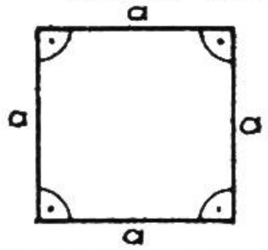
Geometrie

In den folgenden Formeln für die wichtigsten Grössen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:

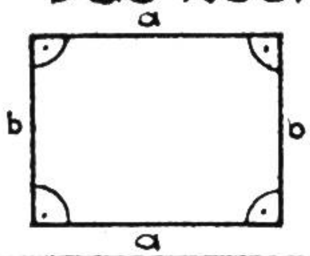
U = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
K = Gesamtkantenlänge M = Mantelfläche
G = Grundfläche V = Rauminhalt, Volumen
$\alpha, \beta, \gamma \ldots$ = Winkel; $a, b, c \ldots$ = Seiten; r, R, ϱ = Radien; h, h_1 = Höhe
⊾ = rechter Winkel   Für π genügt meist der Wert 3,14

Das Quadrat



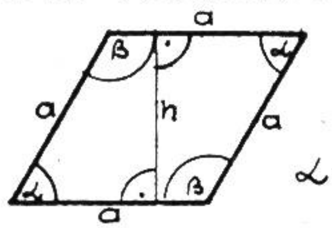
$$U = 4 \cdot a$$
$$F = a \cdot a = a^2$$

Das Rechteck



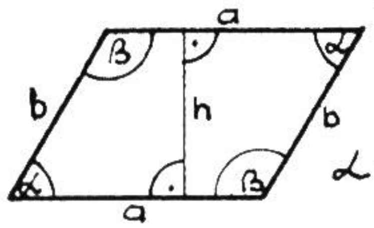
$$U = 2 \cdot (a + b)$$
$$F = a \cdot b$$

Der Rhombus, Raute



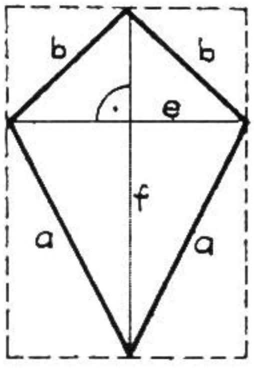
$$U = 4 \cdot a$$
$$F = a \cdot h$$
$$\alpha + \beta = 180°$$

Das Parallelogramm



$$U = 2 \cdot (a + b)$$
$$F = a \cdot h$$
$$\alpha + \beta = 180°$$

Das Drachenviereck

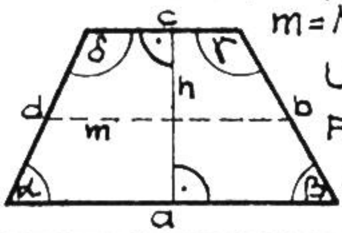


$$U = 2(a + b)$$
$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

$e; f$ = Diagonalen

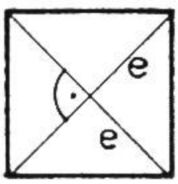
Das Trapez

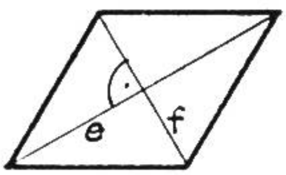
m = Mittelparallele



$$U = a + b + c + d$$
$$F = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$$
$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180°$$

Spezialfälle

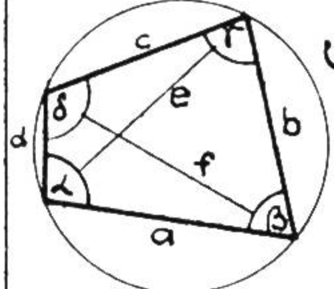




Quadrat
$$F = \frac{e^2}{2}$$

Rhombus
$$F = \frac{e \cdot f}{2}$$

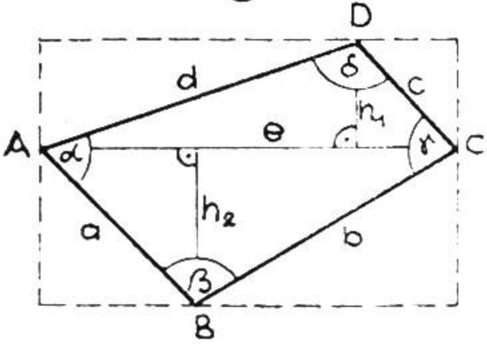
Das Sehnenviereck



$$U = 2 \cdot s = a + b + c + d$$
$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$
$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$$

