Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 78 (2020)
Heft: 3

Artikel: Der Sonnenlauf kündigt Frühling und Sommer an
Autor: Laager, Erich
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1007089

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 20.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Sonne im Jahreslauf

Der Sonnenlauf kündigt Frühling und Sommer an

Die Beobachtung von Sonnenaufgängen nach dem kürzesten Tag zeigt, wie sich diese am Horizont mit immer grösseren Tagesschritten verschieben. Diese Beobachtung entspricht unserer Erfahrung, dass es anfangs Jahr zunächst zögerlich und dann immer rascher «vorwärts geht» mit der Verlängerung des lichten Tages. Es folgt eine zusätzliche Auswertung, dann ein Rätsel mit verwandter Thematik. Erklärungen und Berechnungen mit Hilfe des Kugeldreiecks bilden den Schluss.

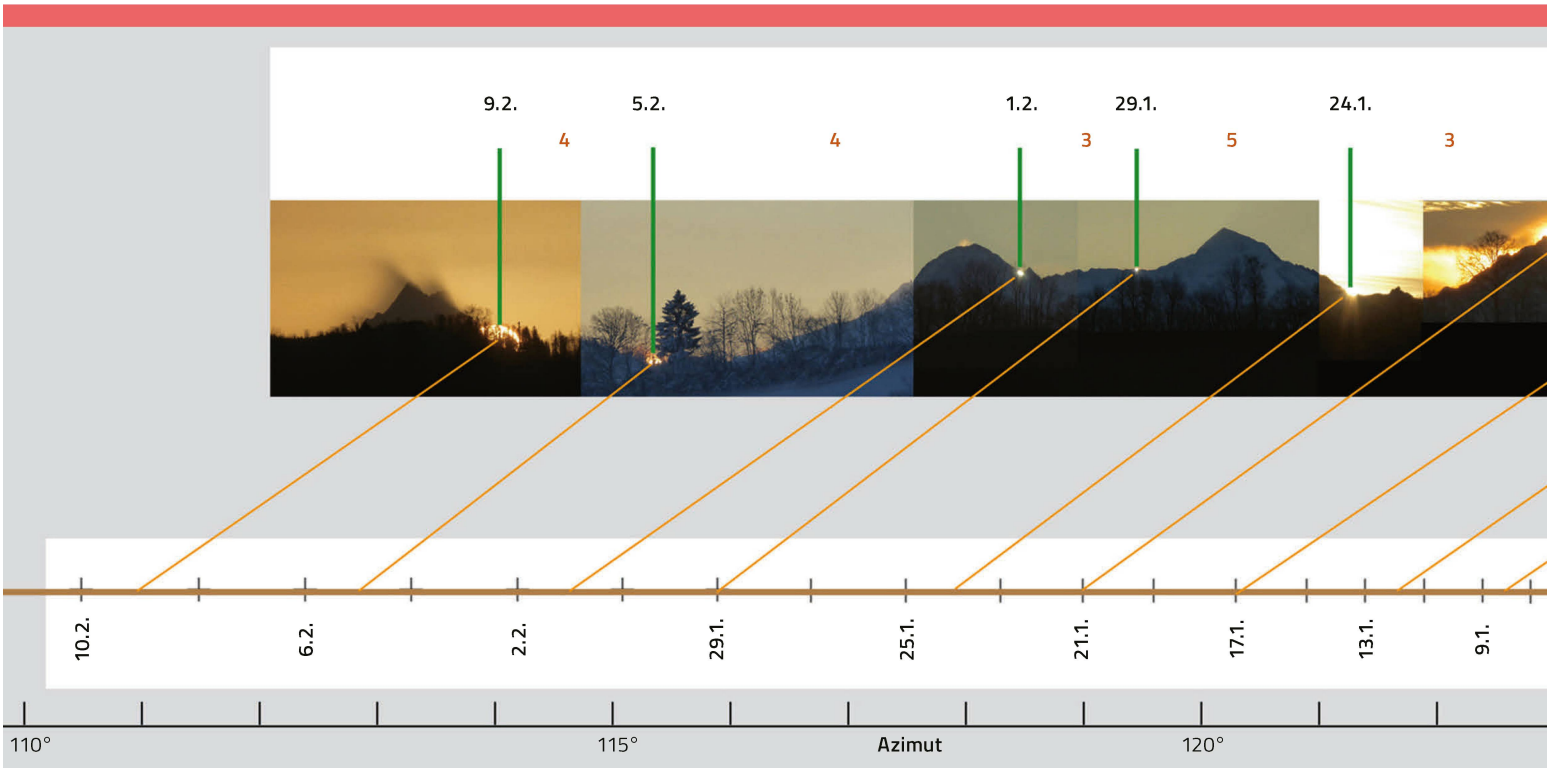
Für die Vermittlung astronomischer Kenntnisse sollte nach meiner Überzeugung das Erleben, die Erfahrungen beim Schauen, das Beobachten während längerer Zeit am Anfang stehen und die Grundlage für weitere Aktivitäten bilden. Auch dieser Beitrag folgt einigermassen diesen Vorstellungen.

