Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft

Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft

Band: 62 (2004)

Heft: 322

Artikel: Die Bestimmung der Sonnen-Parallaxe aus den Venus-Transits im 18. Jahrhundert

Autor: Verdun, Andreas

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-898338

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Bestimmung der Sonnen-Parallaxe aus den Venus-Transits im 18. Jahrhundert

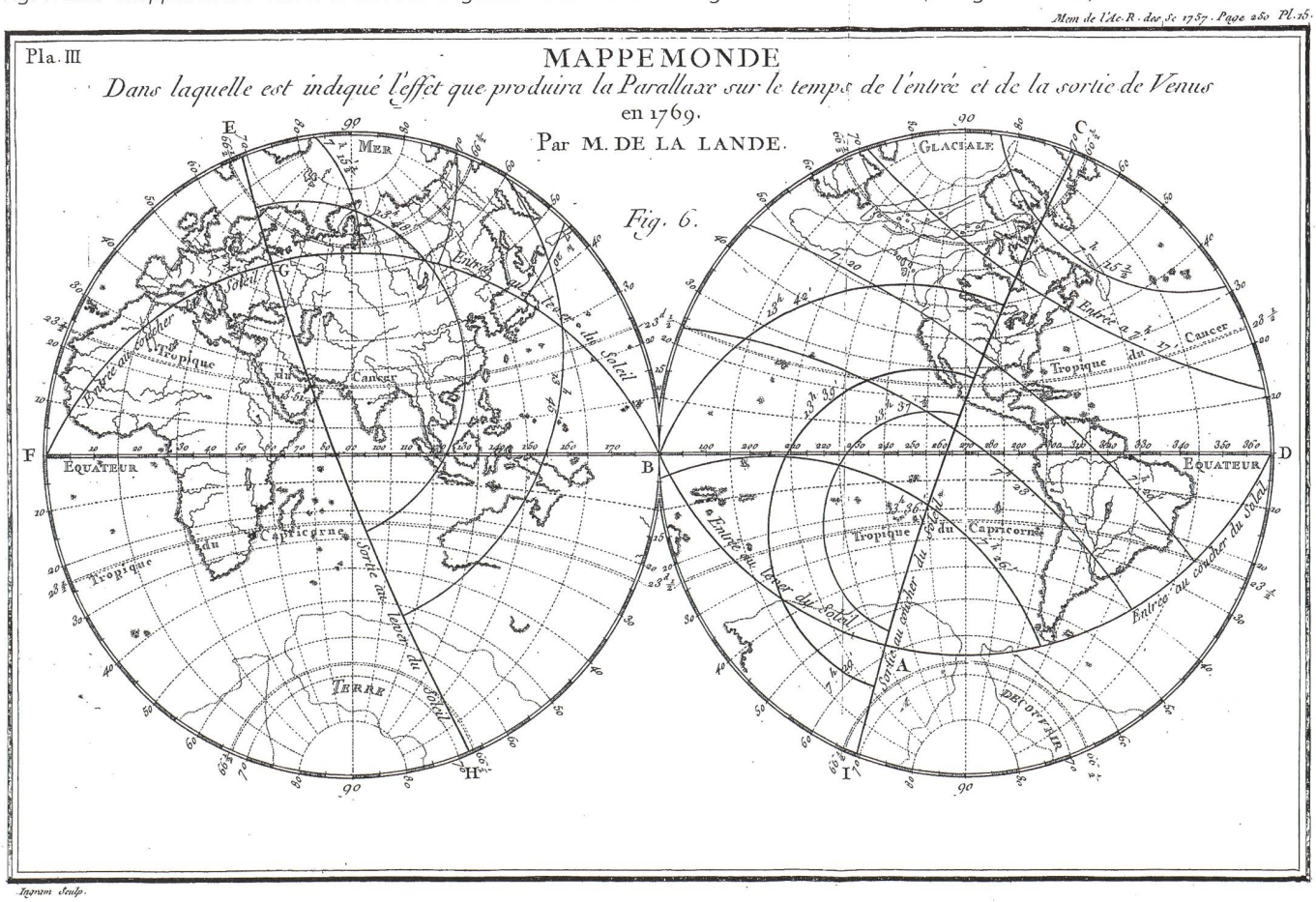
ANDREAS VERDUN

Die Venus-Transits von 1761 und 1769 gaben Anlass zu den ersten globalen Beobachtungs-Kampagnen mit internationaler Beteiligung. Es wurden enorme Anstrengungen von bisher unvergleichlichem Umfang unternommen, um verschiedene Expeditionen in die entlegendsten und damals zum Teil noch unbekannten Gebiete der Erde zu entsenden mit dem Auftrag, die Kontaktzeiten der Venus-Durchgänge zu messen. Der Grund für diesen immensen Aufwand bestand darin, den Wert für die Sonnenparallaxe mit hoher Genauigkeit ermitteln zu können. Dies hatte nicht nur wissenschaftliche Bedeutung, sondern man erhoffte sich u.a. auch Verbesserungen in der Navigation oder in der Chronologie. Die Ausbeute bestand aus Hunderten von Einzelmessungen, aus denen die Sonnenparallaxe bestimmt werden sollte. Die Astronomen standen damit aber vor einem neuartigen und schier unlösbaren Problem: Wie können Parameter aus einer redundanten Datenmenge geschätzt werden? Wie konnte insbesondere die Sonnenparallaxe nach EDMOND HALLEYS Anforderung mit einer Genauigkeit von 0.02" bestimmt werden? Nur Wenige stellten sich dieser Herausforderung, doch ohne geeignete Auswerte-Methoden war dies ein fast aussichtsloses Unterfangen. Solche Parameterbestimmungs-Methoden mussten erst noch entwickelt werden. Zwei Auswertungen kamen den modernen Methoden jedoch schon sehr nahe und waren daher allen anderen weit überlegen: jene von LEONHARD EULER und ACHILLE-PIERRE DIONIS DU SÉJOUR. Ihre Resultate sowie die Auswertung von SIMON NEWCOMB bestätigen den Erfolg dieser Kampagnen und belegen eindrücklich die wissenschaftliche und historische Bedeutung der von EULER und DUSÉJOUR angewandten Auswerte-Methoden.

HALLEYS Aufruf und «HALLEYS Methode»

Im Jahre 1662 erschien das Buch «Mercurius in Sole visus Anno 1661» [14] von JOHANNES HEVELIUS (1611-1687). Diesem Buch wurde ein Anhang beigegeben, der unter dem Titel «Venus in Sole visa» erstmals die Beobachtung eines Venus-Durchgangs dokumentiert. Es handelt sich um den am 4. Dezember 1639 von JEREMIAH HORROX (1619-1641) und WILLIAM CRABTREE (1620-1652) beobachteten Transit. Nur ein Jahr später erschien die «Optica promota» [8] von JAMES GREGORY (1638-1675). Darin behandelte er zahlreiche astronomische Probleme. Im Problem Nr. 87 beschreibt er, wie aus der Konjunktion zweier Planeten die Parallaxe eines dieser Gestirne bestimmt werden kann. Im Zusatz (Scholium) zu diesem Problem schreibt er, dass es eine interessante Anwendung dazu gäbe: obwohl aufwendig, könne man aus Beobachtungen von Venus- oder Merkur-Durchgängen vor der Sonnenscheibe die Parallaxe der Sonne bestimmen: «*Hoc Problema pulcherrimum habet usum, sed forsan laboriosum, in observationibus Veneris, vel Mercurii particulam Solis obscurantis: ex talibus enim solis parallaxis investigari poterit. Hactenus*

Fig. 1: Eine «Mappemonde» von 1757 mit den eingezeichneten Sichtbarkeitsgebieten nach LALANDE. (Bild: gallica.bnf.fr)



loquuti sumus de parallaxibus respectu globi terrestris: sequuntur quaedam de parallaxibus magni orbis terrae.»[1] Vermutlich geht diese Idee bereits auf JOHANNES KEPLER (1571–1630) zurück.

EDMOND HALLEY (1656-1742) befand sich 1677 auf St. Helena an der Erstellung eines Sternkataloges des südlichen Himmels, als er den Merkur-Durchgang vom 28. Oktober 1677 (a. St.) beobachtete. Aus der gemessenen Dauer des Durchgangs von $5^h\ 14^m\ 20^s$ berechnete er mit Hilfe der astronomischen Tafeln [27] von THOMAS STREETE (1622-1689) die (theoretische) Dauer des Durchgangs bzgl. des Erdzentrums. Aus dem Verhältnis dieser Werte sowie dem den Tafeln zugrunde gelegten Wert für die Sonnenparallaxe bestimmte HALLEY diese zu 45". Er erkannte vermutlich schon damals, dass sich die Sonnenparallaxe besser bestimmen liesse aus dem Vergleich der von verschiedenen, ausgewählten Orten der Erde aus gemessenen Dauern eines Durchgangs der Venus, da deren scheinbare Parallaxe wesentlich grösser ist als jene des Merkur. Er rief deshalb 1694 und 1717 in den Bänden 17 [10] und 29 [11] der *Philosophical Transactions* die kommenden Astronomen-Generationen dazu auf, die Venus-Transits von 1761 und 1769 für die genaue Bestimmung der Sonnenparallaxe zu nutzen. Was HALLEY zur Zeit seiner Aufrufe nicht wissen konnte, war die Tatsache, dass die Entwicklung der theoretischen Astronomie (insbesondere der Himmelsmechanik) bis in die 1760er Jahre durch die Einführung analytischer Methoden derart vorangetrieben werden konnte, dass sich eine genaue Bestimmung der Sonnenparallaxe mehr denn je aufdrängte und dass daher jede Gelegenheit (also auch Merkur-Transits oder Planeten-Konjunktionen) dazu genutzt wurde. Selbstverständlich erhoffte man sich aber durch die Venus-Transits die grössten Erfolge. Insbesondere sollte die Sonnenparallaxe mit Hilfe der Venus-Transits auf 1/500 bzw. auf etwa 0.02" genau bestimmt werden können, wie eine einfache Abschätzung HALLEYS ergab und was die «Methode von HALLEY» zu versprechen vorgab.

Am «ausführlichsten» beschreibt HALLEY seine «Methode» in seinem Aufruf von 1717 [11]. Wer in dieser Abhandlung jedoch die Beschreibung eines konkreten Verfahrens (wie das Wort «Methodus» im Titel seiner Abhandlung verspricht) erwartet, mit dem man die Sonnenparallaxe bestimmen kann (so etwa nach dem Rezept: man nehme die Beobachtungen und erhält bei korrekter Anwendung dieser Methode als Resultat die Sonnenparallaxe), der sieht sich leider enttäuscht. HALLEY erklärt zwar, was beobachtet werden muss, nämlich die Dauer eines Durchgangs, gemessen an verschiedenen, sorgfältig ausgewählten Orten auf der Erde, er beschreibt aber nicht oder zumindest nur andeutungsweise, wie diese Beobachtungen durchgeführt und – vor allem – wie sie ausgewertet werden müssen. «*Restat itaque Veneris transitus per Solis discum, cujus parallaxis quadruplo fere major Solari, maxime sensibiles efficiet differentias, inter spatia temporis quibus Venus Solem perambulare videbitur, in diversis Terrae nostrae regionibus. Ex his autem differentiis debito modo observatis, dico determinari posse Solis parallaxin etiam intra scrupoli secundi exiguam partem. Neque alia instrumenta postulamus praeter Telescopia & Horologia vulgaria sed bona: & in Observatoribus non nisi fides & diligentia, cum modica rerum Astronomicarum peritia desiderantur. Non enim opus est ut Latitudo*

Fig. 2: Die Sichtbarkeits-Zonen des Venus-Durchgangs von 1761. (Bild: P. ROCHER, Observatoire de Paris)

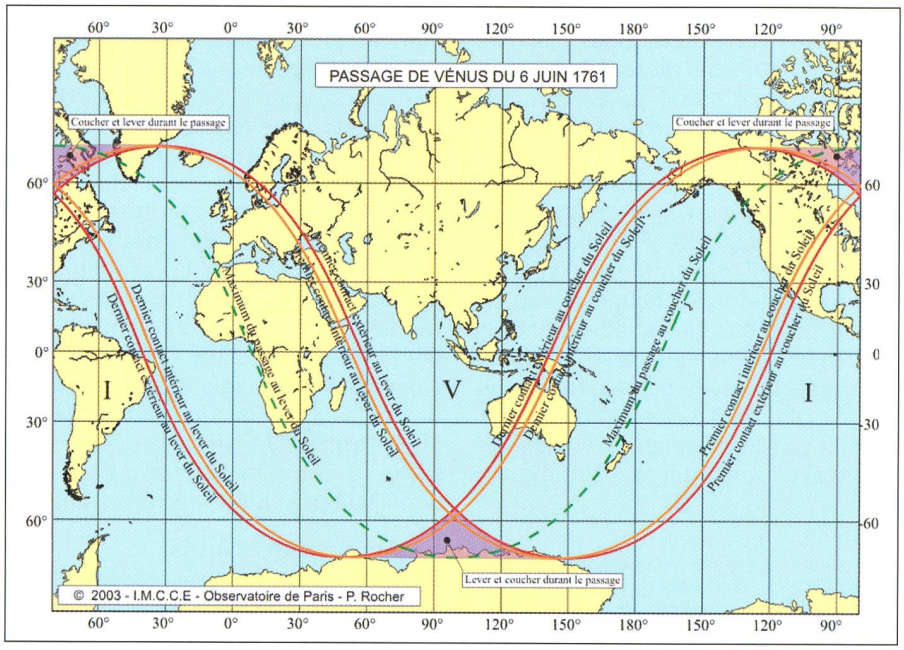
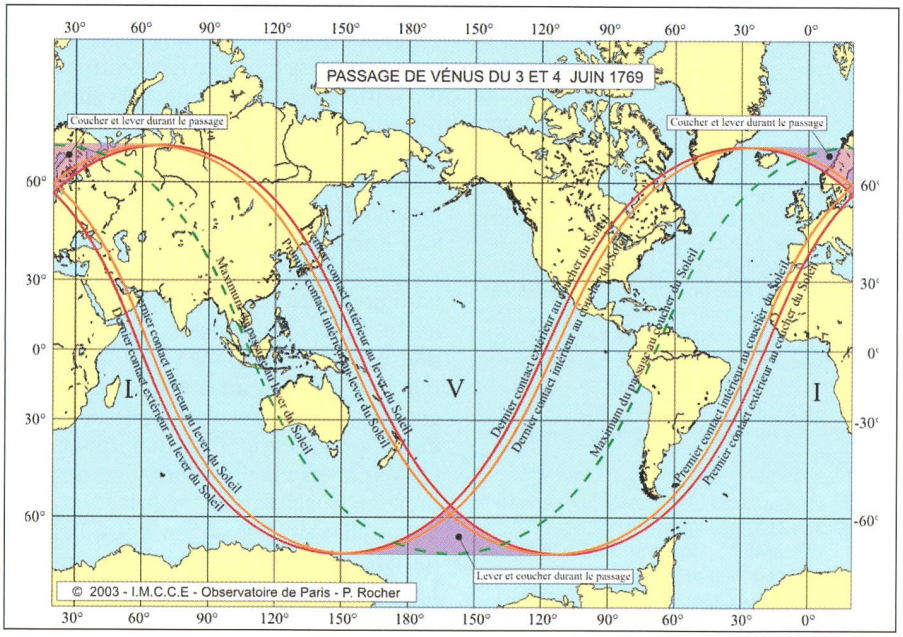


Fig. 3: Die Sichtbarkeits-Zonen des Venus-Durchgangs von 1769. (Bild: P. ROCHER, Observatoire de Paris)



[1] Dieses Problem hat eine sehr schöne, obschon vielleicht aufwendige, Anwendung bestehend aus Beobachtungen von Venus und Merkur, wenn sie einen kleinen Teil der Sonne verdecken; denn mittels solcher Beobachtungen kann die Sonnenparallaxe bestimmt werden...

Transit	Beobachter	Stationen	Nationen	Expeditionen	Refraktoren	Achromate	Reflektoren
1761	> 120	> 62	9 (F)	8	66	3	40
1769	> 151	> 77	8 (GB)	10	> 50	27	49

Tabelle 1: Personeller und instrumenteller Aufwand der Expeditionen anlässlich der Venus-Transits von 1761 und 1769 (Quelle: WOOLF [30])

Loci scrupulosè inquiratur, nec ut Horae ipsae respectu meridiani accurate determinentur: sufficit, Horologiis ad Caeli revolutiones probe correctis, si numerentur tempora à totali Ingressu Veneris infra discum Solis, ad principium Egressus ed eodem; cum scilicet primum incipiat Globus Veneris opacus limbum Solis lucidum attingere; quae quidam momenta, propria experientia novi, ad ipsum secundum temporis minutum observari posse»[2]. Er war sich vermutlich der Problematik sehr wohl bewusst, die hinter den Beobachtungs- und Auswerte-Methoden steckt. «*Atque ex hac contractione solâ liceret de parallaxi quam quaerimus tutò pronunciare, si modo darentur Solis diameter Venerisque Latitudo in minimis accuratae; quas tamen ad computum postulare, in re tam subtili, haud integrum est.*»[3] Insbesondere scheint er erkannt zu haben, dass zur Bestimmung der Sonnenparallaxe genaue astronomische Tabellen benötigt werden, aus denen gewisse Parameter (z.B. der scheinbare Sonnendurchmesser oder die Breite der Venus) herausgelesen werden können, mit denen die «Kontraktionen», d.h. die Differenzen zwischen beobachteten und auf das Erdzentrum reduzierten Durchgangs-Dauern, berechnet werden können. HALLEY berechnet im Schlussteil seiner Abhandlung mit Hilfe einer Figur die Sichtbarkeit des Venus-Durchganges von 1761 für verschiedene Orte, wobei dieses Verfahren doch sehr ungenau und die Resultate kaum brauchbar waren. Für die Astronomen nach HALLEY waren seine Äusserungen wahrlich nicht besonders hilfreich, weil von einer «Methode» im Sinne eines geeigneten Auswerte-Verfahrens nicht die Rede sein konnte. Und auch die Idee bzw. das Mess-Prinzip, von verschiedenen Orten aus die Durchgangs-Dauern zu messen, kann in Anbetracht der mit den Messungen verbundenen Schwierigkeiten kaum als «operationelle» Beobachtungs-Methode bezeichnet werden. Gleichwohl wurde dieses Mess-Prinzip allgemein als «Methode von HALLEY» bekannt. Im Folgenden wird unter anderem gezeigt, dass diese «Methode» bei weitem nicht genügte, um die Sonnenparallaxe mit der gewünschten Genauigkeit zu bestimmen, denn das Problem lag gar nicht im Mess-Prinzip an sich, sondern vielmehr in den Unzulänglichkeiten der damals üblichen Auswerte-Verfahren.

Die Beobachtungs-Kampagnen

Die Venus-Transits von 1761 und 1769 gaben Anlass zu den ersten globalen Beobachtungs-Kampagnen mit internationaler Beteiligung. Es wurden enorme Anstrengungen von bislang unvergleichlichem Umfang unternommen, um verschiedene Expeditionen in die entlegendsten und damals zum Teil noch unbekannten Gebiete der Erde zu entsenden mit dem Auftrag, die Kontaktzeiten der Venus-Durchgänge zu messen. Der Grund für diesen immensen Aufwand bestand darin, den Wert für die Sonnenparallaxe mit hoher Genauigkeit ermitteln zu können. Dies hatte nicht nur wissenschaftliche Bedeutung, sondern man erhoffte sich u.a. auch Verbesserungen in der Navigation. Das hatte damit zu tun, dass damals die Navigation auf hoher See mit der Messung von Monddistanzen zu Sternen durchgeführt wurde. Der Vergleich dieser Messungen mit tabellierten Werten lieferte die geographische Länge. Die astronomischen Tabellen wurden aber mit Theorien über die Bewegungen von Sonne und Mond konstruiert, in denen die Sonnenparallaxe bzw. die Distanz zwischen Erde und Sonne (die sog. Astronomische Einheit AE) implizit als wichtige Konstante auftritt. Mit der Kenntnis der AE, ausgedrückt in bekannten Masseinheiten, lassen sich mit dem dritten KEPLERschen Gesetz die Dimensionen des Sonnensystems und somit alle Distanzen festlegen. Genau in dieser «Skalierung» bestand das riesige wissenschaftliche Interesse. Es wurden entsprechend hohe Erwartung in diese Kampagnen gesteckt. Mit Erfolg und Misserfolg jeder dieser Expeditionen verbunden waren aber nicht nur politisches und wissenschaftliches Prestige, sondern oft tragische Schicksale von Persönlichkeiten, die ihr Leben für diese Missionen hingaben und opferten. Da die Beschreibungen dieser Expeditionen in zahlreichen populären und wissenschaftlichen Original-Berichten sowie einer ausgezeichneten Studie von HARRY WOOLF [30] vorliegen, sollen sie – obwohl historisch höchst interessant (und manchmal tragisch oder amüsant) – hier nicht nochmals geschildert werden. Die Tabelle 1 belegt die für jene Zeit wahrhaftig gigantischen Dimensionen dieser Unternehmungen, zumindest was den personellen und instrumentellen Aufwand betrifft. Schon alleine die Herstellung der benötigten und von zahlreichen Staaten bestellten Instrumente förderte die Entwicklung der Optik-Werkstätten, vor allem in England, erheblich. Der Bedarf konnte kaum gedeckt werden. Auffallend ist die enorme Zunahme der achromatischen Teleskope, die für den Transit von 1769 eingesetzt wurden.

