliziert und algebraisch umgeformt werden:

$$d_{\rm es} = k_1 \frac{b}{\alpha_\upsilon} \frac{d_{\rm es}}{d_{\rm ev}}\,. \qquad (18)$$

Diese Gleichung erscheint auf den ersten Blick etwas seltsam, kann doch die gesuchte Grösse d_{es} weggekürzt werden, und ausserdem kommen zwei Unbekannte vor. Die Gleichung ist aber dennoch auswertbar, weil Abstandsver-

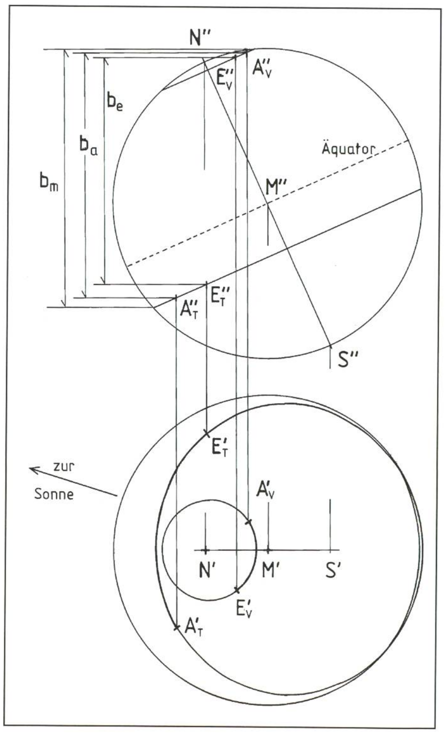


Abbildung 6: Grund- und Aufriss der Situation der Beobachtungen des Venustransits am 3. Juni 1769 von Vardø (Index V) und Tahiti (index T) aus. Die Grundrissebene ist parallel zur Ekliptikebene und die dazu senkrechte Aufrissebene ist parallel zur Erdachse. Die Punkte E und A bedeuten Eintritt und Austritt der Venus an den entsprechenden Standorten, N, S und M bedeuten Nordpol, Südpol und Erdmittelpunkt, b_e bezeichnet die effektive Länge der Basislinie zwischen Vardø und Tahiti beim Eintritt und b_a beim Austritt, und b_m die maximale Länge während des Transits.

hältnisse wie d_{es}/d_{ev} mit anderen Methoden bestimmt werden können (z.B. über das 3. Kepler-Gesetz).

In der Methode von HALLEY wird der Winkel $\Delta\beta$ = A'B' (Abb. 7) mit den beiden beobachteten Längen aa' und bb' der Venusbahn vor der Sonnenscheibe ermittelt, die wiederum mit den gemessenen Durchgangszeiten berechnet werden können (Acker und Jaschek, 1981):

$$\overline{OA'} - \overline{OB'} = \Delta\beta = \sqrt{R^2 - \left(\frac{\overline{aa'}}{2}\right)^2 - R^2 - \left(\frac{\overline{bb'}}{2}\right)^2} \quad (19)$$

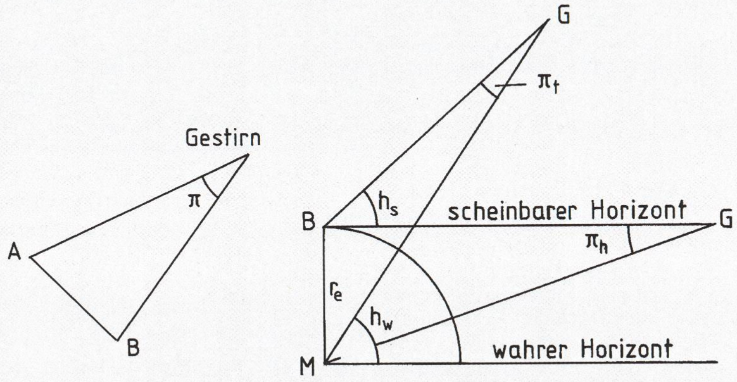
Im Prinzip kann jetzt mit dem Winkel $\Delta\beta$, dem Abstandsverhältnis d_{es}/d_{ev} und der Basislänge b der Abstand d_{es} zwischen Erde und Sonne berechnet werden. Die Frage bleibt, wie genau konnten diese Grössen um 1769 gemessen oder berechnet werden? Die Bestimmung der Parallaxe mit der beschriebenen Methode ist schwierig. Wie im Abschnitt 2.4 diskutiert, ist die scheinbare Bewegung der Venus relativ zur Sonnenscheibe weder geradlinig noch gleichförmig. Zwei verschiedene Bahnen für verschiedene Beobachter auf der Erde brauchen auch nicht parallel zu sein. Durch geeignete Wahl der Beobachtungsorte kann ein Teil der Abweichungen vom idealisierten Fall vermieden werden. Für Beobachter, zum Beispiel auf dem gleichen Meridian und auf gleichen Breiten Nord und Süd, bleibt die Basislinie parallel zur Erdachse und die Basislänge bleibt unverändert. Die Bahnen des Transits bleiben zwar leicht gekrümmt, sind aber «parallel», d.h. die Parallaxe bleibt während des Transits unverändert.