BEOBACHTEN, FOTOGRAFIEREN, ZEICHNEN

Mein Wohnort bietet ideale Voraussetzungen zur Beobachtung des Sonnenaufgangs. Während vieler Wochen kann ich vom Schlafzimmerfenster aus Beobachtungen an einem recht niedrigen Horizont anstellen. So sind im Laufe zweier Jahre viele Fotos entstanden, die ich in ein breites Panorama einfügend konnte. In ORION 1/2018 habe ich dazu einen Artikel publiziert, in dem verschiedene Auswertungsmöglichkeiten aufgezeigt wurden.

Der Jahresanfang mit der sehr gemächlichen Verlängerung des hellen Tages brachte mich auf die Idee, dieses Phänomen mit einigen Bildern exemplarisch aufzuzeigen. Ich habe passende Bildausschnitte zusammen montiert, um «das Voranschreiten» der Sonne Richtung Frühling zu dokumentieren.

Im oberen Teil der Abbildung 1 kann man ablesen, wie weit die Sonne innerhalb weniger Tage wandert. Man kann die Länge der Tagesschritte grob abschätzen und stellt fest, dass diese nach links zunehmend grösser werden. Die Berge mit ihren Flanken verfälschen allerdings diesen «Kalender». So ist etwa der Schritt vom 17. zum 21. Januar «zu kurz», weil die Sonne beim zweiten Datum hinter der Jungfrau hinauf steigen muss und deshalb später und weiter rechts aufgeht. Der umgekehrte Effekt ergibt sich dann vom 21. bis zum 24. Januar, wo der 3-Tages-Schritt eigentlich zu



lang ist. Ein genaueres Bild von den wachsenden Tagesschritten ergäbe sich bei entsprechenden Beobachtungen mit Blick aufs Meer ohne Behinderung. Damit befasst sich der nächste Abschnitt.

ZUSÄTZLICHE AUSWERTUNG

Die Fortsetzung befasst sich mit dieser fiktiven Vorstellung: Im unteren Bildteil sind die Azimute der Sonnenaufgänge in 2 Tages-Schritten auf dem mathematischen Horizont (braune Linie) eingetragen. Bei diesen berechneten Orten ist die atmosphärische Refraktion berücksichtigt, d. h. die Marken zeigen den Ort des beobachteten Sonnenaufgangs (dort, wo der oberste Sonnenpunkt erscheint). Auf dieser Skala ist die Verlängerung der Tagesschritte deutlich zu erkennen. Die Verbindung dieser Marken mit den beobachteten Orten (orange Linien) erzeugt eine Schar von einigermassen gleich laufenden Sonnenbahnen. Sie sind hier als Strecken gezeichnet, in Wirklichkeit sind es – ausser bei Sonnendeklination 0° – gebogene Bahnen. (Siehe ORION 1/2018, Seite 10, Abbildung mit Strichspuren von Sternen am Horizont.)

