

Geometrie

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Pestalozzi-Kalender**

Band (Jahr): **58 (1965)**

Heft [1]: **Schülerinnen**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

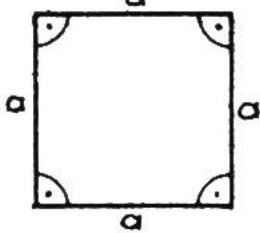
Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Größen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:
 U = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
 K = Gesamtkantenlänge M = Mantelfläche
 G = Grundfläche V = Rauminhalt, Volumen
 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ = Winkel; a, b, c, \dots = Seiten; r, R, ρ = Radien; h, h_r = Höhe
 \perp = rechter Winkel Für π genügt meist der Wert 3,14

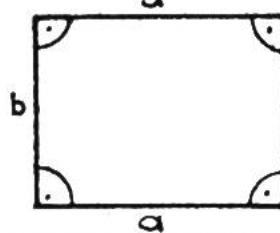
Das Quadrat



$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot a = a^2$$

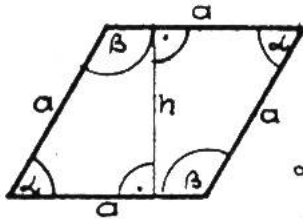
Das Rechteck



$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot b$$

Der Rhombus, Raute

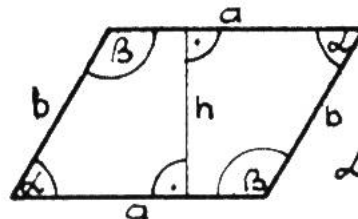


$$U = 4 \cdot a$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Parallelogramm

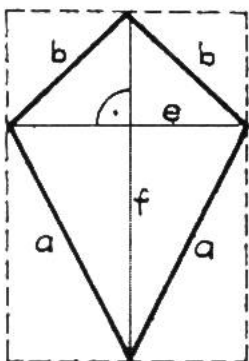


$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$F = a \cdot h$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Das Drachenviereck

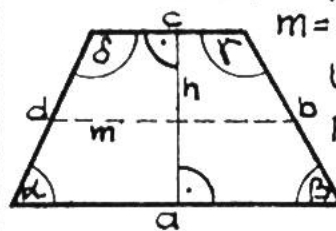


$$U = 2(a + b)$$

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

e, f = Diagonalen

Das Trapez



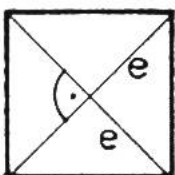
m = Mittelparallele

$$U = a + b + c + d$$

$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$

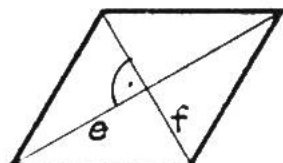
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

Spezialfälle



Quadrat

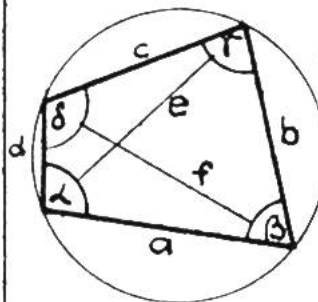
$$F = \frac{e^2}{2}$$



Rhombus

$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

Das Sehnenviereck



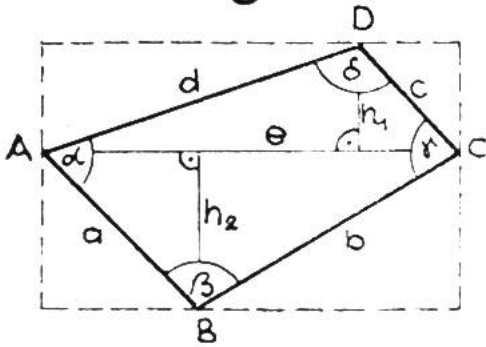
$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$$