Während die Expeditionen für den Transit von 1761 noch vorwiegend von Frankreich dominiert wurden, war Grossbritannien die führende Nation bei den Expeditionen für den Transit von 1769. Motor und Organisator (sowohl auf nationaler als auch auf internationaler Ebene) war JOSEPH NICOLAS DELISLE (1688-1768). Er knüpfte die Beziehungen, welche für eine internationale Zusammenarbeit unerlässlich sind, er berechnete geeignete Beobachtungsorte und publizierte als erster eine sog. *Mappemonde*, auf der die Sichtbarkeitsgrenzen schnell und einfach herausgelesen werden konnten, und auf ihn geht offenbar ein Mess-Prinzip zurück, das unter der Bezeichnung «Methode von DELISLE» bekannt wurde

[2] Es verbleibt daher der Vorübergang der Venus über die Sonnenscheibe, deren Parallaxe, die beinahe viermal grösser ist als jene der Sonne, deutlich messbare Unterschiede in den Zeitintervallen verursachen wird, in welchen die Venus in verschiedenen Teilen unserer Erde die Sonnenscheibe scheinbar überqueren wird. Aus diesen genau beobachteten Unterschieden kann die Sonnenparallaxe sogar auf einen kleinen Bruchteil einer Sekunde genau bestimmt werden; und dies ohne andere Instrumente als Teleskope und gute, gewöhnliche Uhren; und ohne weitere Fähigkeiten des Beobachters als Gewissenhaftigkeit und Sorgfalt sowie etwas Übung in Astronomie. Denn wir müssen uns nicht kümmern um die genaue Bestimmung der Breite des Ortes oder um die präzise Bestimmung der Stunden bezüglich des Meridians; es genügt, dass die Zeitpunkte des vollständigen Eintritts der Venus in die Sonnenscheibe und des Beginns ihres Austritts aus dieser, wenn ihre dunkle Kugel den hellen Sonnenrand zu berühren beginnt, festgehalten werden mit Uhren, die entsprechend dem Umlauf des Himmels gerichtet wurden. Diese Zeitpunkte können, wie ich aus Erfahrung weiss, sogar auf eine einzige Zeitsekunde genau beobachtet werden.

[3] Und aus dieser Kontraktion allein können wir die Parallaxe sicher bestimmen, vorausgesetzt, der Durchmesser der Sonne und die Breite der Venus sind sehr genau gegeben, was wir möglicherweise jedoch nicht auf solch hohe Genauigkeit berechnen können.

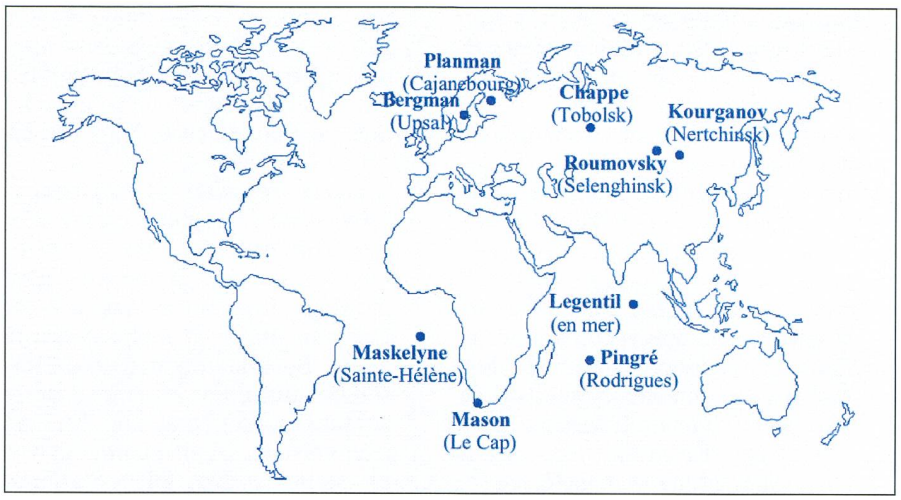


Fig. 4: Die Standorte der Beobachtungsstationen für den Venus-Transit von 1761. (Bild: F. MIGNARD, Observatoire de la Côte d'Azur)

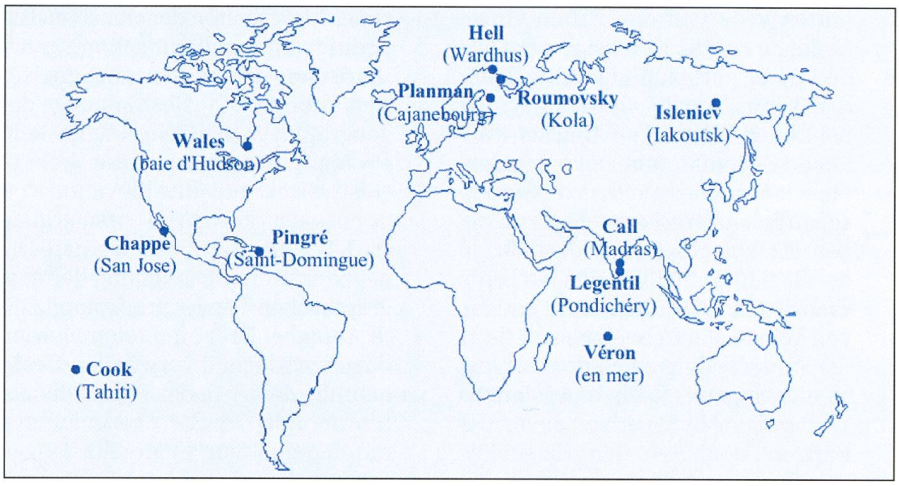
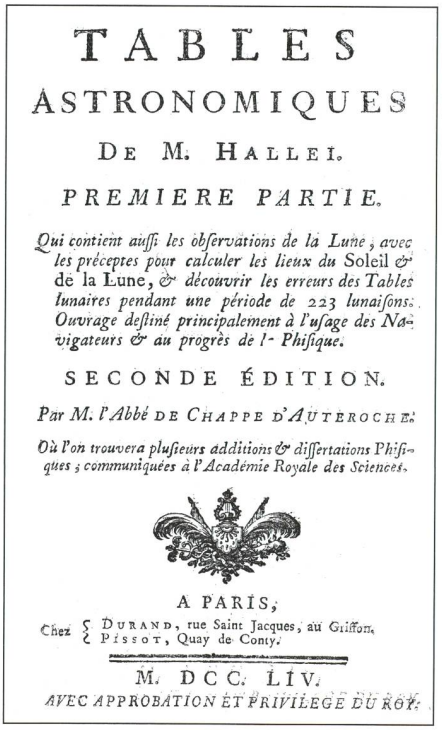


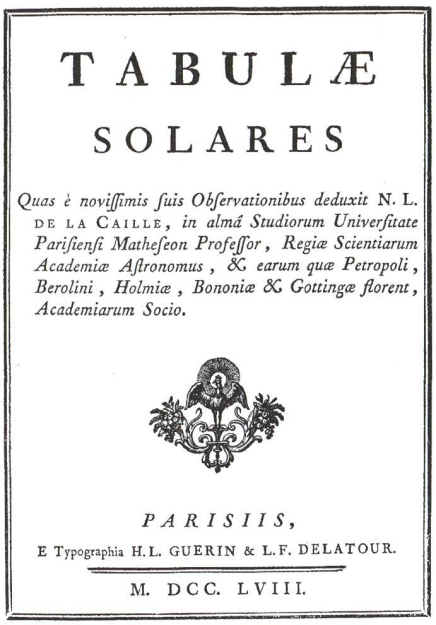
Fig. 5: Die Standorte der Beobachtungsstationen für den Venus-Transit von 1769. (Bild: F. MIGNARD, Observatoire de la Côte d'Azur)

und eine Alternative zu jenem von HALLEY darstellte. DELISLE erkannte, dass HALLEYS Mess-Prinzip einen schwerwiegenden Nachteil aufwies. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Station den ganzen Durchgang beobachten konnte, war wegen der Witterung gering. Falls neben den Kontaktzeiten und den geographischen Breiten auch die geographischen Längen der jeweiligen Beobachtungsstationen bestimmt würden, könnten auch *einzelne* Kontaktzeit-Messungen verschiedener Stationen, so DELISLE, verarbeitet werden. Von dieser Methode wurde ausgiebig Gebrauch gemacht, und die Expeditionen wurden beauftragt, neben den Kontaktzeiten unbedingt auch die geographische Position ihrer Beobachtungsstation mit grösstmöglicher Genauigkeit zu bestimmen. Sowohl die Expeditions-Teilnehmer und Beobachter als auch die Auswerter der Beobachtungen standen damit aber vor gewaltigen Problemen:

1. *Berechnung und Auswahl der bestmöglichen Beobachtungs-Standorte.* Voraussetzung zur Berechnung möglicher Beobachtungs-Standorte waren genaue astronomische Tafeln, mit denen die Elemente des Transits berechnet und daraus die Sichtbarkeitsgebiete auf der Erde bestimmt werden konnten. Da diese Aufgabe damals rechnerisch anspruchsvoll war, löste man sie oft mit graphischen Methoden. Ein solches Verfahren zur Herstellung einer «Mappemonde» (Fig. 1) beschrieb z.B. JOSEPH JÉROME LE FRANÇOIS DE LALANDE (1732-1807) in seiner «Astronomie» [18], dem besten Lehrbuch, das damals zur Verfügung stand und das drei Auflagen, 1764, 1771 und 1792 erlebte. Es entspricht einem damals gängigen Prozedere, mit dem man die Sichtbarkeitsgrenzen für Sonnen- und Mond-Finsternisse bestimmte. Für den heutigen Mittelschulunterricht in Geometrie, Darstellender Geometrie, Mathematik oder Astronomie wäre es eine interessante und äusserst lehrreiche Aufgabe, dieses Konstruktions-Verfahren einmal im Detail nachzuvollziehen. Bei der Auswahl der Beobachtungs-Orte musste einerseits darauf geachtet werden, dass von ihnen aus möglichst der ganze Durchgang beobachtet werden konnte, und andererseits, dass sie in einem Gebiet lagen, dessen Klima und Witterungsverhältnisse eine erfolgreiche Beobachtung überhaupt zuliess. Hinsichtlich dieser Randbedingungen war es sicher nicht einfach, die Expeditions-Ziele derart festzulegen, dass sie sowohl innerhalb der Sichtbarkeitszonen lagen als auch optimal über den Globus verteilt waren. Die Figuren 2 und 3 zeigen die globalen Sichtbarkeits-Gebiete der Transits von 1761 und 1769, die Figuren 4 und 5 die Stationen, von denen aus tatsächlich beobachtet wurde.
2. *Berechnung genauer astronomischer Tafeln.* Solche Tafeln benötigte man nicht nur zur Zeichnung einer Mappemonde, sondern vor allem zur Berechnung der Observablen (Dauer des Transits, Kontaktzeiten) für einen bestimmten Ort auf der Erde oder für das Erdzentrum, auf den bzw. auf das die Beobachtungen reduziert oder mit denen sie verglichen werden sollten. Das Problem bestand nun darin, dass zur Berechnung solcher Tafeln die Sonnenparallaxe a priori bekannt sein sollte. Man musste also einen Wert für die Sonnenparallaxe annehmen, und mit Hilfe eines himmelsmechanischen Modells (Stichwort: Störungstheorie)

Fig. 6: Titelseite der astronomischen Tafeln von HALLEY, aktualisiert von CHAPPE D'AUTEROCHE und LALANDE [12]. (Bild: A. VERDUN)


TABLES
ASTRONOMIQUES
DE M. HALLEI.
PREMIERE PARTIE.
Qui contient auſſi les obſervations de la Lune, avec les préceptes pour calculer les lieux du Soleil & de la Lune, & découvrir les erreurs des Tables lunaires pendant une période de 223 lunaiſons. Ouvrage deſtiné principalement à l'uſage des Navigateurs & au progrès de l'Phiſique.
SECONDE ÉDITION.
Par M. l'Abbé DE CHAPPE D'AUTEROCHE.
Où l'on trouvera pluſieurs additions & diſſertations Phiſiques, communiquées à l'Académie Royale des Sciences.
A PARIS,
Chez DURAND, rue Saint Jacques, au Griffon. PISSOT, Quay de Conty.
M. DCC. LIV.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.


TABULÆ
SOLARES

Quas è noviſſimis ſuis Obſervationibus deduxit N. L. DE LA CAILLE, *in almâ Studiorum Univerſitate Pariſienſi Matheſeon Profeſſor, Regiæ Scientiarum Academiæ Aſtronomus, & earum quæ Petropoli, Berolini, Holmiæ, Bononiæ & Gottingæ florent, Academiarum Socio.*

PARISIIS,
E Typographia H.L. GUERIN & L.F. DELATOUR.
M. DCC. LVIII.

Fig. 7: Titelseite der Sonnen-Tafeln von LACAILLE *[17]. (Bild: A.* VERDUN*)*

liessen sich dann die benötigten Bahnelemente der Planeten berechnen. Aber nicht nur die Sonnenparallaxe, sondern eine ganze Reihe sogenannter *astronomischer Konstanten* bildeten, zusammen mit dem Modell, die Grundlage zur Berechnung astronomischer Tafeln. Ungenauigkeiten in diesen Konstanten wirkten sich sogleich negativ auf die Genauigkeit der aus den Tafeln zu ermittelnden Elemente aus. Die wichtigsten astronomischen Tafeln, die damals zur Verfügung standen, waren die Planeten-Tafeln [12] von HALLEY (aktualisiert und herausgegeben von CHAPPE D'AUTEROCHE und LALANDE, Fig. 6) sowie die Sonnen-Tafeln [17] von NICOLAS LOUIS DE LACAILLE (1713-1762) (Fig. 7). Die Tafeln mussten laufend auf den neuesten Stand gebracht werden. Die im Vorfeld der Venus-Transits beobachteten Merkur-Transits boten eine willkommene Gelegenheit, an den bestehenden Tafeln «zu schrauben» und diese zu verbessern, was für die Prädiktion und Beobachtung der bevorstehenden Venus-Transits entscheidend war. Die Tafeln hatten aber auch noch eine andere, ebenso wichtige Funktion. Sie lieferten nämlich die Näherungswerte für die Auswerte-Verfahren.

3. *Durchführung der Expeditionen.* Die in diesem Zusammenhang stehenden Probleme wurden durch WOOLF [30] eindrücklich geschildert und sollen hier nicht noch einmal beschrieben werden. Es sei aber darauf hingewiesen, dass sich just zur Zeit der 1760er Transits Frankreich und England im Krieg befanden, was die Situation der an sich schon schwierigen Expeditionen nicht vereinfachte. Im Gegenteil: Eine der tragischsten Figuren beider Transits, der Franzose mit dem wohlklingenden Namen GUILLAUME-JOSEPH-HYACINTHE-JEAN-BAPTISTE LE GENTIL DE LA GALAISIÈRE (1725-1792) bekam die Umstände der Kriegswirren und der Witterung am deutlichsten zu spüren. Er wurde am 16. März 1760 auf die Reise nach der französischen Kolonie in Pondichéry geschickt. Kurz vor dem Ziel wurde sein Schiff auf Isle de France durch einen Hurricane stark beschädigt. Er musste das Schiff samt Ausrüstung wechseln, geriet wiederum in extrem schlechtes Wetter, und erfuhr in der Nähe der Küste von Malabar, dass Pondichéry mittlerweile von den Briten eingenommen wurde. Er musste nach Isle de France zurück und konnte daher den Venus-Transit am 6. Juni 1761 bei bestem Wetter nur vom schwankenden Schiff aus mitverfolgen, ohne jedoch Messungen von wissenschaftlichem Wert anstellen zu können. Er entschied sich deshalb, in der Region zu bleiben, den nächsten Transit von 1769 abzuwarten und ihn von Manila aus zu beobachten, da er die Wetterbedingungen dort als ideal einschätzte. Nach einer langen Wartezeit in Manila erhielt er von der Pariser Akademie den Ratschlag, den Durchgang doch von Pondichéry aus, mit Sonderbewilligung der Engländer, zu beobachten. Er folgte der Autorität LALANDE's und bereitete sich in Pondichéry auf den Transit vor. Das Wetter war hervorragend, doch kurz vor dem Durchgang bedeckte sich der Himmel und riss erst wieder auf, nachdem der Transit vorüber war. Auf der Rückreise nach Frankreich erfuhr LEGENTIL, dass auf Manila ausgezeichnetes Wetter geherrscht hätte. Als er nach 11 Jahren, 6 Monaten und 13 Tagen endlich wieder in Paris ankam, sah er sich mit der Tatsache konfrontiert, dass man sein Hab und Gut verteilt hatte im Glauben, er habe die Expedition nicht überlebt. Ein sogar finales Schicksal ereilte 1769 in Kalifornien JEAN CHAPPE D'AUTE-ROCHE (1722-1769), dessen gesamtes Expeditions-Team an einer Epidemie erkrankte und woran alle Teilnehmer starben, ausser einem, dem es noch gelang, die wertvollen Beobachtungen nach Europa zu bringen. Es lohnt sich, die Details der Expeditionen dieser Beobachter nachzulesen, um andeutungsweise zu verstehen, wie bedeutungsvoll die Bestimmung der Sonnenparallaxe für die damalige Zeit gewesen sein musste, dass Menschen bereit waren, derartige Strapazen auf sich zu nehmen und ihr Leben ganz in den Dienst der Wissenschaft zu stellen.

4. *Bestimmung der geographischen Längen der Beobachtungsstationen und Durchführung von Kalibrierungsmessungen.* Schon vor Beginn der Expeditionen war klar, dass der Erfolg nicht zuletzt auch von der genauen Bestimmung der geographischen Längen der jeweiligen Beobachtungsstationen abhing. Eine astronomische Orts-Bestimmung wurde daher in fast allen Stationen durchgeführt, auch in jenen, welche den ganzen Durchgang beobachten konnten. Die Ermittlung geographischer Koordinaten der einzelnen Expeditionen war alleine schon aus militärischen Interessen von grosser Bedeutung. Die Bestimmung der geographischen Breite stellte kein Problem dar, denn diese konnte (fast) direkt aus der Elevation von Sonne oder Sternen im Ortsmeridian (z.B. Polhöhe) ermittelt werden. Dagegen war die Bestimmung der geographischen Länge eine komplizierte Aufgabe. Drei Methoden wurden dazu vorwiegend verwendet: Beobachtung der a) Verfinsterung der Jupitermonde, b) Sternbedeckungen durch den Mond, c) Monddistanzen (ekliptikale oder äquatoriale Winkelabstände) zu Sternen. Der Unterschied zwischen den gemessenen Zeitpunkten dieser Ereignisse und den aus astronomischen Tabellen berechneten und auf den Meridian von Paris oder Greenwich bezogenen Zeitpunkten lieferte die Länge des Beobachtungsortes. Auch bei diesen Verfahren hing die Genauigkeit der Positionsbestimmung einerseits von der Qualität der Tafelwerke, d.h. von der den Tafeln zu Grunde gelegten Mondtheorie, und andererseits von der Kalibrierung der mitgeführten Uhren ab. Diese Uhren, meist Pendeluhren oder Marine-Chronometer, mussten mit astronomischen Beobachtungen täglich auf den lokalen Meridian justiert und deren täglicher Gang bestimmt werden: Eine nicht-triviale Aufgabe angesichts der z.T. widrigen Umstände, unter denen die Messungen (bei Tag und bei Nacht) vorgenommen werden mussten und angesichts der Tatsache, dass einige Uhren lange, strapaziöse Seereisen hinter sich hatten, die sich nicht besonders vorteilhaft auf das Material und auf die Konstruktion der Uhren auswirkten.

5. *Beobachtung der Kontaktzeiten.* Die eigentliche Messung der Kontaktzeiten erforderte mindestens zwei Personen: eine am Teleskop, welche die Phasen des Durchgangs beobachtete, und eine an der Uhr, welche die Zeit ablas und notierte. Meistens wurde das Beobachtungs-Protokoll aber von einer dritten Person geführt. Vor den Expeditionen wurden sogar «Empfehlungen» herausgegeben, was gemessen werden muss und wie die Messungen durchgeführt werden sollten. Dies stellte somit eine der frühesten Bemühungen dar, um Beobachtungs-Methoden zu standardisieren. Obwohl diese «Regeln» oder «Empfehlungen» vermutlich meist nicht eingehalten werden konnten, wurde die Weiterentwicklung dieser Idee zu einer der wichtigsten Voraussetzungen für die zentrale Verarbeitung astronomischer Daten unterschiedlicher Provenienz. Gerade bei der Beobachtung der Venus-Transits sollte sich dieser Aspekt für die «herkömmliche» Auswertung als entscheidender Punkt herausstellen, denn offenbar gab es die unterschiedlichsten Auffassungen bei der Messung der Kontaktzeiten, die einerseits durch das sog. Tropfen-Phänomen verursacht und andererseits durch die individuell verschiedene Wahrnehmung geprägt waren. In Tabelle 2 sind die Kontaktzeiten, der Zeitpunkt der Konjunktion sowie der kleinste Winkelabstand zwischen Venus- und Sonnenscheibe dieser Transits zusammengestellt.