SO IST DIE GRAFIK ENTSTANDEN

Aus meiner Sammlung habe ich geeignete Bilder beschnitten und zum Panorama zusammengefügt. Von einigen Berggipfeln berechnet man Azimut und Höhe. Hilfen dazu waren die x/y-Koordinaten aus der Landeskarte und ein Berechnungsprogramm für die scheinbaren Höhen (https://rechneronline.de/sehwinkel/bergsicht.php). Aus diesen Angaben lassen sich das Azimut-Höhe-Koordinatennetz und der mathematische Horizont bestimmen und am Rand in die Grafik einzeichnen. Mit Hilfe des Astroprogramms Voyager 4.5 berechne ich für die Zeit vom 24. Dezember 2019 bis 10. Februar 2020 die Azimute der Sonnenaufgänge in 2 Tages-Schritten. Excel erzeugt aus dieser Zahlenreihe eine Grafik, dies ist eine Schar von Kreuzen in den entsprechenden Abständen. Deren Länge in der Grafik entspricht einem Bereich von 13.9 Grad (Azimut am 24.12. = 124.4°, am 10.2. = 110.5°). Die Azimut-Skala muss jetzt in der Länge noch angepasst (skaliert) und am richtigen Ort auf der Null-Linie eingefügt werden. Nun kann ich den Lauf der aufsteigenden Sonne (vereinfacht als gerade Linie) eintragen. Diese verlaufen ganz rechts etwas flacher als links im Bild. Die Figur zeigt mir die beruhigende Tatsache, dass offenbar keine groben Fehler vorliegen.

RÄTSELFRAGEN

Abbildung 2 (S. 32) zeigt weitere Aufnahmen vom selben Standort aus. Die Monate März 2019 und 2020 bescherten uns eine Reihe von fast wolkenfreien Tagen, die zu neuen Taten verlockten. Die Fotoreihe liegt so, dass man damit die Ostrichtung am Horizont bestimmen kann. Diese Suche möchte ich den Leserinnen und Lesern gerne überlassen. Das oben beschriebene Vorgehen kann in leicht abgewandelter Form auf diese Bilder angewandt werden. Die Orte und die genauen Zeiten der Sonnenaufgänge liefern die Grundlagen.

Weiter muss man wissen: Der Standort des Fotografen in Schwarzenburg beträgt gemäss den Landeskoordinaten x = 592 810 und y = 185 630, die geografische Länge folglich 7.3444° (7° 20' 40"), die geografische Breite 46.8218° (46° 49' 19") bei einer Meereshöhe von 810 m.

Versuchen Sie folgende Fragen zu beantworten:

- Wo ist Osten am Horizont in der Abbildung?
- Wann steht die Sonne (unabhängig von ihrer Höhe) genau im Osten?
- Wann steht die Sonne an meinem Schwarzenburger-Horizont im Osten?