$$F = \sqrt{(s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)(s - d)}$$

Das allgemeine (unregelmässige) Viereck

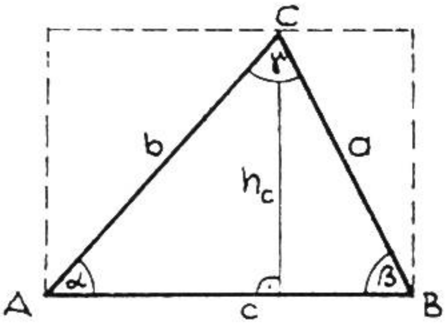


$F = \frac{e \cdot (h_1 + h_2)}{2}$ $U = a + b + c + d$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

Zur eindeutigen Festlegung eines Vierecks sind im allgem. 5 Grössen, darunter 2 Seiten, erforderlich.

Das Dreieck



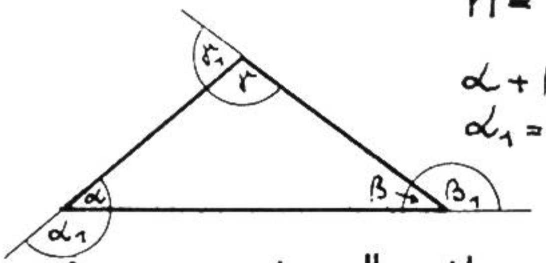
$U = a + b + c = 2 \cdot s$

$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$ Heronische Formel

$F = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{g \cdot h}{2}$

g = Grundlinie = a od. b od. c.

h = Höhe = h_a oder h_b oder h_c

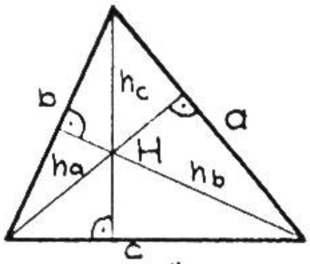


$\alpha + \beta + \gamma = 180°$ Innenwinkelsatz

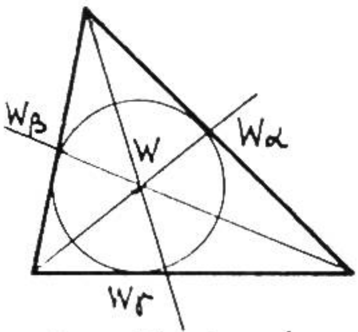
$\alpha_1 = \beta + \gamma$; $\beta_1 = \alpha + \gamma$; $\gamma_1 = \alpha + \beta$

Aussenwinkelsätze

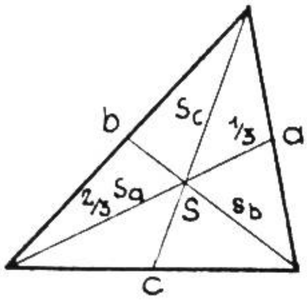
Vier merkwürdige Punkte im Dreieck



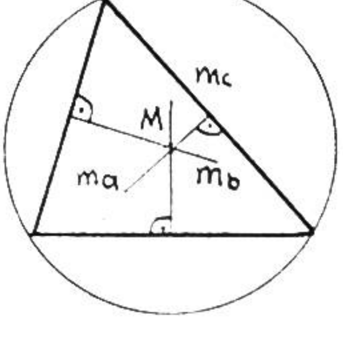
Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpkt H.



Die 3 Winkelhalbierenden w_α, w_β, w_γ schneiden sich im Mittelpunkt des Inkreises: W.



Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) s_a, s_b, s_c schneiden sich im Schwerpkt S. Er teilt jede Linie im Verhältnis 1:2



Die 3 Mittelsenkrechten m_a, m_b, m_c schneiden sich im Mittelpunkt M des Umkreises.