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

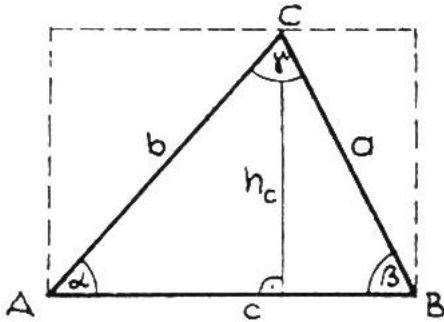


$$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad U = a + b + c + d$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

Das Dreieck



$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} \quad \text{Heronische Formel}$$

$$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$$

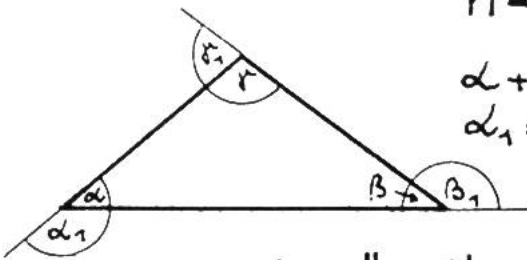
g = Grundlinie = a od. b od. c.

h = Höhe = ha oder hb oder hc

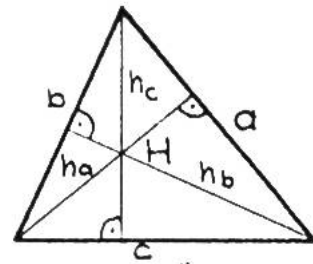
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \text{Innenwinkelsatz}$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma; \quad \beta_1 = \alpha + \gamma; \quad \gamma_1 = \alpha + \beta$$

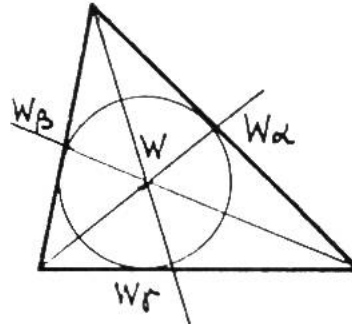
Aussenwinkelsätze



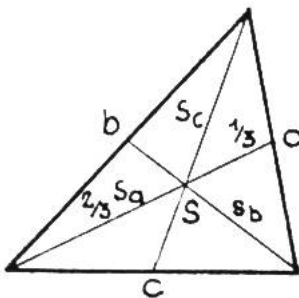
Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



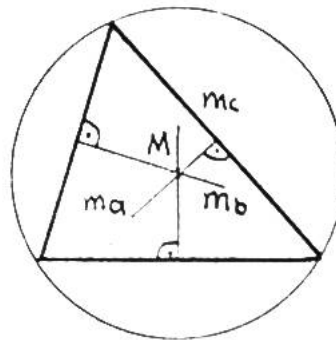
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden Walpha, Wbeta, Wgamma schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) sa, sb, sc schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten ma, mb, mc schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:

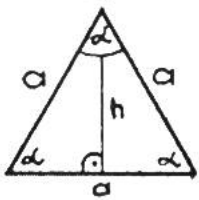
1. in den 3 Seiten (sss)
2. in 2 Seiten und dem Zwischen \angle (sws)
3. in 2 Seiten u. d. Gegen \angle der größeren Seite (ssw)
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden \angle (wsw; sww)

ähnlich, wenn sie übereinstimmen:

1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen \angle
3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen \angle d. gr. Seite
4. in 2 Winkeln

Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

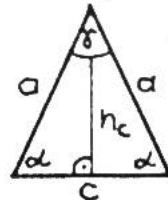


$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c; h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$$