6. *Entwicklung geeigneter Auswerte-Methoden und Reduktion der Beobachtungen.* Wie oben bereits angedeutet, stellte sich im Nachhinein nicht so sehr die Qualität der Beobachtungen und Zeitmessungen als entscheidender Faktor bei der Bestimmung der Sonnenparallaxe heraus, sondern vielmehr die angewandten Methoden, mit denen die Daten ausgewertet bzw. die Beobachtungen reduziert wurden. Die Ausbeute aller Mess-Stationen bestand immerhin aus Hunderten von Einzelmessungen, aus denen die Sonnenparallaxe bestimmt werden sollte. Die Astronomen standen damit aber vor einem neuartigen und schier unlösbaren Problem: Wie können Parameter aus einer redundanten Datenmenge geschätzt werden? Wie konnte insbesondere die Sonnenparallaxe nach HALLEYS Abschätzung mit einer Genauigkeit von 0.02" bestimmt werden? Nur Wenige stellten sich deshalb dieser Herausforderung, doch ohne geeignete Auswerte-Methoden war dies ein fast aussichtsloses Unterfangen, was vermutlich kaum jemandem bewusst war. Solche Parameterbestimmungs-Methoden mussten erst noch entwickelt werden.

Was waren nun die eigentlichen Messgrössen, die sog. Observablen? Man kann zwischen zwei Typen von Messgrössen unterscheiden: primäre und sekundäre (oder abgeleitete) Observable. Zu den primären Observablen gehören die direkt an den (kalibrierten) Uhren abgelesenen und bezüglich dem Gang dieser Uhren korrigierten Zeitpunkte t_1, t_2, t_3, t_4 der vier Kontakte (sog. *Kontaktzeit-Epochen*). Sie wurden meist in wahrer Ortszeit gemessen, die aus der Beobachtung korrespondierender Höhen von Sonne oder Sternen ermittelt werden konnte. Aus diesen Kontaktzeiten liessen sich Durchgangs-Dauern $\Delta t_{32} = t_3 - t_2$ bzw. $\Delta t_{41} = t_4 - t_1$ bzw. $\Delta t_{42} = t_4 - t_2$ als sekundäre Observable ableiten. Vereinzelt wurden mit einem Fadenmikrometer während eines Durchgangs laufend auch die Randabstände zwischen Venus- und Sonnenscheibe als primäre Observable gemessen. Daraus liess sich der minimale Zentrumsabstand Δz_{VS} zwischen Venus- und Sonnenscheibe als sekundäre Observable ableiten, wobei die scheinbaren Durchmesser der Venus- und Sonnenscheibe zur Zeit des Transits entweder ebenfalls gemessen oder aus astronomischen Tabellen genommen wurden.

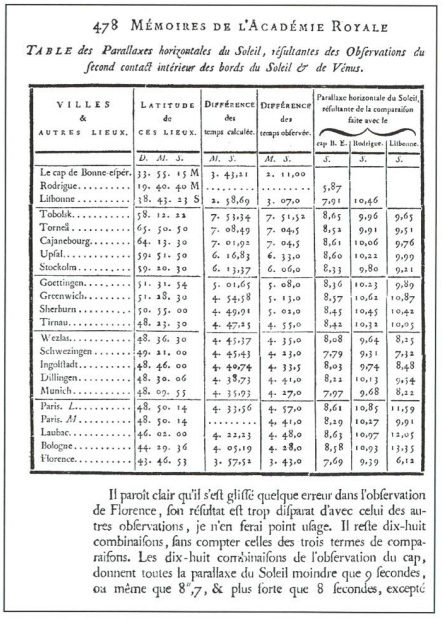
Aus den Observablen der Beobachtungsstationen wurde mit mehr oder weniger geeigneten Auswerte-Methoden versucht, den Wert der Sonnenparallaxe zu bestimmen. Die Gesamtzahl der während der beiden Venus-Transits von 1761 und 1769 durchgeführten Einzelmessungen kann (in der Grössenordnung) etwa auf 1000, die Anzahl der publizierten Reiseberichte und wissenschaftlichen Beobachtungs-Berichte auf weit über 100 geschätzt werden. Die Anzahl jener Personen, die sich hinter eine Auswertung dieser Daten wagte, belief sich jedoch nur auf etwa 10.

Die herkömmlichen Auswerte-Methoden

Mit zwei Ausnahmen verwendeten diese Personen prinzipiell die gleiche Auswerte-Methode (abgesehen von unbedeutenden Variationen), die aus folgenden Schritten besteht:

1. Reduktion der Observablen auf einen bestimmten Meridian (z.B. Paris oder Greenwich) oder auf das Erdzentrum
2. Berechnung dieser Observablen zur Zeit der Beobachtungs-Epochen mit Hilfe astronomischer Tafeln für den gewählten Meridian oder für das Erdzentrum
3. Vergleich der Observablen-Differenzen Δ_{Obs} verschiedener Beobachtungsstationen untereinander oder bzgl. eines Referenz-Meridians oder bzgl. des Erdzentrums mit den entsprechenden, aus der Theorie bzw. den astronomischen Tafeln berechneten Grössen $\Delta_{Theorie}$
4. Bestimmung der «beobachteten» Sonnenparallaxe π_{Obs} für alle Vergleiche mittels der Formel
$\pi_{Obs} = (\Delta_{Obs} / \Delta_{Theorie})\, \pi_{Theorie}$,

Fig. 8: Seite 478 aus der Abhandlung [21] von PINGRÉ. (Bild: gallica.bnf.fr)



478 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

TABLE des Parallaxes horizontales du Soleil, résultantes des Observations du second contact intérieur des bords du Soleil & de Vénus.

VILLES & AUTRES LIEUX.	LATITUDE de CES LIEUX.	DIFFÉRENCE des temps calculée.	DIFFÉRENCE des temps observée.	Parallaxe horizontale du Soleil, résultante de la comparaison faite avec le		
				cap B. E.	Rodrigue.	Lisbonne.
	D. M. S.	M. S.	M. S.	S.	S.	S.
Le cap de Bonne-espér.	33. 55. 15 M	3. 43,21	2. 11,00			
Rodrigue	19. 40. 40 M	.....	.....	5,87		
Lisbonne	38. 43. 23 S	2. 38,69	3. 07,0	7,91	10,46	
Tobolsk	58. 12. 22	7. 53,34	7. 51,52	8,65	9,96	9,65
Torneä	65. 50. 50	7. 08,49	7. 04,5	8,52	9,91	9,51
Cajanebourg	64. 13. 30	7. 01,92	7. 04,5	8,61	10,06	9,76
Upsal	59. 51. 50	6. 16,83	6. 33,0	8,60	10,22	9,99
Stockolm	59. 20. 30	6. 13,37	6. 06,0	8,33	9,80	9,21
Goettingen	51. 31. 54	5. 01,65	5. 08,0	8,36	10.23	9,89
Greenwich	51. 28. 30	4. 54,58	5. 13,0	8,57	10,62	10,87
Sherburn	50. 55. 00	4. 49,91	5. 02,0	8,45	10,45	10,42
Tirnau	48. 23. 30	4. 47,25	4. 55,0	8,42	10,32	10,05
Wezlar	48. 36. 30	4. 45,37	4. 35,0	8,08	9,64	8,25
Schwezingen	49. 21. 00	4. 45,43	4. 23,0	7,79	9,31	7,32
Ingolstadt	48. 46. 00	4. 40,74	4. 33,5	8,03	9,74	8,48
Dillingen	48. 30. 06	4. 38,73	4. 41,0	8,12	10,13	9,54
Munich	48. 09. 55	4. 35,93	4. 27,0	7,97	9,68	8,22
Paris. *L.*	48. 50. 14	4. 33,56	4. 57,0	8,61	10,85	11,59
Paris. *M.*	48. 50. 14	.....	4. 41,0	8,29	10,27	9,91
Lauzac	46. 02. 00	4. 22,23	4. 48,0	8,63	10,97	12,05
Bologne	44. 29. 36	4. 05,19	4. 28,0	8,58	10,93	13,35
Florence	43. 46. 53	3. 57,52	3. 43,0	7,69	9,39	6,12

Il paroît clair qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'observation de Florence, son résultat est trop disparat d'avec celui des autres observations, je n'en ferai point usage. Il reste dix-huit combinaisons, sans compter celles des trois termes de comparaisons. Les dix-huit combinaisons de l'observation du cap, donnent toutes la parallaxe du Soleil moindre que 9 secondes, ou même que 8",7, & plus forte que 8 secondes, exceptés

Tabelle 2: Daten der Venus-Durchgänge von 1761 und 1769. Kontaktzeiten und Zeitpunkte der unteren Konjunktionen in Weltzeit (UT), kleinste Winkelabstände (Separation) der Venus- und Sonnenscheibe in Bogensekunden (Quelle: ESPENAK: Transits of Venus - Six Millennium Catalog 2000 BCE to 4000 CE, http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/catalog/VenusCatalog.html)

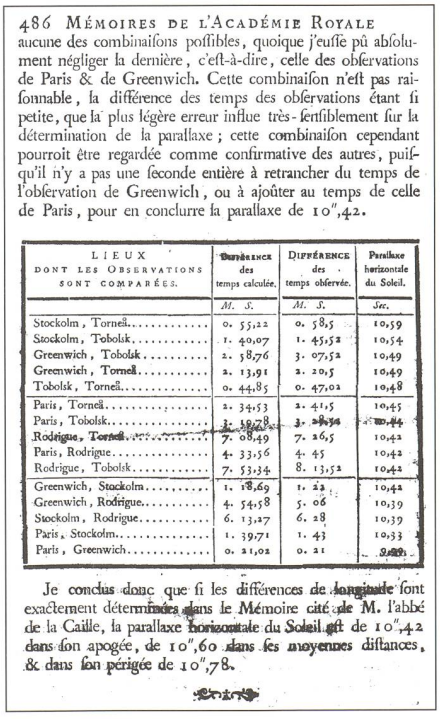
Transit-Datum	Kontakt I	Kontakt II	Konjunktion	Kontakt III	Kontakt IV	Separation
06. Juni 1761	02:02	02:20	05:19	08:18	08:37	570.4
03. Juni 1769	19:15	19:34	22:25	01:16	01:35	609.3

wobei $\pi_{Theorie}$ der in der Theorie bzw. in den Tafeln verwendete a priori-Wert der Sonnenparallaxe bezeichnet

5. Mittelwert-Bildung (arithmetisches Mittel) aller π_{Obs} unter eventueller Streichung von Werten, die als Ausreisser betrachtet wurden
6. Da sich π_{Obs} auf das Datum des jeweiligen Transits bezog, wird die gesuchte mittlere Sonnenparallaxe $\pi_{\odot} = 1.015\ \pi_{Obs}$

Diese Methode stützt sich also im Wesentlichen auf die reduzierten Observablen-Differenzen verschiedener Beobachtungsstationen bezüglich eines Referenz-Meridians oder bezüglich des Erdzentrums und anschliessendem Vergleich mit den entsprechenden Werten, die aus der Theorie folgen. Das Verhältnis zwischen beobachteten und theoretischen Observablen-Differenzen ergibt den Faktor, der mit dem theoretischen a priori-Wert der Sonnenparallaxe multipliziert wird, um einen Wert für die «beobachtete» Sonnenparallaxe zu erhalten. Die «tatsächliche» Sonnenparallaxe ergibt sich aus dem Mittelwert aller «beobachteten» Sonnenparallaxen. Einige Beispiele sollen diese Auswerte-Methode und ihre «Varianten» illustrieren. Es sind dies Abhandlungen von ALEXANDRE GUY PINGRÉ (1711-1796), JAMES SHORT (1710-1768), THOMAS HORNSBY (1733-1810) und ANDREW PLANMAN (1724-1803).

Fig. 9: Seite 486 aus der Abhandlung [21] von PINGRÉ. (Bild: gallica.bnf.fr)



486 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

aucune des combinaiſons poſſibles, quoique j'euſſe pû abſolument négliger la dernière, c'eſt-à-dire, celle des obſervations de Paris & de Greenwich. Cette combinaiſon n'eſt pas raiſonnable, la différence des temps des obſervations étant ſi petite, que la plus légère erreur influe très-ſenſiblement ſur la détermination de la parallaxe ; cette combinaiſon cependant pourroit être regardée comme confirmative des autres, puiſqu'il n'y a pas une ſeconde entière à retrancher du temps de l'obſervation de Greenwich, ou à ajoûter au temps de celle de Paris, pour en conclurre la parallaxe de 10",42.

LIEUX DONT LES OBSERVATIONS SONT COMPARÉES.	DIFFÉRENCE des temps calculée.	DIFFÉRENCE des temps obſervée.	Parallaxe horizontale du Soleil.
	M. S.	M. S.	Sec.
Stockolm, Torneâ	0. 55,22	0. 58,5	10,59
Stockolm, Tobolsk	1. 40,07	1. 45,52	10,54
Greenwich, Tobolsk	2. 38,76	3. 07,52	10,49
Greenwich, Torneâ	2. 13,91	2. 20,5	10,49
Tobolsk, Torneâ	0. 44,85	0. 47,02	10,48
Paris, Torneâ	2. 34,53	2. 41,5	10,45
Paris, Tobolsk	3. 19,78	3. 28,54	10,44
Rodrigue, Torneâ	7. 08,49	7. 26,5	10,42
Paris, Rodrigue	4. 33,56	4. 45	10,42
Rodrigue, Tobolsk	7. 53,34	8. 13,52	10,42
Greenwich, Stockolm	1. 18,69	1. 22	10,42
Greenwich, Rodrigue	4. 54,58	5. 06	10,39
Stockolm, Rodrigue	6. 13,27	6. 28	10,39
Paris, Stockolm	1. 39,71	1. 43	10,33
Paris, Greenwich	0. 21,02	0. 21	9,99

Je conclus donc que ſi les différences de longitude ſont exactement déterminées dans le Mémoire cité de M. l'abbé de la Caille, la parallaxe horizontale du Soleil eſt de 10",42 dans ſon apogée, de 10",60 dans ſes moyennes diſtances, & dans ſon périgée de 10",78.

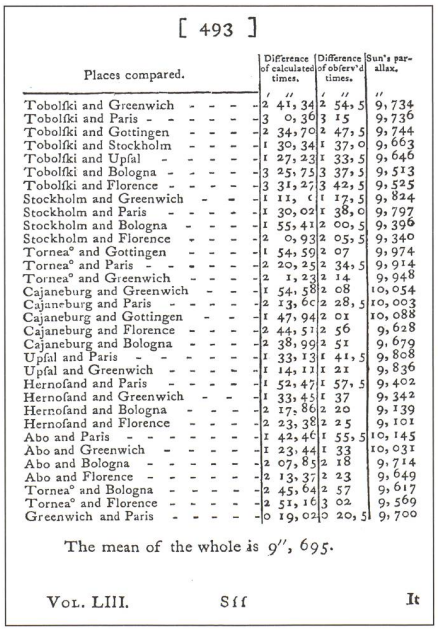
Die Auswertungen des Venus-Transits von 1761

PINGRÉ benutzt in seiner ersten Abhandlung [21] von 1763 die Sonnen-Ephemeriden von LACAILLE, die Venus-Ephemeriden von HALLEY sowie eine a priori-Sonnenparallaxe von $\pi_{Theorie} = 10.0''$ für die Berechnung der theoretischen Observablen. In einer ersten Methode bildet er den Mittelwert aus dem Vergleich der gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} von 5 Beobachtungsstationen mit der gemessenen Transit-Dauer der Station Tobolsk und erhält $\pi_{Obs} = 9.93''$. In einer zweiten Methode bildet er den Mittelwert aus dem Vergleich der gerechneten Zentrums-Abstände Δz_{VS} von 5 Beobachtungsstationen mit dem Zentrums-Abstand gemessen in der Station Rodrigues und erhält $\pi_{Obs} = 10.14''$. In einer dritten Methode (Fig. 8) bildet er den Mittelwert aus dem Vergleich der zweiten Kontaktzeiten t_2 gemessen in 18 Stationen mit denselben Kontaktzeiten gemessen in der Stationen Kap der Guten Hoffnung, ergibt $\pi_{Obs} = 8.43''$ (Mittel aus 16), Rodrigues, ergibt $\pi_{Obs} = 10.02''$ (Mittel aus 14), sowie Lissabon, ergibt $\pi_{Obs} = 9.89''$ (Mittel aus 11). Schliesslich bildet er den Mittelwert aus dem Vergleich der gemessenen Kontaktzeiten t_2 von 6 Stationen untereinander (Fig. 9) und erhält für $\pi_{\odot} = 10.60''$ (Mittel aus 15).

SHORT nimmt in seiner ersten Abhandlung [25] von 1762 eine Sonnenparallaxe von $\pi_{Theorie} = 8.5''$ an. In einer ersten Methode mittelt er zuerst die Kontaktzeit-Beobachtungen pro Station, dann reduziert er diese Mittelwerte pro Station auf den Greenwich-Meridian, und schliesslich bildet er den Mittelwert aus dem Vergleich der Kontaktzeiten t_2 von 15 Stationen mit der Kontaktzeit gemessen in der Station Kap der Guten Hoffnung, woraus er für $\pi_{Obs} = 8.47''$ (Mittel aus 15) bzw. $\pi_{Obs} = 8.52''$ (Mittel aus 11) erhält und daraus $\pi_{\odot} = 8.65''$ bestimmt. In einer zweiten Methode vergleicht er die in 15 Stationen gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} mit der gemessenen Transit-Dauer in Tobolsk, woraus $\pi_{Obs} = 9.56''$ (Mittel aus 15) bzw. $\pi_{Obs} = 8.69''$ (Mittel aus 11) folgt, und mit der gerechneten Transit-Dauer im Erdzentrum, woraus er $\pi_{Obs} = 8.48''$ (Mittel aus 16) bzw. $\pi_{Obs} = 8.55''$ (Mittel aus 9) erhält.