3.2 Geometrie einer simultanen Beobachtung

Betrachten wir die Geometrie einer momentanen Beobachtung der Venus vor der Sonnenscheibe, wie in der Abb.

Parallaxe, tägliche Parallaxe, Sonnenparallaxe

■ In der Astronomie versteht man unter Parallaxe den Winkel π unter dem die Länge einer Basis AB vom Gestirn aus erscheint. Eine Parallaxe kann ebenfalls beim Beobachten eines Gestirns vom gleichen Ort auf der Erde zu zwei verschiedenen Zeitpunkten bestimmt werden.



Die tägliche Parallaxe π_t, auch geozentrische oder Höhenparallaxe genannt, ist der Winkel π zwischen den Richtungen zum Beobachter B auf der Erdoberfläche und dem Erdmittelpunkt M von dem Gestirn G aus gesehen, d.h. dem Übergang von topozentrischen zu geozentrischen Koordinaten. Der Winkel erreicht sein Minimum, wenn sich das Gestirn beim Meridian befindet und ist maximal, wenn es am scheinbaren Horizont steht. Letzteres wird, per Konvention, Horizontalparallaxe π_h bezeichnet. Bezogen auf den äquatorial-Radius der Erde heisst sie dann Äquatorial-Horizontal-Parallaxe. Die tägliche Parallaxe ist nur für Körper des Sonnensystems, wegen der relativ kleinen Länge des Erdhalbmessers, anwendbar.

Die Sonnenparallaxe π_S ist nun die Äquatorial-Horizontal-Parallaxe der Sonne und hat nach IAU 1976 den aus Primärkonstanten abgeleiteten Wert von π_S = 8.794148" (IERS 1992: π_S = 8.794142").

Für eine beobachtete Höhe h_s des Gestirns über dem scheinbaren Horizont ist die wahre Höhe h_w gegeben durch

$$h_\omega = h_s + \pi - S \pm \rho_G \quad \text{mit} \quad \pi = \pi_h \cos h_s \quad \text{und} \quad \sin \pi_h = \frac{r_e}{\overline{MG}} \qquad (26)$$

wobei S die Refraktion und ρ_G den scheinbaren Durchmesser des Gestirns bezeichnet und + für den Gestirnsunterrand und - für den Oberrand verwendet wird.

Abbildung 7: Zur Berechnung der Parallaxe aus den Längen der Transitbahnen vor der Sonnenscheibe.

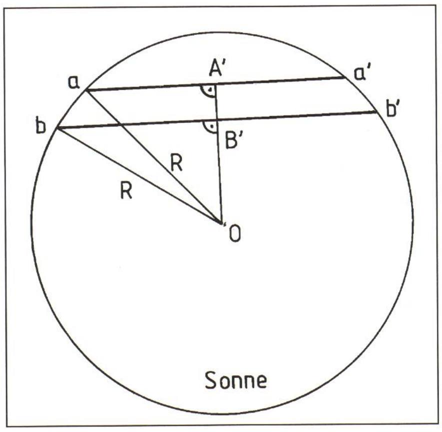
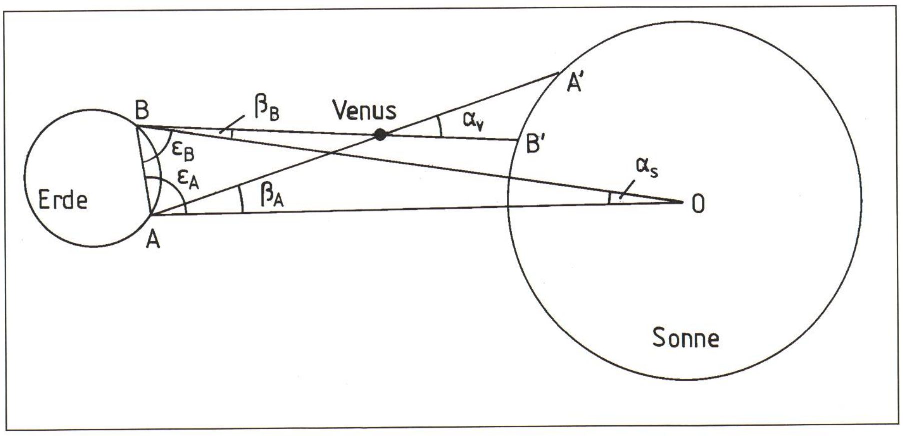


Abbildung 8: Winkelverhältnisse bei der Messung der Parallaxen bei einem Venustransit.