Das gleichschenklige Dreieck

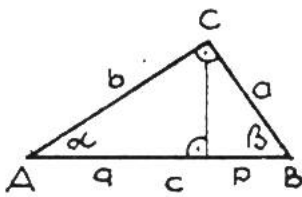


$$\alpha = \beta; a = b; F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c = m_c = s_c = W_r$$

$$= \frac{\sqrt{(2a-c)(2a+c)}}{2}$$

Das rechtwinklige Dreieck



$a, b =$ Katheten; $c =$ Hypotenuse; $\gamma = 90^\circ; \alpha + \beta = 90^\circ$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ Lehrsatz des Pythagoras}$$

$$h^2 = p \cdot q \text{ Höhensatz des Euklid}$$

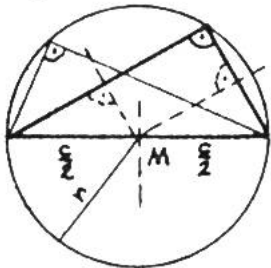
$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ Kathetensätze d. Euklid}$$

Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

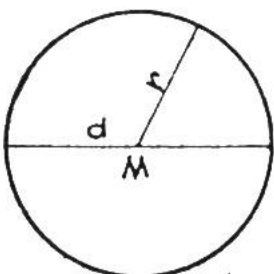
$c =$ Durchmesser } Satz des Thales

$$\gamma = 90^\circ$$

$$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2} \quad r = \frac{c}{2}$$



Der Kreis



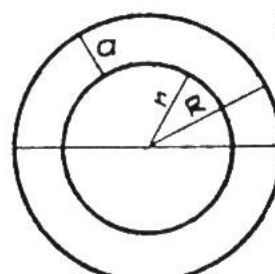
$$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$$

$$\approx \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$$

Spezialfälle
Viertelkreis; Halbkreis

Der Kreisring



$$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$$

$$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$$

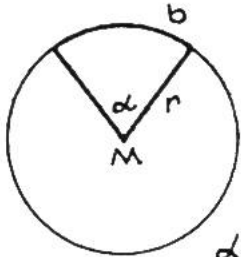
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$$

$$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$$

$a = R - r =$ radiale Ringbreite

Der Kreissektor



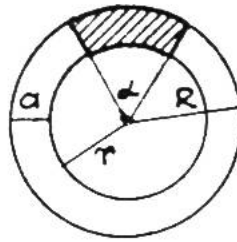
$$b = \frac{\pi \cdot \alpha}{360} \cdot d = \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{n^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

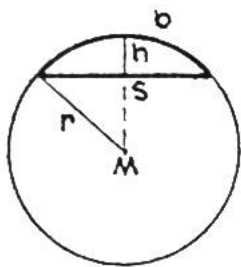
Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

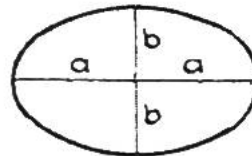
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

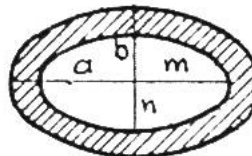
Die Ellipse



$$F = a \cdot b \cdot \pi$$

a = halbe große Achse
b = halbe kleine Achse

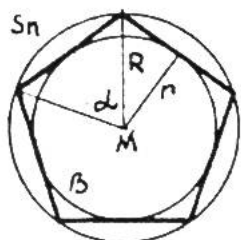
Der elliptische Ring



$$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse
m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises
r = Radius des Inkreises
n = Seitenzahl = Eckenzahl
sn = Vielecksseite
 α = Zentriwinkel
 β = Vieleckwinkel

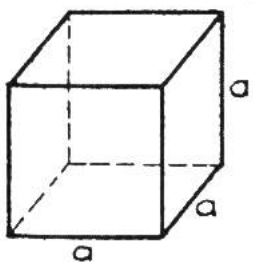
$$U = n \cdot sn$$

$$\alpha = \frac{360}{n}; \beta = 180^\circ - \alpha$$

$$sn = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$$

$$F = \frac{n \cdot sn \cdot r}{2}$$

Der Würfel

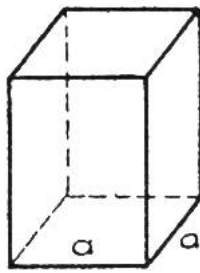


$$K = 12 \cdot a$$

$$M = 4 \cdot a^2; O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

Die quadrat. Säule



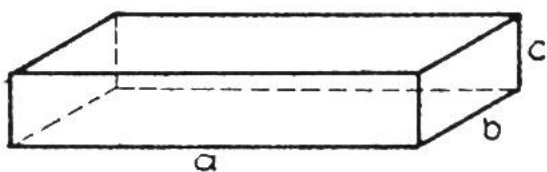
$$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$$