In seiner zweiten Abhandlung [26] von 1764 erhöht SHORT die Anzahl der Vergleichswerte und «Methoden», in der Hoffnung, noch genauere Mittelwerte zu erhalten. Er geht wiederum von einer Sonnenparallaxe von $\pi_{Theorie} = 8.5''$ aus. In der ersten Methode vergleicht er die gemessenen Kontaktzeiten t_2 von 18 Stationen mit der gemessenen Kontaktzeit von Cajaneburg, ergibt $\pi_{Obs} = 8.61''$ (Mittel aus 53), von 17 Stationen mit Bologna, ergibt $\pi_{Obs} = 8.55''$ (Mittel aus 45), und wiederum von 18 Stationen mit Tobolsk, ergibt $\pi_{Obs} = 8.57''$ (Mittel aus 37). Das Mittel dieser drei Werte bestimmt er zu $\pi_{Obs} = 8.58''$. In einer zweiten Methode vergleicht er die gemessenen Kontaktzeiten t_2 von 63 Stationen untereinander und erhält $\pi_{Obs} = 8.63''$ (Mittel aus 63), $\pi_{Obs} = 8.50''$ (Mittel aus 49), $\pi_{Obs} = 8.535''$ (Mittel aus 37). Der Mittelwert der zweiten Methode beträgt $\pi_{Obs} = 8.55''$. Das Mittel aus diesen ersten beiden Methoden bestimmt er zu $\pi_{Obs} = \underline{8.565}''$. In der dritten Methode vergleicht er die gemessenen Kontaktzeiten t_2 von 20 Stationen mit den denselben Kontaktzeiten gemessen an den Stationen Kap der Guten Hoffnung, ergibt $\pi_{Obs} = \underline{8.56}''$ (Mittel aus 21), $\pi_{Obs} = 8.56''$ (Mittel aus 19), $\pi_{Obs} = 8.57''$ (Mittel aus 37), $\pi_{Obs} = 8.55''$ (Mittel aus 8), $\pi_{Obs} = 8.56''$ (Mittel aus 6), und Rodrigues, ergibt $\pi_{Obs} = \underline{8.57}''$ (Mittel aus 21), $\pi_{Obs} = 8.57''$ (Mittel aus 13). In der vierten Methode vergleicht er die Transit-Dauern Δt_{32} gemessen in den Stationen Tobolsk, Madras, Cajaneburg, Tornea und Abo mit jenen gemessen in Grand Mount und Tranquebar, ergibt $\pi_{Obs} = 8.68''$ (Mittel aus 12) sowie $\pi_{Obs} = \underline{8.61}''$ (Mittel aus 8). In der fünften Methode vergleicht er die Zentrums-Abstände Δz_{VS} von 8 verschiedenen Stationen, deren Δz_{VS} aus ihren gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} berechnet wurden, mit dem in Rodrigues gemessen Zentrums-Abstand, was ihm $\pi_{Obs} = \underline{8.56}''$ (Mittel aus 8) ergibt. Schliesslich vergleicht er 12 aus Δt_{32} berechneten Zen-

Fig. 10: Seite 493 aus der Abhandlung [15] von HORNSBY. (Bild: gallica.bnf.fr)



[493]

Places compared.	Difference of calculated times.	Difference of observ'd times.	Sun's parallax.
	′ ″	′ ″	″
Tobolſki and Greenwich	2 41, 34	2 54, 5	9, 734
Tobolſki and Paris	3 0, 36	3 15	9, 736
Tobolſki and Gottingen	2 34, 70	2 47, 5	9, 744
Tobolſki and Stockholm	1 30, 34	1 37, 0	9, 663
Tobolſki and Upſal	1 27, 23	1 33, 5	9, 646
Tobolſki and Bologna	3 25, 75	3 37, 5	9, 513
Tobolſki and Florence	3 31, 27	3 42, 5	9, 525
Stockholm and Greenwich	1 11, 0	1 17, 5	9, 824
Stockholm and Paris	1 30, 02	1 38, 0	9, 797
Stockholm and Bologna	1 55, 41	2 00, 5	9, 396
Stockholm and Florence	2 0, 93	2 05, 5	9, 340
Tornea° and Gottingen	1 54, 59	2 07	9, 974
Tornea° and Paris	2 20, 25	2 34, 5	9, 914
Tornea° and Greenwich	2 1, 23	2 14	9, 948
Cajaneburg and Greenwich	1 54, 58	2 08	10, 054
Cajaneburg and Paris	2 13, 60	2 28, 5	10, 003
Cajaneburg and Gottingen	1 47, 94	2 01	10, 088
Cajaneburg and Florence	2 44, 51	2 56	9, 628
Cajaneburg and Bologna	2 38, 99	2 51	9, 679
Upſal and Paris	1 33, 13	1 41, 5	9, 808
Upſal and Greenwich	1 14, 11	1 21	9, 836
Hernoſand and Paris	1 52, 47	1 57, 5	9, 402
Hernoſand and Greenwich	1 33, 45	1 37	9, 342
Hernoſand and Bologna	2 17, 86	2 20	9, 139
Hernoſand and Florence	2 23, 38	2 25	9, 101
Abo and Paris	1 42, 46	1 55, 5	10, 145
Abo and Greenwich	1 23, 44	1 33	10, 031
Abo and Bologna	2 07, 85	2 18	9, 714
Abo and Florence	2 13, 37	2 23	9, 649
Tornea° and Bologna	2 45, 64	2 57	9, 617
Tornea° and Florence	2 51, 16	3 02	9, 569
Greenwich and Paris	0 19, 02	0 20, 5	9, 700

The mean of the whole is 9", 695.

VOL. LIII. Sff It

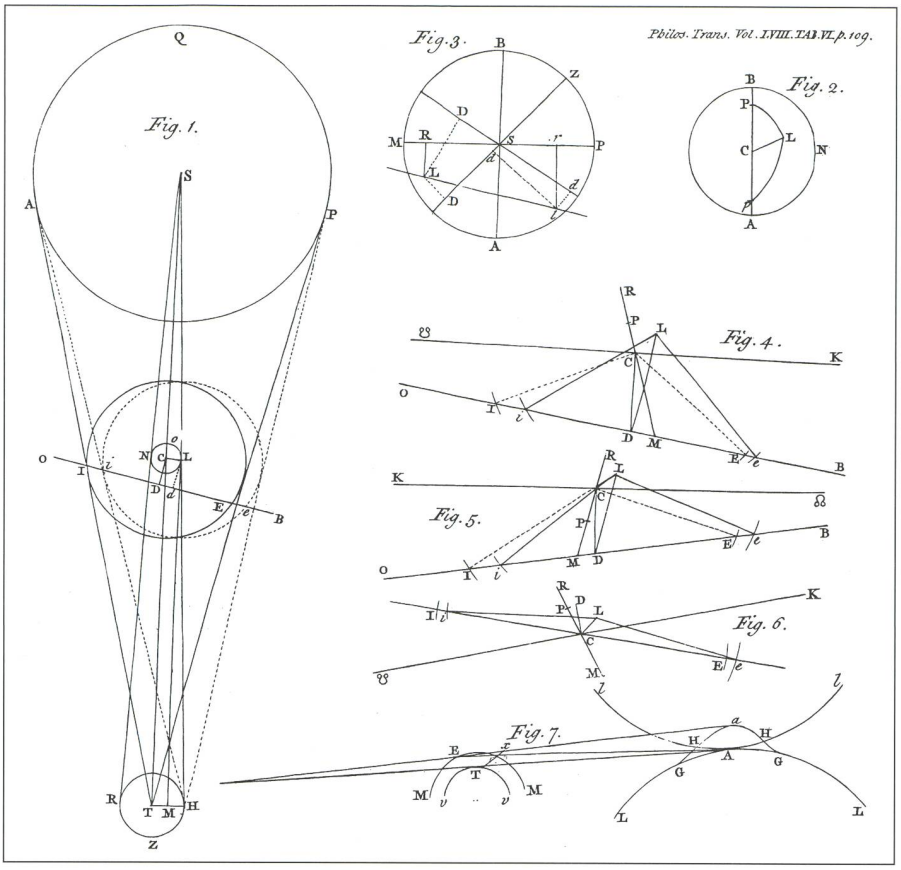


Fig. 11: Figuren zur Abhandlung [24] von PLANMAN. Man beachte die darin verzeichnete Fig. 7, mit der PLANMAN das Tropfen-Phänomen zu erklären versuchte. (Bild: gallica.bnf.fr)

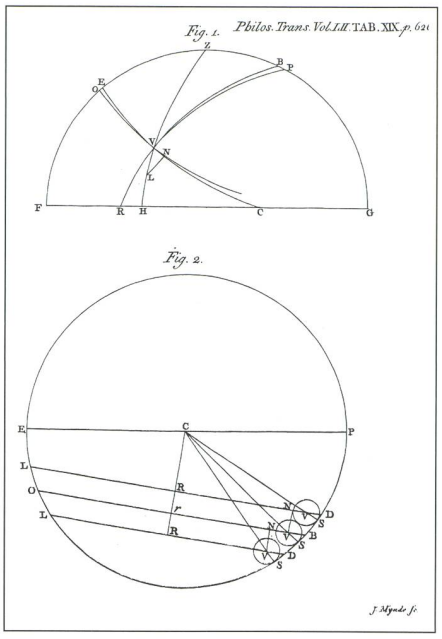


Fig. 12: Tafel aus der Abhandlung [25] von SHORT als Illustration der Bestimmung des minimalen Zentrums-Abstandes zwischen Sonnen- und Venus-Scheibe. (Bild: gallica.bnf.fr)

trums-Abstände verschiedener Stationen untereinander und erhält π_{Obs} = 8.53" (Mittel aus 12), wobei er für $\pi_{Theorie}$ = 8.56" annimmt. Nun bildet er das Mittel der unterstrichenen Werte, was π_{Obs} = 8.566" ergibt. Das Mittel ohne Wert der vierten Methode ergibt π_{Obs} = 8.557". Damit erhält er als Endresultat: π_{Obs} = 8.56".

HORNSBY vergleicht in seiner Auswertung [15] von 1764 zuerst die in 12 Stationen gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} mit der in Tobolsk gemessenen Transit-Dauer und erhält π_{Obs} = 9.332" (Mittel aus 12) resp. π_{Obs} = 9.579" (Mittel aus 10), wobei er für $\pi_{Theorie}$ = 9.0" annimmt. Dann vergleicht er die Δt_{32} von Tobolsk und Cajaneburg mit der Transit-Dauer der Station Madras und erhält π_{Obs} = 9.763". In einem dritten Versuch vergleicht er die gemessenen Transit-Dauern von 13 Stationen mit der für das Erdzentrum berechneten Transit-Dauer und erhält π_{Obs} = 9.812" (Mittel aus 12) resp. π_{Obs} = 9.724" (Mittel aus 10). Als nächste «Methode» vergleicht er 5 Zentrums-Abstände, die er aus den gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} von 5 Stationen berechnet, mit den für jede dieser Stationen theoretisch (aus den Tabellen) berechneten Transit-Dauern und erhält π_{Obs} = 9.920", wobei er für $\pi_{Theorie}$ = 10.0", für den Radius der Sonnenscheibe $R_\odot$ = 15' 48.5" und der Venusscheibe $R_♀$ =29" annimmt und die Differenz $R_\odot - R_♀$ noch um 2" als Korrektur reduziert. Als Fünftes vergleicht er die an 14 Stationen gemessenen Kontaktzeiten t_3 mit der am Kap der Guten Hoffnung gemessenen Kontaktzeit t_3, wobei er bei der Mittelwertbildung den Vergleichs-Wert der Station Rodrigues wegen der Vermutung zuerst weglässt, diese Station weise einen systematischen Zeitfehler in ihren Beobachtungen auf von 1 Minute. Er erhält π_{Obs} = 8.692". Der Vergleich dieser 14 Stationen mit der Station Rodrigues, aber ohne den Wert der Station am Kap, liefert als Mittel π_{Obs} = 10.419". Nun zieht er bei diesem Vergleich mit Rodrigues von allen Stations-Beobachtungen 1 Minute ab und erhält als Mittelwert π_{Obs} = 8.654". Er glaubt, damit den systematischen Zeitfehler der Station Rodrigues nachgewiesen zu haben. Schliesslich vergleicht er die reduzierten Kontaktzeiten t_3 der verbleibenden 13 Stationen untereinander (Fig. 10) und erhält π_{Obs} =

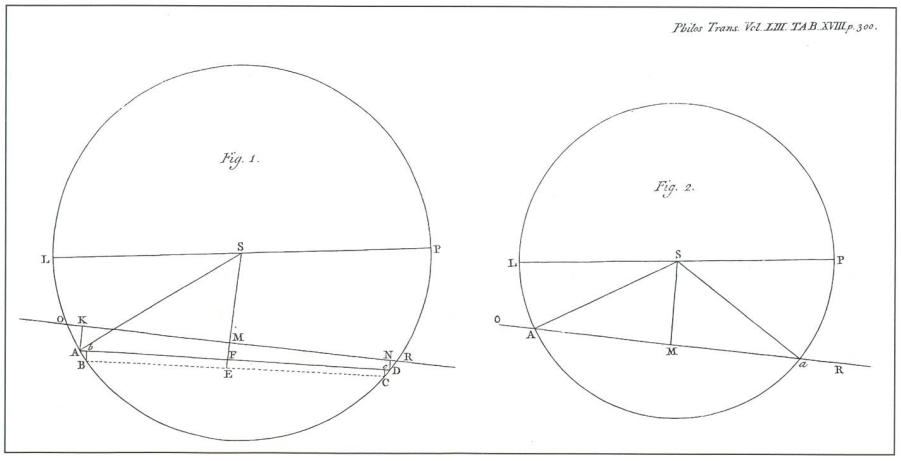


Fig. 13: Tafel aus der Abhandlung [26] von SHORT als Illustration der Bestimmung des minimalen Zentrums-Abstandes zwischen Sonnen- und Venus-Scheibe. (Bild: gallica.bnf.fr)

9.695" (Mittel aus 32). Das Mittel aus allen sechs Methoden liefert ihm als Endresultat π_{Obs} = 9.736".

Da PINGRÉ in Rodrigues beobachtete, sah er sich genötigt, zu HORNSBYS Resultat Stellung zu nehmen. Er bekräftigte in seiner Auswertung [22] von 1768 mit ähnlichen «Methoden» seinen zuvor bestimmten Wert für die Sonnenparallaxe mit π_{Obs} = 10.10" als Mittelwert aus zwei Methoden, die jeweils π_{Obs} = 9.97" und π_{Obs} = 10.24" lieferten.

PLANMAN erhielt in seiner Abhandlung [24] von 1769 mit zwei «verschiedenen Methoden» identische Werte für die Sonnenparallaxe, wobei er für $\pi_{Theorie}$ = 8.2" annimmt. In einer ersten Methode vergleicht er die Kontaktzeiten t_2, t_3 und t_4 von 32 Stationen, reduziert auf den Meridian von Paris, mit den entsprechenden Messungen der Stationen Kap der Guten Hoffnung und Peking und bildet davon die Mittelwerte. Als Mittel dieser Ergebnisse erhält er π_{Obs} = 8.49". In einer zweiten Methode vergleicht er die Kontaktzeiten t_3 und t_4 von 10 Stationen, reduziert auf den Meridian von Paris, mit den entsprechenden Messungen der Stationen Paris und Bologna und bildet davon die Mittelwerte. Als Mittel dieser Ergebnisse erhält er ebenfalls π_{Obs} = 8.49". Ein interessanter Aspekt seiner Abhandlung besteht aus dem Versuch, das Tropfen-Phänomen durch die Brechung der Sonnenstrahlen in der Venus-Atmosphäre zu erklären (Fig. 11), wobei zu untersuchen wäre, ob er damit nicht gerade den gegenteiligen Effekt, nämlich einen hellen statt einen dunklen Tropfen, erzeugt.

In der Tabelle 3 sind die Resultate der Auswertungen des Transits von 1761 zusammengestellt. Die fett gedruckten Werte für π_{Obs} und $\pi_{\odot}$ sind jene, wie sie in den einzelnen Abhandlungen angegeben wurden. Wo diese Werte fehlten, wurden sie entsprechend mit dem Faktor 1.015 umgerechnet. Der Mittelwert der 14 aufgelisteten Werte $\pi_{\odot}$ für die mittlere Sonnenparallaxe beträgt $\pi_{\odot}$ = 9.35" ± 0.69", das nach Anzahl der Methoden gewichtete Mittel beträgt 9.40" ± 0.72". Auffallend ist die starke Streuung dieser Resultate. Wie signifikant sind diese Resultate? Bildet man den Mittelwert der a priori für die astronomischen Tafeln oder für die Berechnung der theoretischen Observablen angenommenen Wert für $\pi_{Theorie}$, so ergibt dieses Mittel 9.08" ± 0.67", also ein sehr ähnlicher Wert wie für das aus allen Auswertungen resultierende Mittel. Die Vermutung liegt daher nahe, dass man mit den angewandten Auswerte-Methoden nur jenen Wert etwas verändert hat, den man a priori in das «Modell» hineingesteckt hat. In der Tat sind die Mittelwerte der sechs Auswertungen (drittletzte Spalte der Tabelle 3) mit einem Korrelations-Koeffizienten von 0.92 stark mit den a priori-Werten $\pi_{Theorie}$ korreliert. Dies ist Anbetracht des verwendeten «Modells» $\pi_{Obs} = (\Delta_{Obs} / \Delta_{Theorie}) \pi_{Theorie}$ auch nicht verwunderlich. Diese Resultate illustrieren eindrücklich, dass die verwendeten Methoden zur Lösung der Parameterbestimmungs-Aufgabe schlicht unzureichend, ja unbrauchbar waren. Daran änderten auch die zahlreichen Versuche nichts, mit denen man aus den Kontaktzeit-Messungen möglichst genau die Zentrums-Abstände für die jeweiligen Beobachtungsstationen berechnete, wie die Figuren 11, 12 und 13 zeigen. Das Problem bestand nicht darin, welche Observablen miteinander verglichen wurden, sondern es fehlte die Einsicht, dass jede Observable unweigerlich mit Fehlern behaftet ist. Entscheidend für eine geeignete Auswerte-Methode war daher der Umstand, ob und wie man die Fehler aus Beobachtung und Theorie als zu schätzende Parameter in das Modell einführte oder nicht. Genau diesen entscheidenden Schritt haben EULER und DUSÉJOUR in ihren Auswertungen gemacht.

Moderne Parameterbestimmung und die Methoden von EULER und DUSÉJOUR

Damit die Arbeiten von EULER und DUSÉJOUR richtig beurteilt (und entsprechend gewürdigt) werden können, soll die moderne Methode der Parameterbestimmung in ihrer einfachsten Form kurz erklärt werden. Das Prinzip besteht darin, die Beobachtungsgrössen (die sog. Observablen) mit Hilfe eines mathematischen Modells derart darzustellen, dass möglichst sämtliche relevanten physikalischen Gesetzmässigkeiten berücksichtigt werden, unter denen die Beobachtungen zustande kommen. Die Grössen und Unbekannten, die das Modell charakterisieren und die bestimmt werden sollen, nennt man Modell-Parameter oder einfach Parameter. Da diese Parameter nicht exakt, sondern nur mit einer gewissen Genauigkeit aus den Beobachtungen bestimmt werden können, spricht man auch von «geschätzten» Parametern. Diesen Prozess nennt man Ausgleichung. Parameterbestimmungs-Methoden sind deshalb immer Ausgleichungs- oder Schätz-Verfahren. Das Ziel einer Ausgleichung besteht darin, die Parameter derart zu bestimmen, dass die Gesamtheit bzw. die Summe der Schätzfehler Null wird. Das Prinzip einer modernen Parameterbestimmung soll hier am Beispiel einer sog. *vermittelnden Ausgleichung linearer Beobachtungsgleichungen* erläutert werden. Es ist dies gegenüber der sog. *bedingten* Ausgleichung oder der Ausgleichung *nicht-linearer* Beobachtungsgleichungen der einfachste Fall. Diese komplizierteren Fälle können aber rein formal stets auf den einfachen Fall zurückgeführt werden. Es ist also wie folgt vorzugehen:

1. Formulierung der sog. *Beobachtungsgleichungen*: $b = f(x_1, x_2, \ldots)$, wobei b die Messgrösse, f das funktionale Modell und x_i die zu schätzenden Parameter bedeuten.

2. Aufstellen der sog. *Verbesserungsgleichungen* (auch Fehlergleichungen genannt): $\boldsymbol{v} = \mathbf{A}\,\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b}'$, wobei $\mathbf{A}$ die aus f folgende Modell-Matrix, $\boldsymbol{x}$ der Vektor der zu bestimmenden Parameter, $\boldsymbol{b}'$ der Vektor der tatsächli-

Tabelle 3: Zusammenfassung der Resultate aus den Auswertungen des Venus-Transits von 1761.

Autor	Jahr	Methode	π_{Obs}	$\pi_{\odot}$	Mittelwert		$\pi_{Theorie}$
PINGRÉ	1761	1	**9.93**	10.08			10.0
		2	**10.14**	10.29			10.0
		3	**8.43**	8.56			10.0
		3	**10.02**	10.17			10.0
		3	**9.89**	10.04			10.0
		4	10.44	**10.60**	9.96	↔	10.0
SHORT	1762	1	**8.52**	**8.65**			8.5
		2	**8.69**	8.82			8.5
		2	**8.55**	8.68	8.72	↔	8.5
SHORT	1763	1-6	**8.56**	8.69	8.69	↔	8.5
HORNSBY	1763	1-6	**9.74**	9.89	9.89	↔	9.0
PINGRÉ	1765	1-2	**10.10**	10.25	10.25	↔	10.0
PLANMAN	1768	1	**8.49**	8.61			8.2
		2	**8.49**	8.61	8.61	↔	8.2
Mittelwert				9.35" ± 0.69"			
Nach Anzahl der Methoden gewichtetes Mittel				9.40" ± 0.72"			9.08" ± 0.67"

chen Beobachtungen und $\boldsymbol{v}$ der Verbesserungs- oder Residuen-Vektor bezeichnen.

3. Wahl eines *Ausgleichungs-Prinzips*, z.B. die Methode der kleinsten Quadrate: $\boldsymbol{v}^T \mathbf{P} \boldsymbol{v}$ = minimal, wobei $\boldsymbol{v}^T$ die Transponierte des Residuen-Vektors und $\mathbf{P}$ die Gewichts-Matrix darstellen. Ist $\mathbf{P}$ identisch mit der Einheits-Matrix $\mathbf{E}$, folgt aus der Methode der kleinsten Quadrate, dass die Summe der Residuen Null sein muss: $\sum v_i = 0$.
4. Aufstellen der *Normalgleichungen*: $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \boldsymbol{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \boldsymbol{b}' = \mathbf{0}$. Diese Gleichungen folgen aus dem Ausgleichungs-Prinzip und den Verbesserungsgleichungen.
5. Bestimmung des *Lösungs-Vektors*: $\boldsymbol{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \boldsymbol{b}'$. Die Lösung des Gleichungssystem besteht hauptsächlich in einer Matrix-Inversion. Vor der Computer-Ära wurden dafür zahlreiche Verfahren entwickelt, z.B. das Eliminations-Verfahren von CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855).