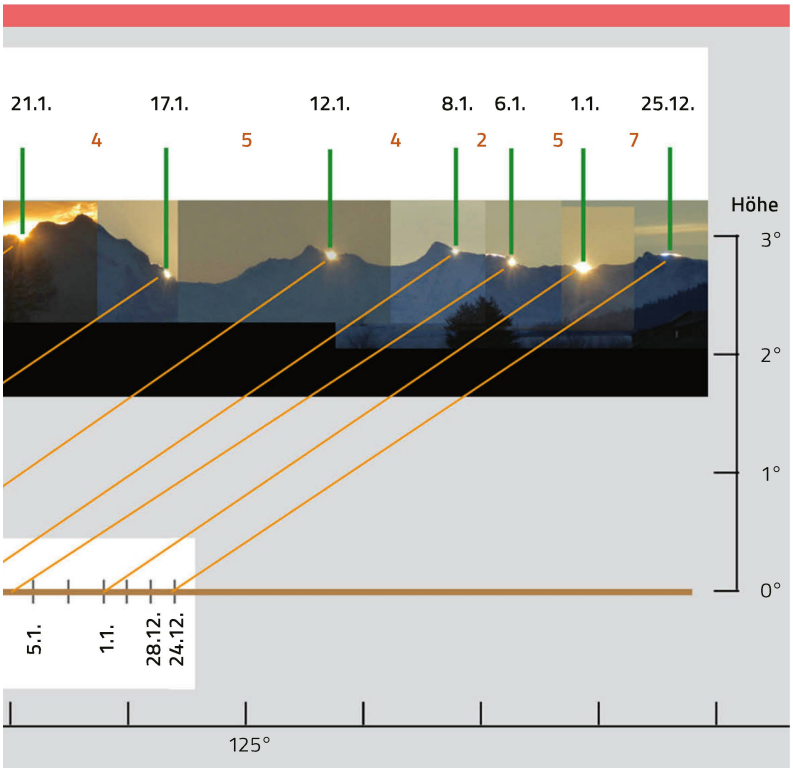


Abbildung 1: Sonnenaufgänge vom 24. Dezember 2019 bis 9. Februar 2020. Die Bilder sind Ausschnitte aus Fotos, die mit einem Teleobjektiv f = 400 mm (nach Kleinbildformat) aufgenommen wurden. Die Figur zeigt die Vergrösserung der «Tagesschritte» am Horizont im Laufe der Zeit.
Die obere Skala gilt für die Aufgangsorte am realen Horizont für einen Beobachter in Schwarzenburg. Die untere Skala zeigt die berechneten Aufgangsorte am mathematischen Horizont mit Berücksichtigung der atmosphärischen Refraktion. Die orangen Linien markieren die jeweilige Bahn des obersten Sonnenpunktes. Ganz unten die Azimutskala (Norden = 0°) und ganz rechts die Höhenskala.

Bild und Grafik: Erich Laager

Abbildung 2: Sonnenaufgänge im März 2019 und März 2020. Die Bilder sind Ausschnitte aus den Originalfotos, die mit einem Teleobjektiv f = 400 mm gemacht wurden. An der senkrechten gelben Linie wurden die Fotos seitlich ausgerichtet. Man beachte die Unstetigkeit im Sonnenlauf beim Zeitsprung vom Jahr 2019 zu 2020. Am selben Tag steht die Sonne beim Aufgang im Jahr 2020 etwas weiter links am Horizont als im Vorjahr.

Bilder: Erich Laager

– Wann geht die Sonne am mathematischen Horizont (möglichst exakt) im Osten auf?

Hinweis: Zu dieser Thematik hat *Hans Roth* eine umfangreiche Untersuchung angestellt im «Sternenhimmel 2014», Seite 313 (Thema des Jahres). In der Bilderreihe verzeichnet man einen eigenartigen «Sprung» vom Jahr 2019 zu 2020. Das führt zu einer weiteren Frage:

– Weshalb geht die Sonne am 21. März 2020 nicht am selben Ort auf wie an diesen Tagen im Vorjahr?

Wer die Bilder mit einem Computerprogramm auswerten möchte, kann Abbildung 2 beim Verfasser als PDF-Datei beziehen (Mail: erich.laager@bluewin.ch).

WESHALB VERÄNDERN SICH AZIMUT UND SONNENDEKLINATION UNGLEICHMÄSSIG?

Würde sich die Sonne in gleichmässigen Deklinationsschritten dem kürzesten Tag nähern (d. h. absteigen) und dann in gleicher Art wieder aufsteigen, hätten wir einen sehr abrupten Wechsel in der Bewegung, sozusagen ein Umschalten vom Vorwärts- zum Rückwärtsgang in einem winzigen Augenblick. Eine ungewohnte Vorstellung!

Ich vergleiche den Jahreslauf der Sonne mit einem schwingenden Pendel. Dieses ist in der tiefsten Stellung am schnellsten, verlangsamt seine Bewegung sodann stetig und kommt allmählich zum Stillstand, um dann sogleich – immer rascher werdend – die Talfahrt anzutreten.

Zeichnet man die Pendelschwingung grafisch auf (Zeit auf der x-Achse, Amplitude auf der y-Achse) erhält man eine Wellenlinie (Abbildung 3). Die Jahresbahn der Erde auf einer Sternkarte (in Äquatorkoordinaten) ist ebenfalls eine Wellenlinie. Diese zeigt, wie die Sonne im Winterhalbjahr eine halbe Schwingung ausführt. Bei gleichen Deklinationsschritten in gleichen Zeitabschnitten ergäbe sich für die Sonnenbahn eine Zickzack-Linie (Abbildung 4). In unserem Beispiel hat das (kurze!) Pendel eine Frequenz von 2 ganzen Schwingungen pro Sekunde (2 Hz), eine Stimmgabel mit dem Kammerton a' schwingt mit 440 Hz, die Sonne vollführt eine Schwingung pro Jahr. Die Kurven für die Pendelschwingung und für die Sonne sind beide in guter Näherung – aber nicht ganz genau – Sinuskurven.