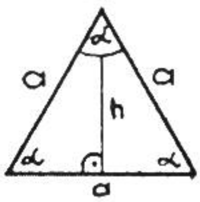
Acht wichtige Sätze für das Dreieck

2 Dreiecke sind

kongruent, wenn sie übereinstimmen:	ähnlich, wenn sie übereinstimmen:
1. in den 3 Seiten (sss)	1. im Verhältnis der 3 Seiten
2. in 2 Seiten und dem Zwischen $\sphericalangle$ (sws)	2. im Verhältnis zweier Seiten u. dem Zwischen $\sphericalangle$
3. in 2 Seiten u. d. Gegen $\sphericalangle$ der größeren Seite (ssw)	3. im Verhältnis zweier Seiten und d. Gegen $\sphericalangle$ d. gr. Seite
4. in 1 Seite u. 2 gleichliegenden $\sphericalangle$ (wsw; sww)	4. in 2 Winkeln

Spezielle Dreiecke

Das gleichseitige Dreieck

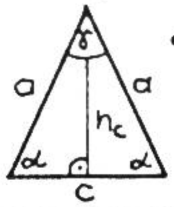


$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$

$a = b = c$; $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$

$F = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$

Das gleichschenklige Dreieck

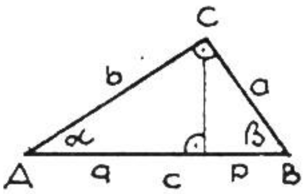


$\alpha = \beta$; $a = b$; $F = \frac{c \cdot h_c}{2}$

$h_c = m_c = s_c = w_\gamma$

$= \frac{\sqrt{(2a-c)\cdot(2a+c)}}{2}$

Das rechtwinklige Dreieck

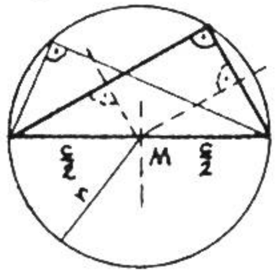


a, b = Katheten; c = Hypotenuse; $\gamma = 90^\circ$; $\alpha + \beta = 90^\circ$

$a^2 + b^2 = c^2$ Lehrsatz des Pythagoras

$h^2 = p \cdot q$ Höhensatz des Euklid

$p + q = c$ $\quad$ $a^2 = p \cdot c$; $b^2 = q \cdot c$ Kathetensätze d. Euklid

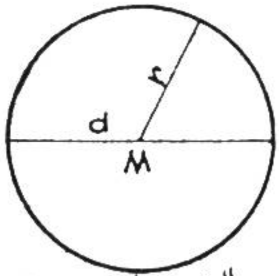


Mittelpkt d. Umkreises = Mitte d. Hypotenuse

$\left.\begin{array}{l} c = \text{Durchmesser} \\ \gamma = 90^\circ \end{array}\right\}$ Satz des Thales

$F = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$ $\qquad$ $r = \frac{c}{2}$

Der Kreis



$U = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$

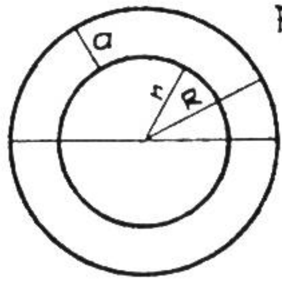
$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = r^2 \cdot \pi$

$= \frac{U^2}{4 \cdot \pi}$

Spezialfälle

Viertelkreis; Halbkreis

Der Kreisring



$F = R^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi$

$= (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi$

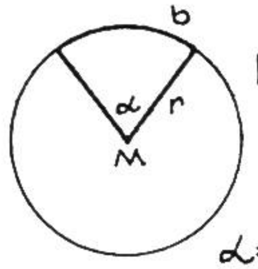
$= (R+r) \cdot a \cdot \pi$

$= (2r+a) \cdot a \cdot \pi$

$= (2R-a) \cdot a \cdot \pi$

$a = R - r$ = radiale Ringbreite

Der Kreissektor



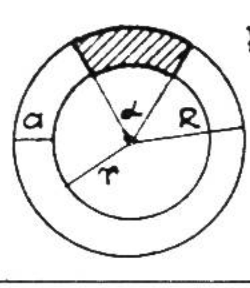
$$b = \frac{\pi \cdot \alpha}{360} \cdot d = \frac{\pi \cdot \alpha}{180} \cdot r$$