Zu erwähnen ist noch, dass mit diesem Verfahren zugleich auch die zufälligen Fehler der geschätzten Parameter (die sog. rms oder root mean squares) angegeben werden können, wichtige Indikatoren für die Qualität des Modells und der Beobachtungen. Als Ausgleichungs-Prinzip kann an Stelle der GAUSS zugeschriebenen Methode der kleinsten Quadrate auch eine Ausgleichung nach TSCHEBYSCHEW (Ausgleichung so, dass die betragsmässig grösste Verbesserung minimal wird) oder eine Ausgleichung nach LAPLACE (Suchen der minimalen Summe der Absolutwerte der Verbesserungen) verwendet werden.

Es sei gleich vorweggenommen, dass weder EULER noch DUSÉJOUR noch sonst jemand im 18. Jahrhundert eine Ausgleichung *formal* auf die beschriebene Art und Weise durchführten. Ihre Verfahren haben aber *inhaltlich* mit einigen der oben aufgeführten Punkte grosse Ähnlichkeit. Insbesondere stimmte das Prinzip und die Zielsetzung ihrer Methoden mit den modernen überein, nämlich: Bestimmung der Parameter derart, dass die (Summe der) Residuen, d.h. der gerechneten minus beobachteten Grössen, möglichst klein (Null) werden und ihr Erwartungswert nahe Null ist, also keine systematischen Abweichungen aufweisen. Die Arbeiten von EULER und DUSÉJOUR waren diesbezüglich richtungsweisend und allen anderen Auswertungen weit überlegen. Ein Vergleich ihrer Auswertungen des Transits von 1769 mit jenen von HORNSBY und PINGRÉ, deren Auswertungen nach wie vor auf dem Prinzip der Mittelwertbildung beruhte, soll diese Tatsache illustrieren.

Die Auswertungen des Venus-Transits von 1769 und die Bestimmung der Sonnenparallaxe aus den Transits von 1761 und 1769

Etwa ein Jahr nach dem Venus-Durchgang vom 3. Juni 1769 legte EULER, dessen astronomische Arbeiten in ORION 319 vorgestellt wurden [29], seine Auswertung dieses Transits der Petersburger Akademie vor. Die Abhandlung [7] umfasst 233 Seiten und erschien noch im selben Jahr 1770 im 2. Teil des 14. Bandes der «Neuen Kommentare der Petersburger Akademie». Der Titel der in Latein verfassten Arbeit (Fig. 14) lautet: «Darstellung (Auseinandersetzung) der Methoden, sowohl zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aus einem beobachteten Venusdurchgang vor der Sonne, als auch zur Auffindung der Längen von Erdörtern aus Beobachtungen von Sonnenfinsternissen, zugleich mit den Berechnungen und der daraus gezogenen Schlüssen». Auf den ersten Blick mag erstaunen, dass im Titel die Bestimmung der geographischen Länge der Beobachtungsstationen mit Hilfe von Sonnenfinsternissen angekündigt wird, denn normalerweise wurden die Längen doch mit den weitaus häufigeren Verfinsterungen der Jupitermonde, mit Sternbedeckungen durch den Mond oder einfach aus Monddistanzen bestimmt. Es gibt zwei Gründe für diesen Titel. Zum einen sind Transits eigentlich nichts anderes als partielle Sonnenfinsternisse und können daher im Prinzip mit denselben Finsternis-Modellen berechnet werden (falls sie allgemein genug formuliert sind und dies erlauben). Zum anderen fand nur wenige Stunden nach dem Venus-Transit von 1769 tatsächlich eine totale Sonnenfinsternis statt (siehe Tab. 4). EULER formulierte deshalb das Modell in seiner Auswertung derart allgemein, dass damit auch zugleich die Beobachtungen der Sonnenfinsternis ausgewertet und die geographischen Längen einiger Beobachtungsorte neu bestimmt oder verbessert werden konnten.

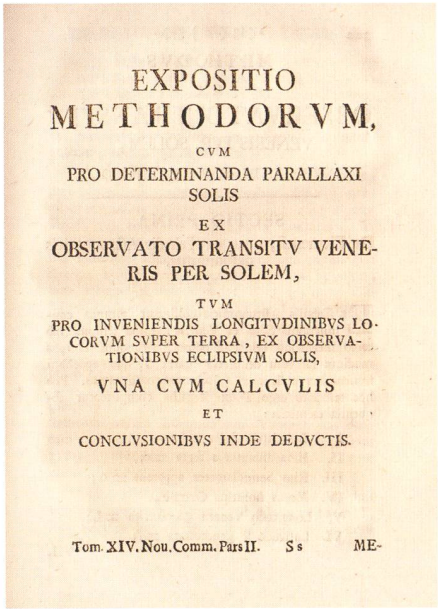
Im Folgenden wird die EULERsche Abhandlung nur summarisch vorgestellt. Die Stärke der EULERschen Methode besteht einerseits in der Art und Weise, wie er die Beobachtungsgleichungen formuliert und andererseits, dass er diese zu Bedingungsgleichungen erweitert und dadurch dem speziellen Problem optimal anpasst. Er ging vermutlich von der Idee aus, dass bei der Konjunktion zweier punktförmig oder ausgedehnt erscheinenden Himmelskörpern der Winkelabstand zwischen ihren Zentren sowohl für die Beobachtung als auch für die Rechnung die entscheidende Grösse darstellt. Selbst wenn diese Winkel-Separation im Falle eines Venus-Durchgangs (zur damaligen Zeit) nicht direkt gemessen werden konnte, führte sie EULER dennoch als «Observable» in seine Beobachtungsgleichung ein. In den Figuren 15, 16, 17 und 18 sind die Parameter und ihre Bedeutung anhand der Original-Publikation erläutert. EULER leitet die Beobachtungsgleichungen in drei Schritten her:

1. Schritt: Zuerst bestimmt er die geozentrische Winkeldistanz ☉♀ zwischen Sonnen-Zentrum ☉ und Venus-Zentrum ♀ zur Zeit ihrer Konjunktion. Sei T die Epoche der Konjunktion zwischen Sonne und Venus in mittlerer Zeit von Paris, die aus astronomischen Tafeln entnommen werden kann. Für diesen Zeitpunkt T seien folgende Elemente gegeben, die ebenfalls aus den Tafeln bestimmt werden können:

Ekliptikale Länge der Sonne	=	L
Distanz Erde–Sonne	=	a
Scheinbarer Sonnenradius	=	Δ
Stündliche ekliptikale Sonnenbewegung	=	α
Geozentrische ekliptikale Länge der Venus	=	L
Geozentrische ekliptikale Breite der Venus	=	l
Distanz Erde–Venus	=	b
Scheinbarer Venusradius	=	δ
Stündliche Venusbewegung in ekl. Länge	=	β
Stündliche Venusbewegung in ekl. Breite	=	γ

Tabelle 4: Elemente der totalen Sonnenfinsternis vom 4. Juni 1769.
(Quelle: ESPENAK: Solar Eclipse Page, http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/solar.html)

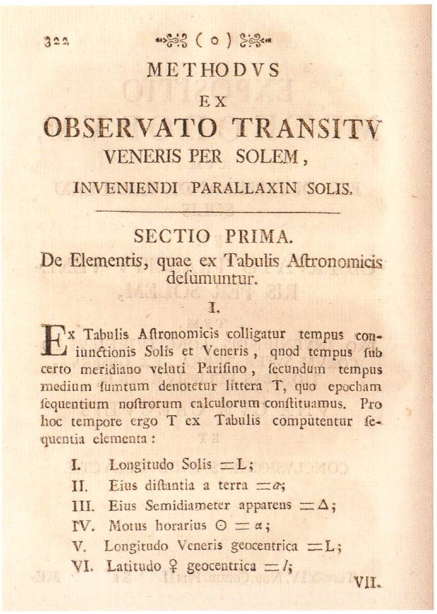
Datum	Konjunktion (Weltzeit)	Saros Typ	Saros Nr.	Grösse	Breite	Länge	Dauer
04. Juni 1769	08:28	total	114	1.067	87.3 N	26.0 E	$3^m 36^s$



EXPOSITIO
METHODORVM,
CVM
PRO DETERMINANDA PARALLAXI
SOLIS
EX
OBSERVATO TRANSITV VENERIS PER SOLEM,
TVM
PRO INVENIENDIS LONGITVDINIBVS LOCORVM SVPER TERRA, EX OBSERVATIONIBVS ECLIPSIVM SOLIS,
VNA CVM CALCVLIS
ET
CONCLVSIONIBVS INDE DEDVCTIS.

Tom. XIV. Nou. Comm. Pars II. Ss ME-

Fig. 14: Titelseite der Abhandlung [7] von Euler. (Bild: A. Verdun)



322 (o)
METHODVS
EX
OBSERVATO TRANSITV
VENERIS PER SOLEM,
INVENIENDI PARALLAXIN SOLIS.

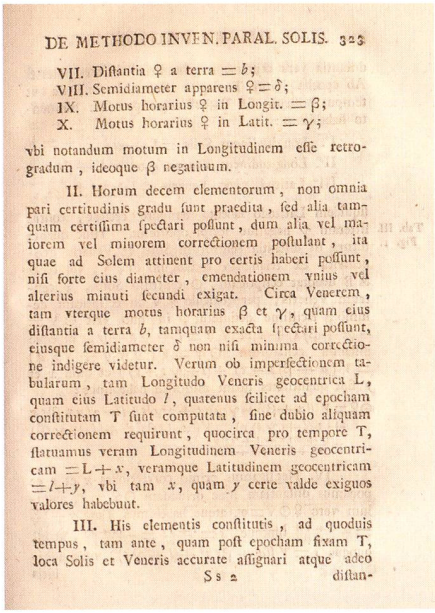
SECTIO PRIMA.
De Elementis, quae ex Tabulis Aſtronomicis deſumuntur.

I.

Ex Tabulis Aſtronomicis colligatur tempus conjunctionis Solis et Veneris, quod tempus ſub certo meridiano veluti Pariſino, ſecundum tempus medium ſumtum denotetur littera T, quo epocham ſequentium noſtrorum calculorum conſtituamus. Pro hoc tempore ergo T ex Tabulis computentur ſequentia elementa:

I. Longitudo Solis $= L$;
II. Eius diſtantia a terra $= a$;
III. Eius Semidiameter apparens $= \Delta$;
IV. Motus horarius $\odot = \alpha$;
V. Longitudo Veneris geocentrica $= L$;
VI. Latitudo ♀ geocentrica $= l$;

VII.



DE METHODO INVEN. PARAL. SOLIS. 323

VII. Diſtantia ♀ a terra $= b$;
VIII. Semidiameter apparens ♀ $= \delta$;
IX. Motus horarius ♀ in Longit. $= \beta$;
X. Motus horarius ♀ in Latit. $= \gamma$;

vbi notandum motum in Longitudinem eſſe retrogradum, ideoque β negatiuum.

II. Horum decem elementorum, non omnia pari certitudinis gradu ſunt praedita, ſed alia tamquam certiſſima ſpectari poſſunt, dum alia vel maiorem vel minorem correctionem poſtulant, ita quae ad Solem attinent pro certis haberi poſſunt, niſi forte eius diameter, emendationem vnius vel alterius minuti ſecundi exigat. Circa Venerem, tam vterque motus horarius β et γ, quam eius diſtantia a terra b, tamquam exacta ſpectari poſſunt, eiusque ſemidiameter δ non niſi minima correctione indigere videtur. Verum ob imperfectionem tabularum, tam Longitudo Veneris geocentrica L, quam eius Latitudo l, quatenus ſcilicet ad epocham conſtitutam T ſunt computata, ſine dubio aliquam correctionem requirunt, quocirca pro tempore T, ſtatuamus veram Longitudinem Veneris geocentricam $= L + x$, veramque Latitudinem geocentricam $= l + y$, vbi tam x, quam y certe valde exiguos valores habebunt.

III. His elementis conſtitutis, ad quoduis tempus, tam ante, quam poſt epocham fixam T, loca Solis et Veneris accurate aſſignari atque adeo

Ss 2 diſtan-

Fig. 15: Seite 322 der Abhandlung [7] von Euler, auf der die Parameter definiert werden. (Bild: A. Verdun)

Fig. 16: Seite 323 der Abhandlung [7] von Euler, auf der die Parameter definiert werden. (Bild: A. Verdun)

Die Theorie der Sonnenbewegung erlaubt, dass die Sonnenelemente als genau betrachtet werden dürfen. Dagegen müssen für die Venus Verbesserungen x in Länge und y in Breite eingeführt werden, so dass ihre genaue geozentrische ekliptikale Länge $= L + x$ und ihre genaue geozentrische ekliptikale Breite $= l + y$ werden. Für eine beliebige Beobachtungszeit $T + t$, wobei t in Stunden vor und nach der Konjunktionszeit T gemessen wird, gilt:

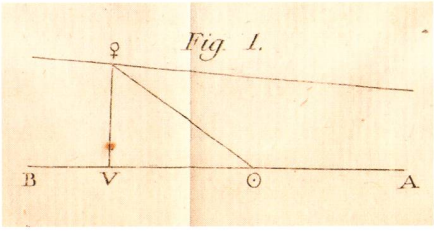


Fig. 17: Die erste Figur aus der Abhandlung [7] von Euler. (Bild: A. Verdun)

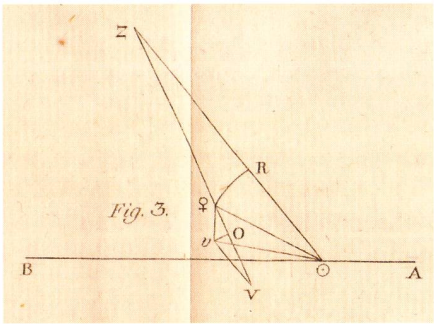


Fig. 18: Die dritte Figur aus der Abhandlung [7] von Euler. (Bild: A. Verdun)

Ekliptikale Länge der Sonne	=	$L + \alpha t$
Geozentrische ekliptikale Länge der Venus	=	$L + \beta t + x$
Geozentrische ekliptikale Breite der Venus	=	$l + \gamma t + y$

Die geozentrische Winkeldistanz ⊙♀ zwischen den Zentren von Sonne ⊙ und Venus ♀ lässt sich mit Hilfe des rechtwinkligen Dreiecks ⊙♀V (Fig. 17) bestimmen, wobei AB die Ekliptik, ⊙ das Zentrum der Sonnenscheibe, ♀ das Zentrum der Venusscheibe und V den Projektionspunkt von ♀ auf AB bezeichnen: ⊙♀ $= s + x \cos\sigma + y \sin\sigma$, wobei s der aus den Tafeln berechnete Näherungswert und σ der Winkel ♀⊙V bedeutet. Da sowohl die aus den astronomischen Tafeln folgenden stündlichen Bewegungen als auch die Zeitmessungen mit Fehlern behaftet sind, führt Euler eine Zeitkorrektion dt ein, so dass die Gleichung die geozentrische Distanz für $t + dt$ erweitert werden muss zu

$$\odot♀ = s + x\cos\sigma + y\sin\sigma - (\alpha+\beta)\,dt\cos\sigma + \gamma dt\sin\sigma .$$

2. Schritt: Als nächstes reduziert Euler diese Elemente auf den Pol des Äquators und von da auf das Zenit irgendeines angenommenen Ortes. Er erhält für den Winkel zR (Fig. 18) die Gleichung

$$zR = f - s\cos(\zeta - \sigma),$$

wobei z das geozentrische Zenith, R die in einem Grosskreis auf den Grosskreis z⊙ projizierte geozentrische Position von ♀, f den Winkel ⊙z und ζ den Winkel z⊙B bezeichnen (Fig. 18).

3. Schritt: Schliesslich bestimmt Euler die scheinbare Distanz ⊙v der Zentren von Sonne und Venus aus der Sonnen-Parallaxe π. Er erhält als Näherung

$$\odot v \approx s - ((a/b) - 1)\,\pi\sin f\cos(\zeta - \sigma) .$$

Die Beobachtungsgleichung für ⊙v besteht somit aus vier Termen:

$$\odot v = s + x\cos\sigma + y\sin\sigma - (\alpha+\beta)\,dt\cos\sigma + \gamma dt\sin\sigma - ((a/b) - 1)\,\pi\sin f\cos(\zeta - \sigma) .$$

Der erste Term s ist die aus den Tafeln berechnete Näherung für den scheinbaren Winkelabstand ⊙v, weshalb wir ihn als *Näherungsterm* benennen. Der zweite Term $x\cos\sigma + y\sin\sigma$ enthält die durch die astronomischen Tafeln eingeführten Positionsfehler und kann deshalb als *Positionsterm* bezeichnet werden. Der dritte Term

$$-(\alpha+\beta)\,dt\cos\sigma + \gamma dt\sin\sigma$$

enthält die aus den Tafeln eingeführten Fehlern der stündlichen Bewegungen sowie die Zeitmessfehler, was den Namen *Zeitterm* rechtfertigt. Der vierte Term

$$-((a/b) - 1)\,\pi\sin f\cos(\zeta - \sigma)$$

enthält die Distanzen und die Parallaxe, was den Namen *Distanz-* oder *Parallaxen-Term* nahe legt.

Man beachte, dass EULERS Beobachtungsgleichung derart allgemein formuliert ist, dass damit beliebige Messungen der Winkeldistanzen zwischen den Zentren von Sonnen- und Venus-Scheibe verarbeitet werden könnten. Da solche Beobachtungen im 18. Jahrhundert technisch noch nicht möglich waren, musste EULER seine Beobachtungsgleichungen den durchgeführten Kontaktzeit-Messungen anpassen. Dazu stellte er folgende *Bedingungsgleichungen* für die äusseren und inneren Kontakte auf:

für die äusseren Kontakte
$\odot v = (\Delta + \delta) + (d\Delta + d\delta)$

für die inneren Kontakte
$\odot v = (\Delta - \delta) + (d\Delta - d\delta)$,

wobei $d\Delta$ und $d\delta$ die (ebenfalls zu bestimmenden) «Unsicherheiten» der scheinbaren Halbmesser der Sonnen- und Venus-Scheibe bezeichnen.

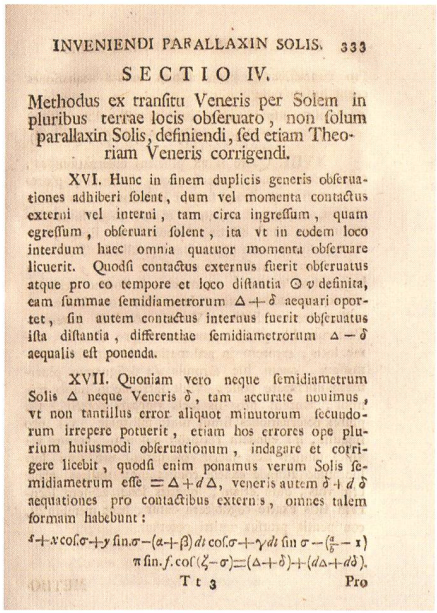
Aus einer Reihe solcher Gleichungen, die aus allen Beobachtungen von gleichen und von verschiedenen Orten hergeleitet werden, können nun sämtliche Unbekannten, insbesondere π, x, y und dt bestimmt werden. EULERS Beobachtungsgleichungen sind in den Figuren 19 und 20 dargestellt. Mit diesen Gleichungen und den Beobachtungen der Sonnenfinsternis bestimmte er zuerst die genauen Längen einiger Beobachtungsorte. Dann wertete er damit die Beobachtungen des Venus-Transits von 1769 aus. Da diese Auswertungen in EULERS Abhandlung über 130 Seiten in Anspruch nehmen, seien hier nur die wesentlichen Schritte seines Parameterbestimmungs-Verfahrens erwähnt:

1. Elimination von Parametern durch geeignete Kombination der Bedingungsgleichungen, so dass nur noch die Parameter x, y und π in den Beobachtungsgleichungen verbleiben
2. Gruppierung der Bedingungsgleichungen in 4 Klassen entsprechend den 4 Kontaktzeiten
3. Bildung von mittleren Bedingungsgleichungen pro Klasse
4. Bestimmung erster Näherungswerte sämtlicher Parameter durch geeignete Kombination der mittleren Bedingungsgleichungen
5. Verbesserung der astronomischen Elemente bzw. der daraus folgenden theoretischen a priori-Parameter
6. Ansetzen neuer, Korrektionsterme enthaltender Bedingungsgleichungen mit Hilfe der gefundenen Elementverbesserungen
7. Aufstellen der Fehlergleichungen für die Beobachtungen, welche die Korrekturen als Unbekannte enthalten
8. Bestimmung der Korrektur-Terme derart, dass die Beobachtungsfehler möglichst minim und sowohl positiv als auch negativ herauskommen

EULERS Resultat für die mittlere Sonnenparallaxe ist in Fig. 21 abgebildet. Er erhält $\pi_\odot = 8.80''$, ein Wert, der dem heutigen erstaunlich nahe kommt. EULER bestätigte dieses Resultat aus den Transit-Beobachtungen von Kalifornien in einem Anhang zu seiner Abhandlung. Ob dieses ausgezeichnete Resultat bloss zufällig bzw. durch das von EULER mit etwas Willkür durchgeführte Ausgleichungs-Verfahren zustande kam, kann nur beurteilt werden, wenn genau dieselben Beobachtungen, die EULER zur Verfügung standen, mit einem heutigen Parameterbestimmungs-Verfahren nochmals ausgewertet werden. Es ist zu erwarten, dass tatsächlich dasselbe Resultat herauskommt, obwohl EULERS Parameterbestimmung nach modernen Gesichtspunkten nicht ganz sauber, die Zielsetzung (Minimierung der Residuen, keine Systematik in den Residuen) aber klar den heutigen Ansprüchen genügt.