8 gezeigt. Zur Vereinfachung nehmen wir den Zeitpunkt der Mitte der Transits, und wir nehmen weiter an, dass die beiden Beobachter A und B, der Venusmittelpunkt V und der Sonnenmittelpunkt O in einer Ebene liegen. Die Bilder A' und B' der Venus auf der Sonnenscheibe in der Abb. 7 entsprechen jetzt den Punkten A' und B' in Abb. 8. Die Frage ist nun: welchem Winkel entspricht der Abstand A'B', der mit der Gleichung (16) in BM berechnet wird?

Die Winkel α_s und α_υ entsprechen den momentanen Sonnen- und Venusparallaxen, die Winkel β_A und β_B entsprechen den scheinbaren Winkeln OA' und OB' in der Abb. 7. Um die Bedeutung dieser Winkel zu bestimmen, betrachten wir die Winkelsummen in den beiden Dreiecken ABV und ABO:

Dreieck ABV:

$$\alpha_\upsilon + (\varepsilon_B + \beta_B) + (\varepsilon_A + \beta_A) = 180 \qquad (20)$$

Dreieck ABO:

$$\alpha_s + \varepsilon_B + \varepsilon_A = 180\ .$$

Die Differenz der beiden Gleichungen ergibt

$$\alpha_\upsilon - \alpha_s - \beta_A - \beta_B = 0\ . \qquad (21)$$

Die Parallaxen α_υ und α_s sind in guter Näherung

$$\alpha_s = \frac{b}{d_{es}} \text{ und } \alpha_\upsilon = \frac{b}{d_{ev}} \qquad (22)$$

womit sich durch Auflösen nach b und Gleichsetzen

$$\alpha_\upsilon = \alpha_s \frac{d_{es}}{d_{ev}} \qquad (23)$$

ergibt. Dieses α_υ in Gleichung (21) eingesetzt ergibt

$$\alpha_s = \Delta\beta \frac{d_{ev}}{d_{vs}} = \Delta\beta \frac{d_{ev}}{d_{es} - d_{ev}} = \Delta\beta \frac{1}{\frac{d_{es}}{d_{es}} - 1}, \qquad (24)$$

wobei $\Delta\beta = \beta_A - \beta_B$ dem auf der Sonnenscheibe beobachteten Winkelabstand A'B' entspricht. Damit und mit dem bekannten Abstandsverhältniss d_{es}/d_{ev} kann nun die Sonnenparallaxe α_s für die gegebene Basis b berechnet werden, beziehungsweise die gewünschte Entfernung Erde-Sonne:

$$d_{es} = \frac{b}{\Delta\beta} \frac{d_{vs}}{d_{es}}\ . \qquad (25)$$

HEINZ BLATTER
Institut für Atmosphäre und Klima ETH,
Winterthurerstrasse 190, 8057 Zürich
(blatter@geo.umnw.ethz.ch)
(Astronomische Vereinigung Aarau - AVA)

RENY OSCAR MONTANDON
Brummelstrasse 4, CH-5033 Buchs
(Astronomische Vereinigung Aarau AVA)

Bibliographie

ACKER, A., JASCHEK, C. 1981. *Astronomie: Méthodes et Calculs Masson*, Paris, ISBN 2-225-679584

CASSINI, D. 1772. *Histoire abrégé de la parallaxe du Soleil*, Paris, A. Joubert.

HEATH, T. 1981. *Aristarchus of Samos: The ancient Copernicus*. Dover Publications Inc., New York, (Reprint), ISBN 0-486-24188-2.

HULTSCH, F. 1900. *Hipparchos über die Grösse und Entfernung der Sonne*. Berichte der philologisch-historischen Classe der Köngl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, 7. Juli, 169-200.

Maor, E. 2000. June 8, 2004; *Venus in Transit*. Princeton University Press, Princeton, N.J., ISBN 0-691-04874-6

MEEUS, J. 1958. *The Transits of Venus*; 3000 B.C. to A.D. 3000. J. British Astron. Association, 68(3), 98-108.

NEUGEBAUER, O. 1983. *Astronomy and History*; Selected Essays. Springer Verlag, Berlin, ISBN 3-540-90844-7.

ROTH, H. 1996. *Sternschnuppern*. Orell-Füssli Verlag, Zürich, ISBN 3-280-02700-4.

ROTH, H., HÜGLI, E., STÄDELI, K. 1996. *Der Sternenhimmel 1996: Mondfinsternisse / Bestimmung der Mondentfernung nach Hipparch* (190 - 125 v.Chr.). Birkhäuser Verlag, Basel, ISBN 3-76435131-4.

SWERDLOW, N. 1969. *Hipparchus on the Distance of the Sun*. Centaurus, Copenhagen, 14, 287-305.

VAN DER WAERDEN, B. L. 1998. *Die Astronomie der Griechen*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, ISBN 3-534-03070-2.

WOOLF, H. 1959. *The Transits of Venus: A study of eighteenth-century science*. Princeton University Press, Princeton, N.J.