Dazu noch eine Beschreibung des Deklinationsverlaufs mit Zahlen: Wir unterteilen die Zunahme der Deklination in Schritte von Zehntel-Bogensekunden. Vom tiefsten Sonnenstand am 20. Dezember bis zum höchsten am 30. Juni ergibt dies knapp 1.7 Millionen solche Schritte. Frage: Wie lange dauert es, bis die Deklination der aufsteigenden Sonne jeweils um ein solches Schrittchen zunimmt? Von der tiefsten Stellung aus dauert dies etwa 2 Stunden, für die nächste Zehntel-Bogensekunde 1 Stunde. Nach einem Tag sind es nur noch etwas mehr als 6 Minuten, eine Woche später knapp 1 Minute und am 20. März 5 Sekunden. Bei Tagundnachtgleiche

erreicht man die kürzeste Zeitdauer, dann nimmt diese allmählich wieder zu. Bei gleichmässiger Deklinationszunahme würde die Sonne immer in 10 Zeitsekunden um 1 Zehntelbogensekunde aufsteigen. Und würde die Sonne für alle Zehntelbogensekunden 2 Stunden brauchen (so lange wie für die erste), würde der Aufstieg vom kürzesten zum längsten Tag 380 Jahre dauern. Diese Zeitschritte wurden mit Rechnungen im Kugeldreieck ermittelt, wozu im nächsten Abschnitt mehr erklärt wird.

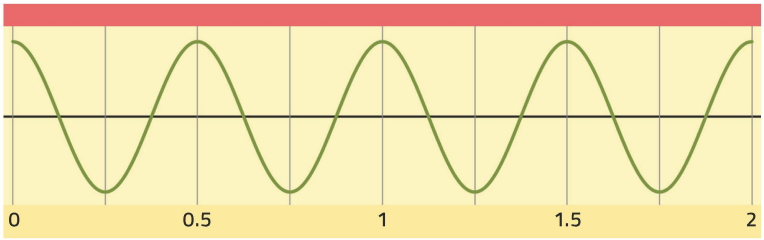


Abbildung 3: Aufzeichnung einer Pendelschwingung während 2 Sekunden. Auf der x-Achse (waagrecht) ist die Zeit aufgetragen, auf der y-Achse die Weite des Pendelausschlags (Amplitude). Das Pendel macht pro Sekunde zwei ganze Schwingung, d. h. die Frequenz ist 2 Hertz.

Grafik: Erich Laager

GEOMETRIE AUF DER HIMMELSKUGEL

Weshalb ändert sich die Höhe der täglichen Sonnenbahn im Laufe des Jahres? Die Ursache ist die Schrägstellung der Erdachse in Bezug auf die Bahnebene der Erde – aber damit erzähle ich wohl gar nichts Neues! In Abbildung 5 ist diese Tatsache in etwas anderer Art dargestellt: Im Himmelsgewölbe mit der Erde E im Zentrum und dem Himmels-Nordpol N senkrecht darüber steht die Äquatorebene (grün) waagrecht. Die Sonnenbahn oder Ekliptik (rot) ist dazu um 23.4 Grad (Winkel α) geneigt. Die Schnittlinien dieser Ebenen mit dem Himmelsgewölbe sind Grosskreise. Die Schnittpunkte dieser beiden Kreise sind der Frühlingspunkt F und der Herbstpunkt H. Die Sonne wandert bei F vorbei aufwärts. Sie ist an willkürlich gewählter Stelle S auf ihrer Bahn eingezeichnet. Ein dritter Grosskreis (blau) geht durch den Nordpol und durch die Sonne. Er schneidet den Äquatorkreis in einem rechten Winkel (γ, in der Figur perspektivisch verzerrt). Die Punkte F, S und R teilen jeden Grosskreis in zwei Abschnitte. Die jeweils kürzeren Abschnitte bilden ein Dreieck mit den Seiten a, b, c. Dieses liegt auf der