Noch ein kleines, aber interessantes Detail in EULERS Abhandlung ist erwähnenswert. EULER gibt den 3. Juni 1769, $20^h\,30^m\,26^s$ bzw. den 3. Juni 1769, $10^h\,7^m\,39^s$ als Konjunktionszeiten für die Sonnenfinsternis bzw. für den Venus-Transit in mittlerer Zeit für den Meridian von Paris an. Berücksichtigt man, das der Zeitunterschied zwischen Paris und Greenwich $9^m\,19^s$ beträgt und addiert diesen zu EULERS Angaben, erhält man den 3. Juni 1769, $20^h\,39^m\,45^s$ bzw. den 3. Juni 1769, $10^h\,16^m\,58^s$ als Konjunktionszeiten in Weltzeit (UT). ESPENAK gibt aber für die Konjunktionszeiten der Sonnenfinsternis den 4. Juni 1769, $08^h\,28^m$ und für den Venus-Transit den 3. Juni 1769, $22^h\,25^m$. Diese Zeiten stimmen nur dann etwa überein, wenn zu EULERS Angaben noch 12 Stunden addiert werden, was bedeutet, dass EULER den Tag am Mittag beginnen lässt, wie es in der

Fig. 19: Seite 333 der Abhandlung [7] von EULER, auf der die Beobachtungsgleichungen für die äusseren Kontakte formuliert werden. (Bild: A. VERDUN)



INVENIENDI PARALLAXIN SOLIS. 333

SECTIO IV.

Methodus ex tranſitu Veneris per Solem in pluribus terrae locis obſeruato, non ſolum parallaxin Solis, definiendi, ſed etiam Theoriam Veneris corrigendi.

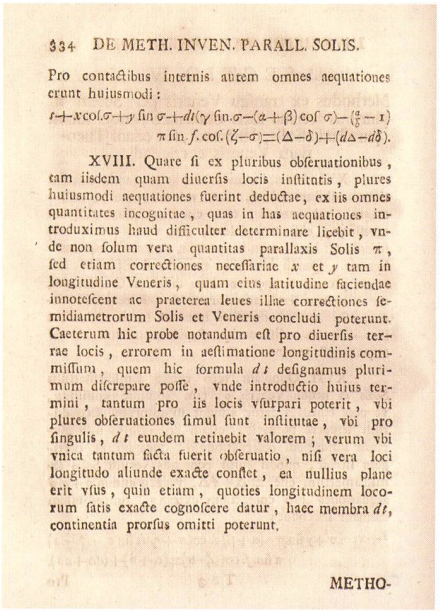
XVI. Hunc in finem duplicis generis obſeruationes adhiberi ſolent, dum vel momenta contactus externi vel interni, tam circa ingreſſum, quam egreſſum, obſeruari ſolent, ita vt in eodem loco interdum haec omnia quatuor momenta obſeruare licuerit. Quodſi contactus externus fuerit obſeruatus atque pro eo tempore et loco diſtantia $\odot v$ definita, eam ſummae ſemidiametrorum $\Delta + \delta$ aequari oportet, ſin autem contactus internus fuerit obſeruatus iſta diſtantia, differentiae ſemidiametrorum $\Delta - \delta$ aequalis eſt ponenda.

XVII. Quoniam vero neque ſemidiametrum Solis Δ neque Veneris δ, tam accurate nouimus, vt non tantillus error aliquot minutorum ſecundorum irrepere potuerit, etiam hos errores ope plurium huiusmodi obſeruationum, indagare et corrigere licebit, quodſi enim ponamus verum Solis ſemidiametrum eſſe $= \Delta + d\Delta$, Veneris autem $\delta + d\delta$ aequationes pro contactibus externis, omnes talem formam habebunt:

$$s + x\cos.\sigma + y\sin.\sigma - (\alpha + \beta)\,dt\cos.\sigma + \gamma\,dt\sin\sigma - \left(\tfrac{\alpha}{b} - 1\right)\pi\sin.f.\cos.(\zeta - \sigma) = (\Delta + \delta) + (d\Delta + d\delta).$$

Tt 3 Pro

Fig. 20: Seite 334 der Abhandlung [7] von EULER, auf der die Beobachtungsgleichungen für die inneren Kontakte formuliert werden. (Bild: A. VERDUN)



334 DE METH. INVEN. PARALL. SOLIS.

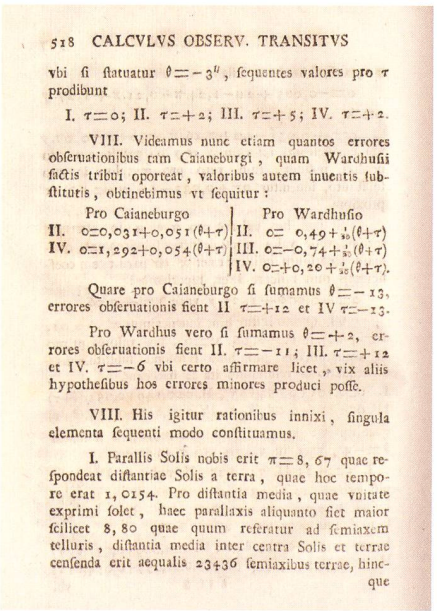
Pro contactibus internis autem omnes aequationes erunt huiusmodi:

$$s + x\cos.\sigma + y\sin\sigma + dt(\gamma\sin.\sigma - (\alpha + \beta)\cos\sigma) - \left(\tfrac{\alpha}{b} - 1\right)\pi\sin.f.\cos.(\zeta - \sigma) = (\Delta - \delta) + (d\Delta - d\delta).$$

XVIII. Quare ſi ex pluribus obſeruationibus, tam iisdem quam diuerſis locis inſtitutis, plures huiusmodi aequationes fuerint deductae, ex iis omnes quantitates incognitae, quas in has aequationes introduximus haud difficulter determinare licebit, vnde non ſolum vera quantitas parallaxis Solis π, ſed etiam correctiones neceſſariae x et y tam in longitudine Veneris, quam eius latitudine faciendae innoteſcent ac praeterea leues illae correctiones ſemidiametrorum Solis et Veneris concludi poterunt. Caeterum hic probe notandum eſt pro diuerſis terrae locis, errorem in aeſtimatione longitudinis commiſſum, quem hic formula dt deſignamus plurimum diſcrepare poſſe, vnde introductio huius termini, tantum pro iis locis vſurpari poterit, vbi plures obſeruationes ſimul ſunt inſtitutae, vbi pro ſingulis, dt eundem retinebit valorem; verum vbi vnica tantum facta fuerit obſeruatio, niſi vera loci longitudo aliunde exacte conſtet, ea nullius plane erit vſus, quin etiam, quoties longitudinem locorum ſatis exacte cognoſcere datur, haec membra dt, continentia prorſus omitti poterunt.

METHO-

Fig. 21: Seite 518 der Abhandlung [7] von EULER mit dem Resultat von 8.80". (Bild: A. VERDUN)



518 CALCVLVS OBSERV. TRANSITVS

vbi ſi ſtatuatur $\theta = -3''$, ſequentes valores pro τ prodibunt

I. $\tau = 0$; II. $\tau = +2$; III. $\tau = +5$; IV. $\tau = +2$.

VIII. Videamus nunc etiam quantos errores obſeruationibus tam Caianeburgi, quam Wardhuſii factis tribui oporteat, valoribus autem inuentis ſubſtituitis, obtinebimus vt ſequitur:

Pro Caianeburgo	Pro Wardhuſio
II. $0 = 0{,}031 + 0{,}051(\theta + \tau)$	II. $0 = 0{,}49 + \frac{1}{40}(\theta + \tau)$
IV. $0 = 1{,}292 + 0{,}054(\theta + \tau)$	III. $0 = -0{,}74 + \frac{1}{30}(\theta + \tau)$
	IV. $0 = +0{,}20 + \frac{1}{20}(\theta + \tau)$.

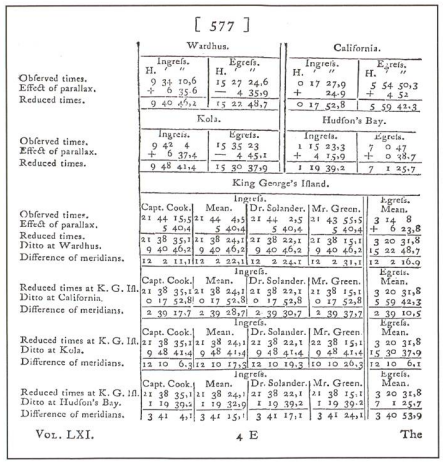
Quare pro Caianeburgo ſi ſumamus $\theta = -13$, errores obſeruationis fient II $\tau = +12$ et IV $\tau = -13$.

Pro Wardhus vero ſi ſumamus $\theta = +2$, errores obſeruationis fient II. $\tau = -11$; III. $\tau = +12$ et IV. $\tau = -6$ vbi certo affirmare licet, vix aliis hypotheſibus hos errores minores produci poſſe.

VIII. His igitur rationibus innixi, ſingula elementa ſequenti modo conſtituamus.

I. Parallis Solis nobis erit $\pi = 8{,}67$ quae reſpondeat diſtantiae Solis a terra, quae hoc tempore erat 1,0154. Pro diſtantia media, quae vnitate exprimi ſolet, haec parallaxis aliquanto fiet maior ſcilicet 8,80 quae quum referatur ad ſemiaxem telluris, diſtantia media inter centra Solis et terrae cenſenda erit aequalis 23436 ſemiaxibus terrae, hinc-

que



[577]

	Wardhus. Ingress. H. ′ ″	Wardhus. Egress. H. ′ ″	California. Ingress. H. ′ ″	California. Egress. H. ′ ″
Observed times.	9 34 10,6	15 27 24,6	0 17 27,9	5 54 50,3
Effect of parallax.	+ 6 35,6	— 4 35,9	+ 24,9	+ 4 52
Reduced times.	9 40 46,2	15 22 48,7	0 17 52,8	5 59 42,3

	Kola. Ingress.	Kola. Egress.	Hudson's Bay. Ingress.	Hudson's Bay. Egress.
Observed times.	9 42 4	15 35 23	1 15 23,3	7 0 47
Effect of parallax.	+ 6 37,4	— 4 45,1	+ 4 15,9	+ 0 38,7
Reduced times.	9 48 41,4	15 30 37,9	1 19 39,2	7 1 25,7

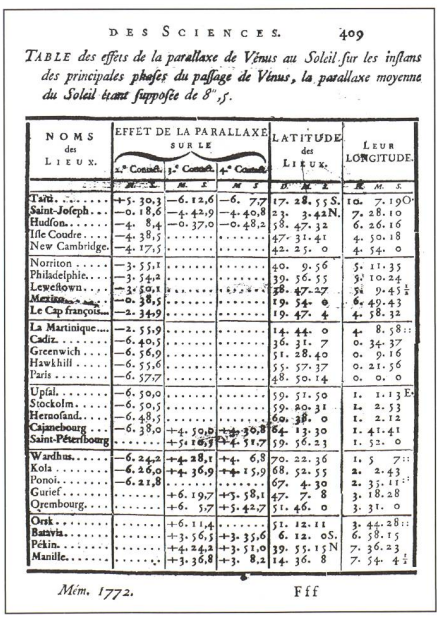
King George's Island.

	Capt. Cook. Ingress.	Mean. Ingress.	Dr. Solander. Ingress.	Mr. Green. Ingress.	Mean. Egress.
Observed times.	21 44 15,5	21 44 40,5	21 44 2,5	21 43 55,5	3 14 8
Effect of parallax.	5 40,4	5 40,4	5 40,6	5 40,4	+ 6 23,8
Reduced times.	21 38 35,1	21 38 24,1	21 38 22,1	21 38 15,1	3 20 31,8
Ditto at Wardhus.	9 40 46,2	9 40 46,2	9 40 46,2	9 40 46,2	15 22 48,7
Difference of meridians.	12 2 11,1	12 2 22,1	12 2 24,1	12 2 31,1	12 2 16,9
	Capt. Cook. Ingress.	Mean. Ingress.	Dr. Solander. Ingress.	Mr. Green. Ingress.	Mean. Egress.
Reduced times at K. G. Isl.	21 38 35,1	21 38 24,1	21 38 22,1	21 38 15,1	3 20 31,8
Ditto at California.	0 17 52,8	0 17 52,8	0 17 52,8	0 17 52,8	5 59 42,3
Difference of meridians.	2 39 17,7	2 39 28,7	2 39 30,7	2 39 37,7	2 39 10,5
	Capt. Cook. Ingress.	Mean. Ingress.	Dr. Solander. Ingress.	Mr. Green. Ingress.	Mean. Egress.
Reduced times at K. G. Isl.	21 38 35,1	21 38 24,1	21 38 22,1	21 38 15,1	3 20 31,8
Ditto at Kola.	9 48 41,4	9 48 41,4	9 48 41,4	9 48 41,4	15 30 37,9
Difference of meridians.	12 10 6,3	12 10 17,3	12 10 19,3	12 10 26,3	12 10 6,1
	Capt. Cook. Ingress.	Mean. Ingress.	Dr. Solander. Ingress.	Mr. Green. Ingress.	Mean. Egress.
Reduced times at K. G. Isl.	21 38 35,1	21 38 24,1	21 38 22,1	21 38 15,1	3 20 31,8
Ditto at Hudson's Bay.	1 19 39,2	1 19 32,9	1 19 39,2	1 19 39,2	7 1 25,7
Difference of meridians.	3 41 4,1	3 41 15,1	3 41 17,1	3 41 24,1	3 40 53,9

Vol. LXI. 4 E The

Fig. 22: Seite 577 aus der Abhandlung [16] von Hornsby. (Bild: gallica.bnf.fr)

Astronomie üblich ist. Die Frage drängt sich auf, seit wann in der Astronomie eigentlich die Zeitangaben vom Mittag an notiert werden? Seit der Einführung des Julianischen Datums etwa? Aber dies wäre erst viel später, vermutlich im Laufe des 19. Jahrhunderts, Standard geworden. Der Vergleich zeigt übrigens auch, dass die Konjunktionszeiten, die Euler aus den damals sicher besten zur Verfügung stehenden astronomischen Tafeln entnommen haben mag, etwa um 10 Minuten von Espenaks Werten abweichen. Auch dies wirft die interessante Frage nach dem Grund dafür auf. Ist etwa gar der Wert für die Sonnenparallaxe daran Schuld, welcher damals der Berechnung der astronomischen Tafeln zu Grunde gelegt wurde?



DES SCIENCES. 409

Table des effets de la parallaxe de Vénus au Soleil sur les instans des principales phases du passage de Vénus, la parallaxe moyenne du Soleil étant supposée de 8″,5.

NOMS des LIEUX.	EFFET DE LA PARALLAXE SUR LE 2.e Contact. D. M. S.	3.e Contact. D. M. S.	4.e Contact. D. M. S.	LATITUDE des LIEUX. D. M. S.	LEUR LONGITUDE. D. M. S.
Taïti	+5. 30,3	-6. 12,6	-6. 7,7	17. 28. 55 S.	10. 7. 19 O.
Saint-Joseph	-0. 18,6	-4. 42,9	-4. 40,8	23. 3. 42 N.	7. 28. 10
Hudson	-4. 8,4	-0. 37,0	-0. 48,2	58. 47. 32	6. 26. 16
Isle Coudre	-4. 38,5	.....	.....	47. 31. 41	4. 50. 18
New Cambridge	-4. 17,5	.....	.....	42. 25. 0	4. 54. 0
Norriton	-3. 55,1	.....	.....	40. 9. 56	5. 11. 35
Philadelphie	-3. 54,2	.....	.....	39. 56. 55	5. 10. 24
Lewestown	-3. 50,1	.....	.....	38. 47. 27	5. 9. 45
Mexique	-0. 38,5	.....	.....	19. 54. 0	6. 49. 43
Le Cap françois	-2. 34,9	.....	.....	19. 47. 4	4. 58. 32
La Martinique	-2. 55,9	.....	.....	14. 44. 0	4. 8. 58
Cadiz	-6. 40,5	.....	.....	36. 31. 7	0. 34. 37
Greenwich	-6. 56,9	.....	.....	51. 28. 40	0. 9. 16
Hawkhill	-6. 55,6	.....	.....	55. 57. 37	0. 21. 56
Paris	-6. 57,7	.....	.....	48. 50. 14	0. 0. 0
Upsal	-6. 50,0	.....	.....	59. 51. 50	1. 1. 13 E.
Stockolm	-6. 50,5	.....	.....	59. 20. 31	1. 2. 53
Hernosand	-6. 48,5	.....	.....	60. 38. 0	1. 2. 12
Cajaneborg	-6. 38,0	+4. 50,0	+4. 30,8	64. 13. 30	1. 41. 41
Saint-Pétersbourg	.....	+5. 18,5	+4. 51,7	59. 56. 23	1. 52. 0
Wardhus	-6. 24,2	+4. 28,1	+4. 6,8	70. 22. 36	1. 5 7
Kola	-6. 26,0	+4. 36,9	+4. 15,9	68. 52. 55	2. 2. 43
Ponoi	-6. 21,8	.....	.....	67. 4. 30	2. 35. 11
Gurief	.....	+6. 19,7	+3. 58,1	47. 7. 8	3. 18. 28
Orembourg	.....	+6. 5,7	+5. 42,7	51. 46. 0	3. 31. 0
Orsk	.....	+6. 11,4	.....	51. 12. 11	3. 44. 28
Batavia	.....	+3. 56,5	+3. 35,6	6. 12. 0 S.	6. 58. 15
Pékin	.....	+4. 24,2	+3. 51,0	39. 55. 15 N	7. 36. 23
Manille	.....	+3. 36,8	+3. 8,2	14. 36. 8	7. 54. 4

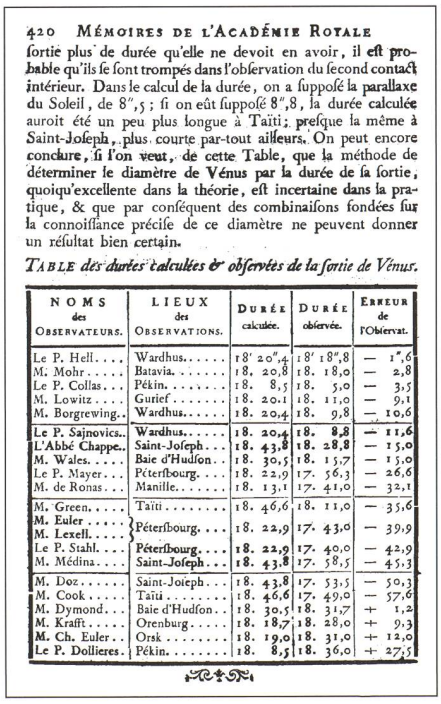
Mém. 1772. Fff

Fig. 23: Seite 409 aus der Abhandlung [23] von Pingré. (Bild: gallica.bnf.fr)

Bevor die Arbeiten von Duséjour etwas beleuchtet werden, wollen wir nachsehen, wie Eulers Zeitgenossen Hornsby und Pingré auf sein Resultat reagierten.

Hornsby hat in seiner Abhandlung [16] von 1772 seine scheinbar bewährte Methode der Mittelwert-Bildung nicht geändert. Auffallend ist jedoch, dass er nun für die a priori-Sonnenparallaxe den Wert $\pi_{\text{Theorie}} = 8.7''$ verwendet. Er vergleicht die in 5 verschiedenen Stationen gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} untereinander und erhält mit der Formel $\pi_{\text{Obs}} = (\Delta_{\text{Obs}} / \Delta_{\text{Theorie}})\ \pi_{\text{Theorie}}$ als Resultat $\pi_{\text{Obs}} = 8.65''$, woraus er $\pi_{\odot} = 8.78''$ bestimmt. Hornsby scheint immerhin erkannt zu haben, dass man die ganze Sache einmal umdrehen und schauen könnte, wie sich $\pi_{\text{Obs}} = 8.65''$ auf die Meridian-Differenzen auswirkt, wenn man die Beobachtungen unter Annahme diese Wertes auf bestimmte Meridiane reduziert und deren Differenzen bildet (Fig. 22). Er untersucht also den (indirekten) «effect of parallax» auf die Beobachtungen. Der nächste Schritt hätte nun in der Erkenntnis bestanden, den zu bestimmenden Parameter so zu variieren, dass der «effect of parallax» auf die mit diesem Parameterwert berechneten Unterschiede in den reduzierten Beobachtungsgrössen möglichst klein wird.