$$M = 4 \cdot a \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$$

$$V = a^2 \cdot h$$

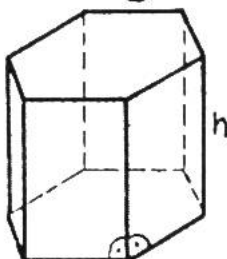
Der Quader



$$K = 4 \cdot (a + b + c) \quad O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$M = 2 \cdot c \cdot (a + b) \quad V = a \cdot b \cdot c$$

Das gerade Prisma



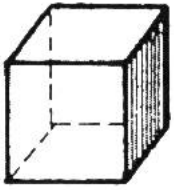
$$M = U \cdot h$$

$$O = U \cdot h + 2 \cdot G$$

$$V = G \cdot h$$

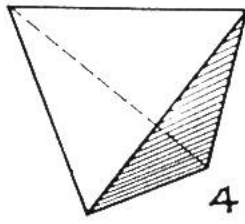
Die 5 regulären Polyeder

Der Würfel Hexaeder



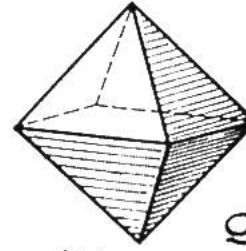
6 gleich-
seitige
Vierecke
(Quadrate)

Das Tetraeder



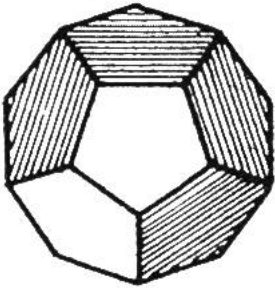
4 gleich-
seitige Dreiecke

Das Oktaeder



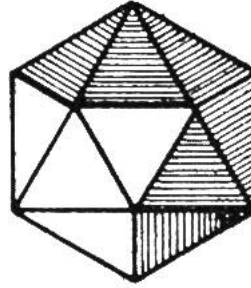
8
gleich-
seitige Dreiecke

Das Dodekaeder



12 gleichseitige Fünfecke

Das Ikosaeder



20 gleichseitige Dreiecke

HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrail . . . m	2501	Grimsel m	2165	Klausen m	1948
Gr. St. Bernhard	2469	Ofen	2149	Lukmanier . . .	1916
Furka	2431	Splügen	2113	Maloja	1815
Flüela	2383	St. Gotthard . .	2108	Pillon	1546
Bernina	2323	San Bernardino	2065	La Forclaz . . .	1527
Albula	2312	Oberalp	2044	Jaun	1509
Julier	2284	Simplon	2005	Mosses	1445
Susten	2224				

EINIGE SCHWEIZER PASS-ÜBERGÄNGE

(über 2000 m ü. M.)	Ferret	2537	Septimer	2310
m	Gries	2462	Surenen	2291
Theodul	Nufenen	2440	Uomo	2218
Kisten	Panixer	2407	Joch	2209
Fenêtre, de . . .	Greina	2357	Balme	2204
Lötschen	Gemmi	2316	Kl. Scheidegg . .	2061
Segnes	San Giacomo . .	2313	Cheville	2038

DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon 2 . . m	19823	New-Cascade	12874	Grenchenberg	8578
N. Apennin . .	18510	Mont Cenis . .	12849	N. Hauenstein	8134
Gotthard	15003	Arlberg	10240	Pyrenäen	7600
Lötschberg . .	14612	Ricken	8603	Jungfraubahn	7113
Strassentunnel	Grosser St. Bernhard	5853 m			