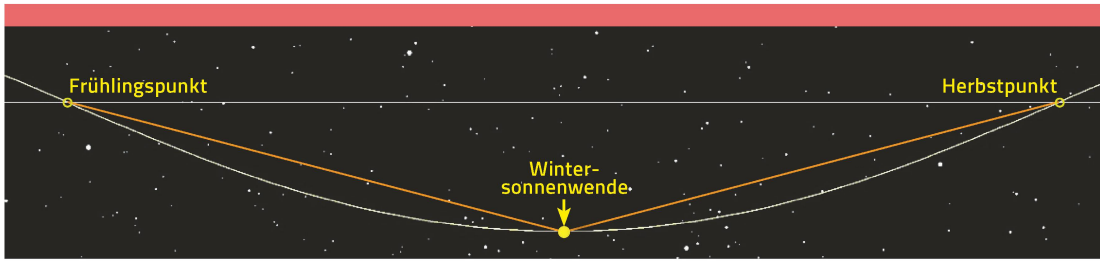


Abbildung 4: Sternkarte in Äquatorkoordinaten (äquidistante Projektion).
Die waagrechte Linie ist der Himmeläquator. Ein Gestirn irgendwo auf dieser Linie hat die Deklination Null. Die weisse Kurve zeigt die Jahresbahn der Sonne (Ekliptik) im Winterhalbjahr. Die Sonne wandert auf der Ekliptik von rechts nach links (von Westen nach Osten). Gezeichnet ist deren Stellung bei der Winter-Sonnenwende, also am kürzesten Tag. Die orangen Strecken zeigen, wie die Sonnenbahn aussähe bei gleichbleibenden Deklinationsschritten pro Zeiteinheit.

Grafik: Erich Laager

Kugelfläche, seine Seiten sind gewölbt, ihre Länge wird in Grad angegeben, wie dies für die Seite b gezeichnet ist. (Im sphärischen Dreieck ist die Winkelsumme grösser als 180°.)

Sind von den Winkeln und Seiten des Dreiecks drei geeignete Stücke gegeben, können die andern berechnet werden. In *Erwin Voellmys* «Logarithmen-Bibel», Zehnte Auflage 1953 (ältere Semester werden sich dankbar an dieses unentbehrliche Buch erinnern!), findet man zum Thema «Schiefwinkliges Kugeldreieck» rund ein Dutzend Formeln. Es brauchte da schon etwas Mut, die Rechnerei anzupacken. – Nun konnte ich in meinem Leben von der grossartigen Entwicklung der Rechenhilfsmittel profitieren, was mir immer wieder gänzlich neue Möglichkeiten eröffnete. Mit dem von mir schon früher genannten «Rechner für sphärische Dreiecke – Arndt-Bruenner.de» im Internet kann ich u. a. zu einer gegebenen Rektaszension der Sonne b deren Deklination a berechnen.

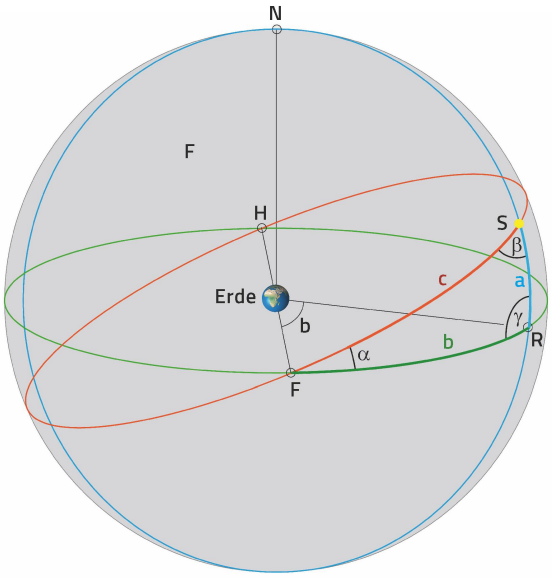


Abbildung 5: Die Erde mit dem Beobachter ist im Zentrum des «Himmelsgewölbes». Auf dieser Kugel befinden sich drei Grosskreise: Äquator (grün) mit Frühlingspunkt F und Herbstpunkt H, Ekliptik (rot) mit einem Ort der Sonne S kurz vor dem längsten Tag, Kreis zum Ablesen der Rektaszension R (blau). Sektoren aus diesen Kreisen bilden das sphärische Dreieck FSR. In diesem ist a die Deklination, b die Rektaszension und c die ekliptikale Länge der Sonne (Lage der Sonne auf der Ekliptik, gezählt ab dem Frühlingspunkt). Die Sternkarte in Abbildung 5 ist auf einem Zylindermantel abgebildet, der die Himmelskugel beim Äquatorkreis berührt.