Den Vogel abgeschossen hat eindeutig Pingré mit seiner Abhandlung [23] von 1775. In der Einleitung schreibt er: «*Je me crois en état de prouver, j'oserois presque dire de démontrer rigoureusement, ou que cette parallaxe est à peu-près telle que M.rs Euler & Hornsby l'ont déterminée, ou qu'on ne peut rien conclure de la durée du dernier passage de Vénus.*» Lagen seine Vorstellungen über den Wert für die Sonnenparallaxe in seinen früheren Arbeiten stets bei etwa 10″, so verwendet er nun (überraschenderweise!) für $\pi_{\text{Theorie}} = 8.80''$. Sodann vergleicht er die in 5 Stationen gemessenen Transit-Dauern Δt_{32} mit den an fünf anderen Stationen gemessenen Werten und bildet daraus den Mittelwert. Er erhält als Resultat (wen erstaunt's noch?) $\pi_{\text{Obs}} = 8.78''$. Daraus folgert er, dass die mittlere Sonnenparallaxe $\pi_{\odot} = 8.8''$ sein muss, womit er den «strengen Beweis» geliefert hat. Abgesehen von dieser doch sehr zweifelhaften Beweisführung scheint auch Pingré zumindest realisiert zu haben (Fig. 23 und 24), dass unterschiedliche Parallaxen-Werte auch einen unterschiedlichen «effet de la parallaxe» auf die reduzierten Vergleichs-Grössen bzw. einen unterschiedlichen «erreur de l'observation» hervorrufen.



420 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

sortie plus de durée qu'elle ne devoit en avoir, il est probable qu'ils se sont trompés dans l'observation du second contact intérieur. Dans le calcul de la durée, on a supposé la parallaxe du Soleil, de 8″,5; si on eût supposé 8″,8, la durée calculée auroit été un peu plus longue à Taïti; presque la même à Saint-Joseph, plus courte par-tout ailleurs. On peut encore conclure, si l'on veut, de cette Table, que la méthode de déterminer le diamètre de Vénus par la durée de sa sortie, quoiqu'excellente dans la théorie, est incertaine dans la pratique, & que par conséquent des combinaisons fondées sur la connoissance précise de ce diamètre ne peuvent donner un résultat bien certain.

Table des durées calculées & observées de la sortie de Vénus.

NOMS des OBSERVATEURS.	LIEUX des OBSERVATIONS.	DURÉE calculée.	DURÉE observée.	ERREUR de l'Observat.
Le P. Hell	Wardhus	18′ 20″,4	18′ 18″,8	— 1″,6
M. Mohr	Batavia	18. 20,8	18. 18,0	— 2,8
Le P. Collas	Pékin	18. 8,5	18. 5,0	— 3,5
M. Lowitz	Gurief	18. 20,1	18. 11,0	— 9,1
M. Borgrewing	Wardhus	18. 20,4	18. 9,8	— 10,6
Le P. Sajnovics	Wardhus	18. 20,4	18. 8,8	— 11,6
L'Abbé Chappe	Saint-Joseph	18. 43,8	18. 28,8	— 15,0
M. Wales	Baie d'Hudson	18. 30,5	18. 15,7	— 15,0
Le P. Mayer	Pétersbourg	18. 22,9	17. 56,3	— 26,6
M. de Ronas	Manille	18. 13,1	17. 41,0	— 32,1
M. Green	Taïti	18. 46,6	18. 11,0	— 35,6
M. Euler	Pétersbourg	18. 22,9	17. 43,0	— 39,9
M. Lexell	Pétersbourg	18. 22,9	17. 40,0	— 42,9
Le P. Stahl	Pétersbourg	18. 22,9	17. 40,0	— 42,9
M. Médina	Saint-Joseph	18. 43,8	17. 58,5	— 45,3
M. Doz	Saint-Joseph	18. 43,8	17. 53,5	— 50,3
M. Cook	Taïti	18. 46,6	17. 49,0	— 57,6
M. Dymond	Baie d'Hudson	18. 30,5	18. 31,7	+ 1,2
M. Krafft	Orenburg	18. 18,7	18. 28,0	+ 9,3
M. Ch. Euler	Orsk	18. 19,0	18. 31,0	+ 12,0
Le P. Dollieres	Pékin	18. 8,5	18. 36,0	+ 27,5

Fig. 24: Seite 420 aus der Abhandlung [23] von Pingré. (Bild: gallica.bnf.fr)

Abschliessend sei nun noch die äusserst bemerkenswerte Abhandlung [2] von Achille Pierre Dionis du Séjour (oder Duséjour) (1734-1794) vorgestellt. Es ist dies das 16. Mémoire aus einer Reihe von insgesamt 18 Mémoires, die Duséjour zwischen 1767 und 1786 in den *Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, Tirés des Registres de cette Académie* für die Jahrgänge 1764 bis 1783 publiziert hat. In diesen über 2000 Seiten umfassenden Abhandlungen befasste er sich vorwiegend mit der Berechnung von Finsternissen und Sternbedeckungen sowie mit der Auswertung von astronomischen Beobachtungen. Er veröffentlichte seine Abhandlungen etwas später in einem zwei-bändigen Lehrbuch [3]. Es ist erstaunlich, dass seine Werke in der Fachwelt offenbar wenig Beachtung fanden, vielleicht weil er kein Berufs-Astronom war. Einzig Jean-Baptiste-Joseph Delambre (1749-1822), der durch seine theoretischen und historischen Arbeiten zur Astronomie bekannt und durch die zusammen mit Pierre-François-André Méchain (1744-1804) verfasste «Base du système métrique décimale» [19] (mit der das Dezimal-System offiziell eingeführt wurde) weltberühmt wurde, widmete dem Werk Duséjours in seiner «Histoire de l'Astronomie au Dix-Huitième Siècle» [1] 27 Seiten und bekundete damit grossen Respekt für dessen Leistungen. Im *Dictionary of Scientific Biography* schreibt René Taton [28] zu Du-

344 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

ont un ſigne contraire avec le même coëfficient numérique; on donneroit donc également l'explication des phénomènes, en admettant une diminution réelle dans le demi-diamètre de la Lune.

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équation complète aux Longitudes.

(122.) J'ai épuiſé, ce me ſemble, toutes les façons poſſibles de faire varier les équations du §. 65; je puis donc déterminer maintenant l'équation complète aux Longitudes, en lui donnant la forme la plus générale dont elle ſoit ſuſceptible.

Soit

Z′ le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z′ à l'inſtant de la conjonction. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

ζ′ le lieu où l'on a obſervé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z′.

z l'angle horaire du lieu ζ′ à l'inſtant de l'obſervation. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

b′ le nombre de ſecondes horaires écoulées, depuis l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques juſqu'à l'inſtant de l'obſervation, ou calculé par la formule du §. 69.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{gs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chpp\varphi}{r^2};$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{gs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^2};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpgh\pi}{r^2} - \frac{b'^2 y\pi}{3600''r};$$

$$L = \frac{\varepsilon\pi' rE}{\pi\zeta\delta'} - \frac{\delta\pi r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact intérieur des limbes.

$$L = \frac{\varepsilon\pi' rE}{\pi\zeta\delta} + \frac{\delta\pi r}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'un contact extérieur des limbes.

$$L = \frac{\lambda rE}{\pi\zeta}$$ s'il s'agit d'une diſtance quelconque des centres.

$N =$

Fig. 25: Seite 344 aus dem 8. Mémoire von DUSÉJOUR, auf der die Parameter definiert werden. (Bild: gallica.bnf.fr)

SÉJOURS Werk: «*All these works are dominated by an obvious concern for rigor and by a great familiarity with analytical methods; if the prolixity of the developments and the complexity of the calculations rendered them of little use at the time, their reexamination in the light of present possibilities of calculation would certainly be fruitful*". Ein weiterer Grund für die «Missachtung» der Werke DUSÉJOURS mag sein extrem kompakter Schreibstil gewesen sein. Im erwähnten 16. Mémoire verwendet er durchgehend Symbole, die er in den vorhergehenden Abhandlungen (das sind immerhin etwa 1800 Seiten) irgendwo einmal definiert hat. Die Definitionen der für dieses Mémoire relevanten Symbole, Parameter und Begriffe findet man z.B. im 8. Mémoire von 1773 zusammengestellt. Zwei Seiten dieser mehrere Seiten umfassenden Zusammenstellung sind in den Fig. 25 und 26 wiedergegeben. Damit wären wir auch schon bereits Mitten in der Erklärung seiner Auswerte-Methode.

Sei Z' der Bezugsort (z.B. das Erdzentrum) und Z der Stundenwinkel von Z' zum Zeitpunkt der Konjunktion, ausgedrückt als Zeitmass. Sei weiter z' ein Beobachtungsort und z der Stundenwinkel von z' zum Zeitpunkt der Beobachtung, ebenfalls ausgedrückt als Zeitmass. Nun berechne man die Längen y bzw. Y, die (abgesehen von Umrechnungs-Termen) im wesentlichen als Differenz zwischen den Stundenwinkeln z und Z definiert sind, wobei zu unterscheiden ist, ob die Stundenwinkel zur Beobachtungs-Epoche östlich oder westlich des Bezugs-Meridians zu liegen kommen. Im folgende betrachten wir der Einfachheit halber nur die Grösse y und deren Ableitung dy. Die Observablen, d. h. die in einer Station gemessenen Kontaktzeiten, fliessen als Zeitargumente (Beobachtungs-Epochen) in das Modell für y, das sämtliche relevanten Parameter enthält, hinein. Insbesondere steckt in y der Zentrumsabstand zwischen Sonne und Venus. Die Korrekturgrösse dy enthält die Ableitungen von y nach den Modell-Parametern als Koeffizienten der Korrektur-Terme. Die Idee besteht nun darin, diese Korrektur-Terme zu den einzelnen Parametern aus den Beobachtungen der Kontaktzeiten mit Hilfe von Bedingungsgleichungen für die Transit-Dauern Δt_{32} und Δt_{42} zu bestimmen. Die für das Modell benötigten Elemente, die aus astronomischen Tafeln stammen, sind für den Transit von 1761 in der Fig. 27 abgebildet. Zu beachten sind die für die Sonnenparallaxe verwendeten und für die Transit-Epochen gültigen a prior-Werte von 8.60" (für die Auswertung des Transits von 1761) bzw. von 8.62" (für die Auswertung des Transits von 1769).

Nun wird für jeden der beiden Durchgänge, für jede Beobachtungsstation sowie für jeden Kontakt die Grösse $y + dy$ berechnet (Fig. 28). Sodann werden zwei Typen von Bedingungsgleichungen pro Station und Durchgang aufgestellt:

Fig. 26: Seite 348 aus dem 8. Mémoire von DUSÉJOUR, auf der die Parameter definiert werden. (Bild: gallica.bnf.fr)

348 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

$$\mu = + \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times A - \frac{3600''\zeta}{206265''\eta} \times \frac{AF}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Xi = - \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \downarrow \pi} \times F + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''\eta^2 \downarrow \pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$\Gamma = \begin{cases} + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \left(F - \frac{\theta l}{\zeta}\right) - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \sqrt{(L^2 - A^2)} \\ + \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} - \frac{3600''\zeta r}{206265''\eta\pi} \times \frac{\psi l}{\zeta} \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}. \end{cases}$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''\eta\pi} + \frac{3600'' \downarrow r^2}{206265''\eta\pi} \times \frac{A}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$\Sigma = - \frac{3600''r^2}{206265''\eta\pi} \times \frac{LE}{\sqrt{(L^2 - A^2)}}.$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{\eta r} \times F - \frac{3600''\zeta}{\eta r} \sqrt{(L^2 - A^2)}.$$

$$dy = \begin{cases} + \frac{b'\zeta}{206265''\eta\pi} \times \frac{L^2}{\sqrt{(L^2 - A^2)}} \text{ var. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)} \\ + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r} \text{ var. hor. (déclin. du Soleil)} + \frac{\varepsilon}{r} d \text{ (déclin. du Soleil)} \\ + \frac{\Delta}{r} d \text{ (inſtant de l'obſerv.)} + \frac{\beta}{r} d \text{ (latitude de l'Obſervatoire)} \\ + \varpi\, d \text{ (demi-grand axe terreſtre)} + \frac{\mu}{r} d \text{ (inclin. de l'orbite corr.)} \\ + \frac{\Xi}{r} d \text{ (mouv. hor. de la ☾ au ☉)} + \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. pol. de la ☾)} \\ - \frac{\Gamma}{r} d \text{ (parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r} d \text{ (latitude de la Lune.)} \\ \textit{Contacts intérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du ☉)} + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. de la ☾)}; \\ \textit{Contacts extérieurs des limbes.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (demi-diam. du ☉)} - \frac{\Sigma}{r} d \text{ (inflexion)} + \frac{}{r} d \text{ (demi-diam. de la ☾)}; \\ \textit{Diſtance quelconque des centres.} \\ + \frac{\Sigma}{r} d \text{ (diſtance des centres).} \end{cases}$$

On aura

$$\text{Longitude du lieu } z' - \text{longitude du lieu } Z' \begin{cases} = Y + dY. \\ = y + dy. \end{cases}$$

Typ (1) für Δt_{42}: $y'' - y + dy'' - dy = 0$
Typ (2) für Δt_{32}: $y' - y + dy' - dy = 0$,

wobei y und dy für den Zeitpunkt des 2. Kontaktes, y' und dy' für den Zeitpunkt des 3. Kontaktes, und y'' und dy'' für den Zeitpunkt des 4. Kontaktes gelten. Diese Bedingungsgleichungen sind als Funktion der Korrektur des scheinbaren Sonnenhalbmessers, der scheinbaren geozentrischen Breite der Venus, der Sonnenparallaxe sowie der scheinbaren geozentrischen stündlichen Bewegung der Venus formuliert. Sodann werden alle Bedingungsgleichungen pro Typ und Durchgang aufsummiert, was vier Gleichungen ergibt: I für Typ 1 von 1761, II für Typ 1 von 1769, III für Typ 2 von 1761 und IV für Typ 2 von 1769. Dann werden diese Gleichungen (durch Kombination und Elimination) aufgelöst nach den Korrekturen für die Sonnenparallaxe, für die geozentrische Breite der Venus und für den scheinbaren Halbmesser der Venus-Scheibe, was je zwei Bedingungsgleichungen pro Durchgang sowie eine Gleichung für den Halbmesser der Venus als Funktion der Korrektur des Sonnenhalbmessers, der Korrektur der stündlichen Bewegung der Venus sowie der Beobachtungs-Fehler ergibt. Dabei wird angenommen, dass die Summe der Beobachtungs-Fehler Null ist, d. h. dass sich die Fehler der Kontaktzeit-Differenzen statistisch zu Null mitteln. Das Ergebnis ist in den Fig. 29 und 30 dargestellt. DUSÉJOUR erhält für die mittlere Sonnenparallaxe (aus beiden Transits) den Wert $\pi_\odot = 8.8418''$. Die nochmalige Auswertung in seinem Lehrbuch [3] ergibt den Wert $\pi_\odot = 8.851''$.

Es empfiehlt sich, die hier sehr abgekürzt geschilderte Auswertung in der Original-Abhandlung sowie in den Vorläufer-Abhandlungen nachzulesen. Es dürfte schwierig sein, nebst der Abhandlung von EULER, eine ähnlich strenge Parameterbestimmung aus den 1770er Jahren oder aus früheren Jahren zu finden. Offen bleibt die Frage, inwiefern die Arbeiten von EULER und DUSÉJOUR über die Auswertung der Venus-Transits von 1761 und 1769 die Entwicklung der Parameterbestimmungs-Methoden beeinflusst haben. Es wurde und wird immer wieder behauptet, die Venus-Durchgänge des 18. Jahrhunderts seien ein wissenschaftlicher Misserfolg gewesen, da man scheinbar nicht die gewünschte Genauigkeit für die Sonnenparallaxe aus den Beobachtungen bestimmen konnte. Der «Gegenbeweis» wurde nicht nur durch EULER und DUSÉJOUR, sondern im 19. Jahrhundert durch SIMON NEWCOMB (1835-1909) erbracht.

Fig. 27: Ausschnitte aus den Seiten 298 und 299 der Abhandlung [2] von DUSÉJOUR, auf der die aus den astronomischen Tabellen entnommenen Näherungswerte für den Durchgang von 1761 aufgelistet sind. (Bild: gallica.bnf.fr)

Élémens hypothétiques dont j'ai fait uſage pour former les équations de condition.

Paſſage du 6 Juin 1761 dans le nœud deſcendant.

(4.) J'ai ſuppoſé que l'on avoit pour ce paſſage, les élémens ſuivans:

Heure que l'on comptoit à Paris, le 5 Juin, à l'inſtant de la conjonction de Vénus & du Soleil, vue du centre de la Terre	17h 56′ 43″.
Longitude héliocentrique de Vénus & de la Terre, à l'inſtant de la conjonction.	81d 15′ 36″ 25″.
Longitude du Soleil, vue de la Terre	75. 36. 25.
Obliquité de l'Écliptique	23. 28. 14.
Déclinaiſon du Soleil	22. 41. 30.
Parallaxe horizontale du Soleil, le jour du paſſage	0. 0. 8,60.
Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables	0. 15. 46,9.
Mouvement horaire du Soleil	0. 2. 23,40.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en longitude	0. 3. 57,93.
Mouvement horaire héliocentrique en longitude de Vénus au Soleil	0. 1. 34,53.
Mouvement horaire héliocentrique de Vénus en latitude	0. 0. 14,20.
Diſtance de la Terre au Soleil = 1,01546.	
Diſtance de Vénus au Soleil = 0,72636.	
Mouvement horaire géocentrique en longitude de Vénus au Soleil	0. 3. 37,61.
Inclinaiſon de l'orbite relative	188. 32. 40.
Angle de l'orbite relative avec le fil équatorial	194. 42. 20.
Latitude héliocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction	0. 3. 48,60 auſtr.
Latitude géocentrique de Vénus à l'inſtant de la conjonction	0. 9. 34,36 auſtr.
Parallaxe horizontale de Vénus	0. 0. 30,23.
Demi-diamètre de Vénus, vu de la Terre	0. 0. 28,60.

Rapport des axes de la Terre, comme 229 à 230.

Fig. 28: Seite 301 aus der Abhandlung [2] von DUSÉJOUR mit dem Resultat der Berechnung von y + dy, y' + dy' sowie y'' + dy'' für die an einer Beobachtungsstation gemessenen Zeitpunkte des zweiten, dritten und vierten Kontaktes. (Bild: gallica.bnf.fr)

DES SCIENCES. 301

Le contact extérieur des limbes lors de l'entrée de Venus, n'a point été obſervé.

Latitude de Tobolsk, ... 58d 12′ 22″ boréale.

Calcul de l'obſervation de Tobolsk, d'après les élémens hypothétiques du §. 4.

Contact intérieur des limbes lors de l'entrée à 19h 0′ 30″

$y + dy = 22^h\ 16'\ 40'' + 1{,}006\ d$ (inſtant du contact intérieur)
$+ 19{,}461\ d$ (demi-diam. ☉) $- 19{,}461\ [d$ (demi-diam. ♀) $- d$ (inflex.)]
$+ 10{,}055\ d$ (latit. géocentrique de Vénus) $- 37{,}766\ d$ (parall. ☉)
$+ 49{,}538\ d$ (mouvement horaire géocentrique de Vénus au Soleil).

Contact intérieur des limbes lors de la ſortie à 0h 49′ 20″.

$y' + dy' = 22^h\ 14'\ 11'' + 1{,}010\ d$ (inſtant du contact intérieur)
$- 19{,}316\ d$ (demi-diam. ☉) $+ 19{,}316\ [d$ (demi-diam. ♀) $- d$ (inflex.)]
$- 14{,}282\ d$ (latit. géocentrique de Vénus) $+ 26{,}093\ d$ (parall. ☉)
$- 39{,}171\ d$ (mouvement horaire géocentrique de Vénus au Soleil).

Sortie totale à 1h 7′ 42″.

$y'' + dy'' = 22^h\ 14'\ 45'' + 1{,}010\ d$ (inſtant de la ſortie totale)
$- 18{,}624\ d$ (demi-diam. ☉) $- 18{,}624\ [d$ (demi-diam. ♀) $- d$ (inflex.)]
$- 13{,}165\ d$ (latit. géocentrique de Vénus) $+ 26{,}320\ d$ (parall. ☉)
$- 43{,}686\ d$ (mouvement horaire géocentrique).

Soit maintenant

$a = 1{,}010\ d$ (inſtant de la ſortie totale)
$- 1{,}006\ d$ (inſtant du premier contact intérieur);

$a'' = 1{,}010\ d$ (inſtant du dernier contact intérieur)
$- 1{,}006\ d$ (inſtant du premier contact intérieur).

Il eſt évident que l'on aura

Die Resultate von ENCKE und NEWCOMB

Nachdem zu Beginn des 19. Jahrhunderts die Ausgleichungs-Rechnung durch GAUSS mittels der Methode der kleinsten Quadrate etabliert wurde, machte sich der Himmelsmechaniker JOHANN FRANZ ENCKE (1791-1865) daran, sämtliche Beobachtungen der Venus-Durchgänge von 1761 und 1769 mit dieser Methode auszuwerten. Dies hatte einen gewichtigen Grund. In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts hat die Astrometrie, vor allem in Dorpat, Königsberg und Pulkowo, gewaltige Fortschritte gemacht. REICHENBACH und REPSOLD entwickelten und bauten Meridian- und Passage-Instrumente von hervorragender Qualität, mit denen es gelungen ist, die erste Fixstern-Parallaxe zu messen, die Polschwankung nachzuweisen, oder präzise Stern-Kataloge herzustellen. In diesem Zusammenhang drängte sich das Problem auf, die fundamentalen astronomischen Konstanten mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. Neben der Präzessions-, Nutations- oder Aberrations-Konstanten, um nur einige zu nennen, war natürlich auch eine Neubestimmung der Sonnenparallaxe eine dringende Aufgabe. Ohne die Kenntnis hoch-präziser Werte für die astronomischen Konstanten konnten die anstehenden Probleme, insbesondere die Auswertung astrometrischer Messungen, nicht gelöst werden. Die Genauigkeit der Sonnenparallaxe genügte den Anforderungen nicht mehr.

ENCKE publizierte seine Ergebnisse in drei Abhandlungen, die 1822 [4], 1824 [5] und 1835 [6] erschienen sind. Er bemühte sich, sämtliche Beobachtungen zusammenzutragen und für die Auswertung aufzubereiten. Dazu gehörte auch die Rekonstruktion der genauen Beobachtungsstandorte und die Bestimmung der jeweiligen geographischen Koordinaten. Im Sinne der oben geschilderten, modernen Parameterbestimmung schätzte er aus den Beobachtungen beider Durchgänge folgende Werte für die mittlere Sonnenparallaxe:

Tabelle 5: ENCKES Resultate für die mittlere Sonneparallaxe.

Jahr	Mittlere Sonnenparallaxe	Fehler
1822	8.490525''	± 0.060712''
1824	8.5776''	± 0.0370''
1835	8.57116''	± 0.0370''

Das Resultat von 1835 hatte über 20 Jahre seine unangefochtene Gültigkeit, bis 1854 ENCKES Berufskollege, der Himmelsmechaniker PETER ANDRE-

AS HANSEN (1795-1874) mittels der parallaktischen Gleichung des Mondes nachweisen konnte, dass die Sonnenparallaxe wesentlich grösser sein muss. HANSEN bestimmte die Sonnenparallaxe 1863/64 aus der Mondtheorie zu 8.916" [13]. Aus den bevorstehenden Venus-Transits von 1874 und 1882 erhoffte man sich, die Frage nach dem wahren Wert der Sonnenparallaxe nun endgültig beantworten zu können, insbesondere deshalb, weil man eine ganz neue Beobachtungs-Technik einsetzen konnte: die Photographie. Sie erlaubte es erstmals, den ganzen Verlauf eines Durchganges photographisch festzuhalten und die Winkeldistanzen zwischen den Zentren der Sonnen- und Venus-Scheibe auf den Photo-Platten zu messen, wodurch die Anzahl der «Beobachtungen» wesentlich gesteigert werden konnte. Dies ist deshalb wichtig, weil der Fehler eines geschätzten Parameters mit der Quadrat-Wurzel aus der Anzahl der Beobachtungen abnimmt. Doch auch die Auswertungen der Venus-Transits des 19. Jahrhunderts brachten nicht die gewünschten Ergebnisse: die geforderte Genauigkeit, um von einem befriedigendem Resultat sprechen zu können, war selbst für die neuen Beobachtungs-Methoden mittlerweile schlicht zu hoch. Dennoch nahm sich NEWCOMB die Mühe, sämtliche Beobachtungen der Transits von 1761 und 1769 noch einmal auszuwerten. Die Auswertung und die Resultate erschienen 1891 [20] als 5. Teil des 2. Bandes der berühmten Reihe der *Astronomical Papers prepared for the Use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*. In der Einleitung diskutiert er mögliche Probleme der Auswertungen von ENCKE, muss aber die Frage offen lassen, weshalb ENCKE einen zu kleinen Wert für die Sonnenparallaxe erhielt: «*The question may be asked, why the final result for the solar parallax obtained in the present paper differs so widely from that deduced by ENCKE from the same observations. The completeness and thoroughness of ENCKE's work, with which the writer has been more and more impressed as he proceeded with his own, makes this question all the more pertinent. At the same time he is not prepared to give a definitive answer, for the reason that he has throughout avoided any such comparison of his own work with that of his predecessor as might, by any possibility, bias his judgment in discussing the observations. He entertains the hope that some other astronomer will consider the subject of sufficient interest to make a thorough comparison of the two sets of results.*» NEWCOMB erörtert dann mögliche Gründe: Ungenaue Bestimmung der Längen der Beobachtungsstationen, «falsche» Gewichtung der Beobachtungen, Auswahl der Beobachtungen, Behandlung systematischer Effekte, insbesondere des Tropfen-Phänomens. Es ist nicht auszuschliessen, dass sogar Rechenfehler in ENCKES Auswertung stecken könnten, muss man doch bedenken, dass eine Ausgleichung von diesem Ausmass damals ohne Rechenhilfsmittel eine ziemlich mühsame Angelegenheit war.

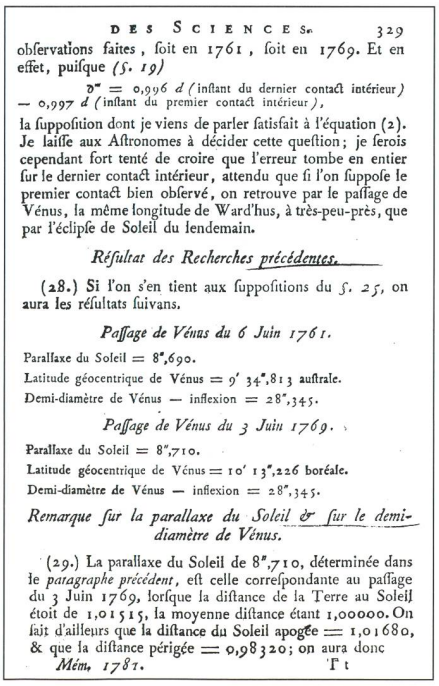
NEWCOMBS Resultat bestätigte die Werte von EULER und DUSÉJOUR: Er bestimmte die mittlere Sonnenparallaxe zu $\pi_\odot$ = 8.79" mit einem mittleren Fehler von ± 0.051" bzw. einem wahrscheinlichen Fehler von ± 0.034". Erinnern wir uns an die Abschätzung HALLEYS, der eine Genauigkeit von 0.02" für möglich (und – für die damalige Zeit – zufriedenstellend!) hielt, wurde dieses Ziel durch EULER und DUSÉJOUR in etwa erreicht, wie auch NEWCOMBS Abhandlung eindrücklich bestätigt. NEWCOMBS Wert für die Sonnenparallaxe stimmt mit dem heutigen Wert von $\pi_\odot$ = 8.794148" sehr gut überein. Weshalb die Venus-Transits des 18. und 19. Jahrhunderts dennoch immer wieder als Misserfolge beurteilt werden, liegt u.a. auch daran, dass die gestellten Anforderungen an die Genauigkeit des Wertes für die Sonnenparallaxe in jedem Jahrhundert stets höher waren als die Beobachtungs- und Auswerte-Methoden dies jeweils erlaubten. Aus wissenschafts-historischer Sicht müssen in diesem Kontext die Beobachtungs-Kampagnen und die daraus folgende Entwicklung der Auswerte-Methoden als voller Erfolg betrachtet werden.

Schlussfolgerungen

Durch die Beobachtungs-Kampagnen anlässlich der Venus-Transits von 1761 und 1769 wurden die Astronomen zum ersten Mal mit dem (nicht trivialen) Problem konfrontiert, wie eine grosse Zahl von Beobachtungen verarbeitet werden sollte und wie daraus gewisse Parameter bestimmt werden konnten. Die Verfahren von EULER und DUSÉJOUR wiesen in die richtige Richtung: Ihre Art der Parameter-Bestimmung kommt den modernen Methoden schon sehr nahe. Die Resultate von EULER und DUSÉJOUR sowie die Auswertung von NEWCOMB zeigen, dass die Venus-Transits des 18. Jahrhunderts hinsichtlich der durchgeführten Beobachtungen und der darauf folgenden Entwicklung adäquater Auswerte-Methoden *kein* Misserfolg waren. Insbesondere stellten die Anstrengungen zur Verarbeitung der Venustransit-Beobachtungen im 18. Jahrhundert einen ersten Schritt zur Entwicklung der modernen Methoden der Ausgleichung und der Parameter-Bestimmung dar.

DR. ANDREAS VERDUN
Astronomisches Institut Universität Bern
Sidlerstrasse 5, CH-3012 Bern

Fig. 29: Seite 329 aus der Abhandlung [2] von DUSÉJOUR mit den Resultaten für die Transits von 1761 und 1769. (Bild: gallica.bnf.fr)



DES SCIENCES. 329

obſervations faites, ſoit en 1761, ſoit en 1769. Et en effet, puiſque (*§. 19*)

$\delta'' = 0{,}996\ d$ (*inſtant du dernier contact intérieur*) $- 0{,}997\ d$ (*inſtant du premier contact intérieur*),

la ſuppoſition dont je viens de parler ſatisfait à l'équation (2). Je laiſſe aux Aſtronomes à décider cette queſtion; je ſerois cependant fort tenté de croire que l'erreur tombe en entier ſur le dernier contact intérieur, attendu que ſi l'on ſuppoſe le premier contact bien obſervé, on retrouve par le paſſage de Vénus, la même longitude de Ward'hus, à très-peu-près, que par l'éclipſe de Soleil du lendemain.

Réſultat des Recherches précédentes.

(28.) Si l'on s'en tient aux ſuppoſitions du *§. 25*, on aura les réſultats ſuivans.

Paſſage de Vénus du 6 Juin 1761.

Parallaxe du Soleil = 8",690.

Latitude géocentrique de Vénus = 9' 34",813 auſtrale.

Demi-diamètre de Vénus — inflexion = 28",345.

Paſſage de Vénus du 3 Juin 1769.

Parallaxe du Soleil = 8",710.

Latitude géocentrique de Vénus = 10' 13",226 boréale.

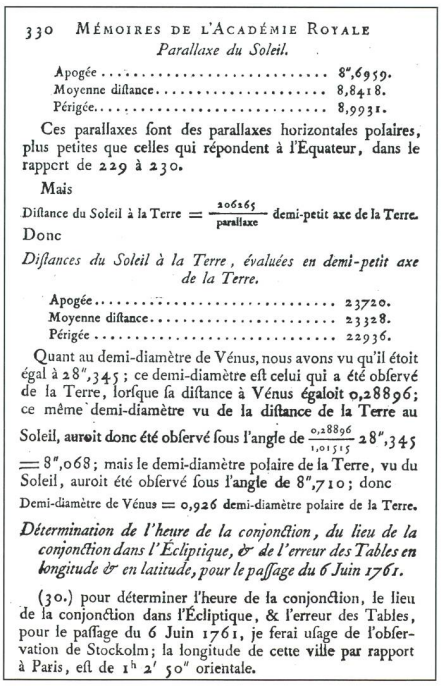
Demi-diamètre de Vénus — inflexion = 28",345.

Remarque ſur la parallaxe du Soleil & ſur le demi-diamètre de Vénus.

(29.) La parallaxe du Soleil de 8",710, déterminée dans le *paragraphe précédent*, eſt celle correſpondante au paſſage du 3 Juin 1769, lorſque la diſtance de la Terre au Soleil étoit de 1,01515, la moyenne diſtance étant 1,00000. On ſait d'ailleurs que la diſtance du Soleil apogée = 1,01680, & que la diſtance périgée = 0,98320; on aura donc

Mém. 1781. Ff

Fig. 30: Seite 330 aus der Abhandlung [2] von DUSÉJOUR mit dem End-Resultat für die mittlere Sonnenparallaxe. (Bild: gallica.bnf.fr)



330 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Parallaxe du Soleil.

Apogée	8",6959.
Moyenne diſtance	8,8418.
Périgée	8,9931.

Ces parallaxes ſont des parallaxes horizontales polaires, plus petites que celles qui répondent à l'Equateur, dans le rapport de 229 à 230.

Mais

Diſtance du Soleil à la Terre $= \frac{206265}{\text{parallaxe}}$ demi-petit axe de la Terre.

Donc

Diſtances du Soleil à la Terre, évaluées en demi-petit axe de la Terre.

Apogée	23720.
Moyenne diſtance	23328.
Périgée	22936.

Quant au demi-diamètre de Vénus, nous avons vu qu'il étoit égal à 28",345; ce demi-diamètre eſt celui qui a été obſervé de la Terre, lorſque ſa diſtance à Vénus égaloit 0,28896; ce même demi-diamètre vu de la diſtance de la Terre au Soleil, auroit donc été obſervé ſous l'angle de $\frac{0{,}28896}{1{,}01515}$ 28",345 = 8",068; mais le demi-diamètre polaire de la Terre, vu du Soleil, auroit été obſervé ſous l'angle de 8",710; donc

Demi-diamètre de Vénus = 0,926 demi-diamètre polaire de la Terre.

Détermination de l'heure de la conjonction, du lieu de la conjonction dans l'Écliptique, & de l'erreur des Tables en longitude & en latitude, pour le paſſage du 6 Juin 1761.

(30.) pour déterminer l'heure de la conjonction, le lieu de la conjonction dans l'Écliptique, & l'erreur des Tables, pour le paſſage du 6 Juin 1761, je ferai uſage de l'obſervation de Stockolm; la longitude de cette ville par rapport à Paris, eſt de 1h 2' 50" orientale.

Bibliographie

Abkürzungen:
H & M: Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et de Physique, Tirés des Registres de cette Académie
Phil. Tr.: Philosophical Transactions, giving some Account of the Present Undertakings, Studies and Labours, of the Ingenious, in many Considerable Parts of the World

[1] DELAMBRE J. B. J.: Histoire de l'Astronomie au Dix-Huitième Siècle. Paris, Bachelier 1827.
[2] DUSÉJOUR, A. P. DIONIS: Nouvelles Méthodes Analytiques pour résoudre différentes Questiones Astronomiques, Dans lequel on applique à la détermination de la parallaxe du Soleil, les Formules analytiques démontrées dans les Mémoires précédens. *H & M* (Paris) 1781 (1784), p. 297-336.
[3] DUSÉJOUR, A. P. DIONIS: Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes. Paris 1786 / 1789.
[4] ENCKE, J. F.: Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761. Gotha, Becker 1822.
[5] ENCKE, J. F.: Der Venusdurchgang von 1769 als Fortsetzung der Abhandlung über die Entfernung der Sonne von der Erde. Gotha, Becker 1822.
[6] ENCKE, J. F.: Über den Venusdurchgang von 1769. *Abhandl. der Kgl. Akad. d. Wiss. Berlin*, Jahrg. 1835, p. 295-309. (Berlin, Dümmler 1837)
[7] EULER, L.: Expositio methodorum, cum pro determinanda parallaxi solis ex observato transitu Veneris per Solem, tum pro inveniendis longitudinibus locorum super terra, ex observationibus eclipsium solis, una cum calculis et conclusionibus inde deductis. *Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 14/II (1767), 1770, p. 322-554. *Leonhardi Euleri Opera Omnia*, II 30 (1964), p. 153-231.
[8] GREGORY, J.: Optica promota, seu abdita radiorum reflexorum et refractorum mysteria, geometrice enucleata; cui subnectitur appendix, subtilissimorum astronomiae problematon resolutionem exhibens. Londini, Excudebat J. Hayes, pro S. Thomson, 1663.
[9] HALLEY, E.: Mercurii transitus sub soli disco, Octob. 28. Anno 1677, cum tentamine pro solis parallaxi. In: Catalogus stellarum australium. Londini, T. James 1679.
[10] HALLEY, E.: De visibili conjunctione inferiorum planetarum cum Sole. *Phil. Tr.*, Vol. 17 (1693), London 1694.
[11] HALLEY, E.: Methodus singularis quae Solis parallaxis, ope Veneris intra Solem conspiciendae, tuto determinari poterit. *Phil. Tr.* (London), Vol. 29 (1716), London 1717, p. 454-464.
[12] HALLEY, E. / CHAPPE D'AUTEROCHE, J. / LALANDE, J. J. DE: Tables astronomiques de M. Hallei. Second édition. Paris, Durant / Pissot 1754 / 1759.
[13] HANSEN, P. A.: Calculation of the Sun's parallax from the lunar theory. *Monthly Notices,* Vol. 24 (1863), p. 8-12.
[14] HEVELIUS, J.: Mercurius in Sole visus Anno 1661. Gedani 1662.
[15] HORNSBY, T.: A Discourse on the Parallax of the Sun. *Phil. Tr.* (London), 53 (1763), 1764, 467-495.
[16] HORNSBY, T.: The Quantity of the Sun's Parallax, as deduced from the Observations of the Transit of Venus, on June 3, 1769. *Phil. Tr.* (London), 61 (1771), 1772, 574-579.
[17] LACAILLE, N. L. DE: Tabulae solares Quas è novissimis suis Observationibus deduxit. Parisiis, Guerin / Delatour 1758.
[18] LALANDE, J. J. DE: Astronomie. Troisième édition, revue et augmentée. Paris, Desaint 1792.
[19] MÉCHAIN, P. F. A. / DELAMBRE, J. B. J.: Base du Système Mètrique Décimal, ou Mesure de l'Arc du Méridien compris entre les Parallèles de Dunkerque et Barcelone, exécutée en 1792 et Années suivantes. Paris, Baudouin & Garnery 1806/1807/1810.
[20] NEWCOMB, S.: Discussion of Observations of the Transits of Venus in 1761 and 1769. *Astronomical Papers prepared for the Use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*, Vol. II, Part 5. Washington, Bureau of Equipment, Navy Department 1891.
[21] PINGRÉ, A. G.: Observations Astronomiques pour la Détermination de la Parallaxe du Soleil, faites en l'Ilsle Rodrigues. *H & M* (Paris), 1761 (1763), 413-486.
[22] PINGRÉ, A. G.: Nouvelle Recherche Sur la détermination de la Parallaxe du Soleil par la Passage de Vénus du 6 Juin 1761. *H & M* (Paris), 1765 (1768), 1-34.
[23] PINGRÉ, A. G.: Mémoire sur la Parallaxe du Soleil, Déduite des meilleures Observations de la durée du passage de Vénus sur son disque le 3 Juin 1769. *H & M* (Paris), 1772/II (1775), 398-420.
[24] PLANMAN, A.: A Determination of the Solar Parallax attempted, by a peculiar Method, from the Observations of the last Transit of Venus (Parallaxis Solis ex Observationibus novissimi Transitus Veneris per discum Solarem, peculiari quadam methodo investigata). *Phil. Tr.* (London), 58 (1768), 1769, 107-127.
[25] SHORT, J.: The Observations of the internal Contact of Venus with the Sun's Limb, in the late Transit, made in different Places of Europe, compared with the Time of the same Contact observed at the Cape of Good Hope, and the Parallax of the Sun from thence determined. *Phil. Tr.* (London), 52 / II (1762), 1762, 613-628.
[26] SHORT, J.: Second Paper concerning the Parallax of the Sun determined from the Observations of the late Transit of Venus, in which this Subject is treated of more at length, and the Quantity of the Parallax more fully ascertained. *Phil. Tr.* (London), 53 (1763), 1764, 300-345.
[27] STREETE, T.: Astronomia Carolina, A new Theory of the celestial motions. Londini 1661.
[28] TATON, R.: Dionis du Séjour, Achille-Pierre. In: GILLISPIE, C. C.: *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. IV. New York, Charles Scribner's Sons 1971. p. 107-108.
[29] VERDUN, A.: Leonhard Euler und die alte Sternwarte von St. Petersburg. *Orion* 319 (6 / 2003), p. 4-15.
[30] WOOLF, H.: Transits of Venus. A Study of Eighteenth-Century Science. Princeton, Princeton University Press 1959.

SAG - Kolloquium 2004: Venustransit

Termin: Samstag 13. November 2004
Ort: Parktheater Grenchen – *Zeit*: 10 bis 16 Uhr
Kosten: Das Kolloquium wird inklusive Mittagessen und Pausenkaffee angeboten

Programmübersicht

– Das AVZ-Projekt «Venustransit 2004»
– Geschichtliches – Die Beobachtung – Die Auswertung – Die Erkenntnisse

Anmeldung:
Hugo Jost-Hediger, Lingeriz 89, 2540 Grenchen, Tel. 032 653 10 08, email: hugojost@bluewin.ch
Anmeldungen bitte bis spätestens 1. Oktober 2004.