Grafik: Erich Laager

BEISPIELE

1. Sonne mit grösster Deklination (längster Tag)

Aus $\alpha = 23.4$, $\gamma = 90°$, $b = 90°$ folgt $c = 90°$, $a = 23.4°$. Die maximale Deklination der Sonne (a) ist gleich der Ekliptikschiefe (α).

2. Sonne auf halbem Weg vom Frühlingspunkt bis zur Sommersonnenwende gemessen auf dem Äquator.

Aus $\alpha = 23.4°$, $\gamma = 90°$, $b = 45°$ folgt $c = 47.5°$, $a = 17.0°$. In der halben Zeit hat die Sonne auf der Ekliptik mehr als die Hälfte zurückgelegt. Die beiden Grössen sind nicht proportional. Dies ist die eine Ursache für die Zeitgleichung. In Deklination hat die Sonne bereits 73% ihres Anstiegs vollbracht. Zwei weitere Rechnungen zeigen: Nach 80% der Zeit sind 95.5% der maximalen Deklination erreicht, nach 90% der Zeit sind es 99% der Deklination. Bis zur Sommersonnenwende geht der Anstieg nun zunehmend gemächlicher weiter. Damit sind wir beim selben Phänomen wie am Anfang dieses Beitrags, allerdings ein halbes Jahr später.

IST DIE EKLIPTIK-KURVE IN ABBILDUNG 4 EINE SINUSKURVE?

Offenbar ja. – Doch der Schein trügt! Berechnungen im Kugeldreieck können mit der nötigen Genauigkeit durchgeführt werden. Im Abschnitt von 0° bis 90° auf dem Äquatorkreis berechne ich zu Orten mit je 3° Abstand die Sonnendeklination. Diese Excel-Daten werden zusätzlich kopiert und in umgekehrter Reihenfolge angeordnet (Daten sortieren). Mit all diesen Zahlen erstellt man eine Grafik, die einer Sternkarte entspricht wie in Abbildung 4, jedoch für das Sommerhalbjahr von 0° bis 180° ab Frühlingspunkt. Von diesen Winkeln berechnet man sodann den Sinus und multipliziert ihn mit 23.4°. So wird die Sinuskurve gleich hoch wie die Ekliptik-Kurve. Daraus entsteht die Grafik in Abbildung 6.

Hier wird klar: Die Sinuskurve liegt unterhalb der Ekliptik; diese ist also keine Sinuskurve.

Die Differenzen zwischen den beiden Kurven verändern sich über das ganze Halbjahr. Die grüne Kurve zeigt (in der Höhe vergrössert) in welcher Art. <

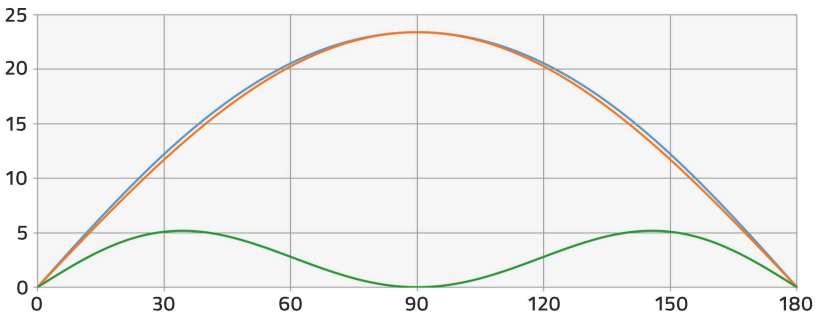


Abbildung 6: Verlauf der Ekliptik (blau) verglichen mit einer eingepassten mathematischen Sinuskurve (rot). Nur bei 0°, 90° und 180° stimmen die beiden Kurven exakt überein. Dazwischen liegt die Ekliptik unter der Sinuskurve. Die kleinen Differenzen zwischen den beiden Kurven sind 10 mal vergrössert als grüne Linie eingezeichnet.
Die x-Achse enthält die ekliptikale Länge, die y-Achse die Deklination der Sonne für die rote Kurve.

Grafik: Erich Laager