$$= \frac{U}{360} \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{U} = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi} = \frac{b \cdot 180}{r \cdot \pi}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot \alpha = \frac{U^2 \cdot \alpha}{4 \cdot \pi \cdot 360}$$

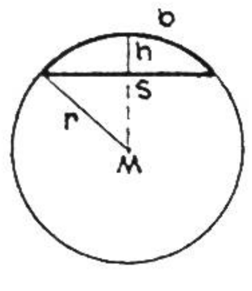
Das Kreisringstück



$$F = (R+r) \cdot (R-r) \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

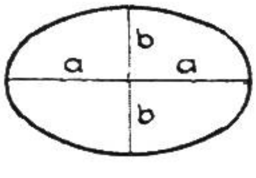
$$= (R+r) \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Das Kreissegment



$$F = \frac{r \cdot (b-s) + s \cdot h}{2}$$

Die Ellipse

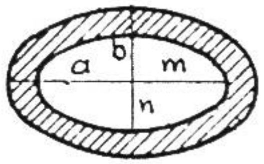


$F = a \cdot b \cdot \pi$

a = halbe große Achse

b = halbe kleine Achse

Der elliptische Ring

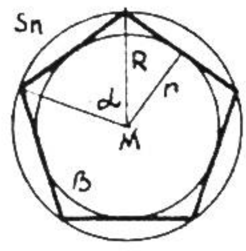


$F = (a \cdot b - m \cdot n) \cdot \pi$

a, b = Halbachsen d. äuss. Ellipse

m, n = Halbachsen d. inn. Ellipse

Das regelmässige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises

r = Radius des Inkreises

n = Seitenzahl = Eckenzahl

S_n = Vieleckseite

α = Zentriwinkel

β = Vieleckwinkel

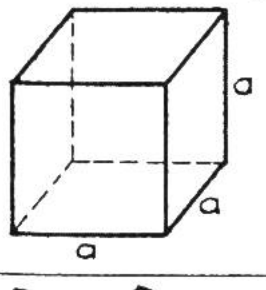
$U = n \cdot S_n$

$\alpha = \frac{360}{n}$; $\beta = 180° - \alpha$

$S_n = 2 \cdot \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{2 \cdot F}{n \cdot r}$

$F = \frac{n \cdot S_n \cdot r}{2}$

Der Würfel

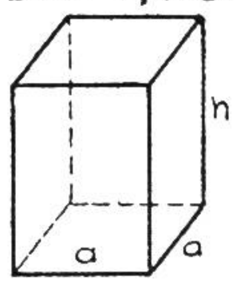


$K = 12 \cdot a$

$M = 4 \cdot a^2$; $O = 6 \cdot a^2$

$V = a^3$

Die quadrat. Säule



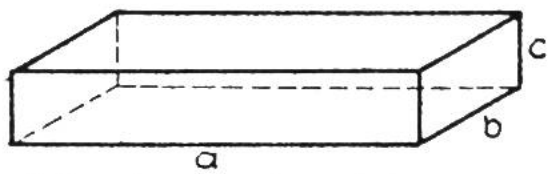
$K = 8 \cdot a + 4 \cdot h$

$M = 4 \cdot a \cdot h$

$O = 2 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot h)$

$V = a^2 \cdot h$

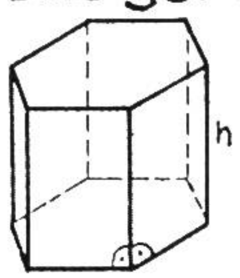
Der Quader



$K = 4 \cdot (a+b+c)$ $O = 2(ab+ac+bc)$

$M = 2 \cdot c \cdot (a+b)$ $V = a \cdot b \cdot c$

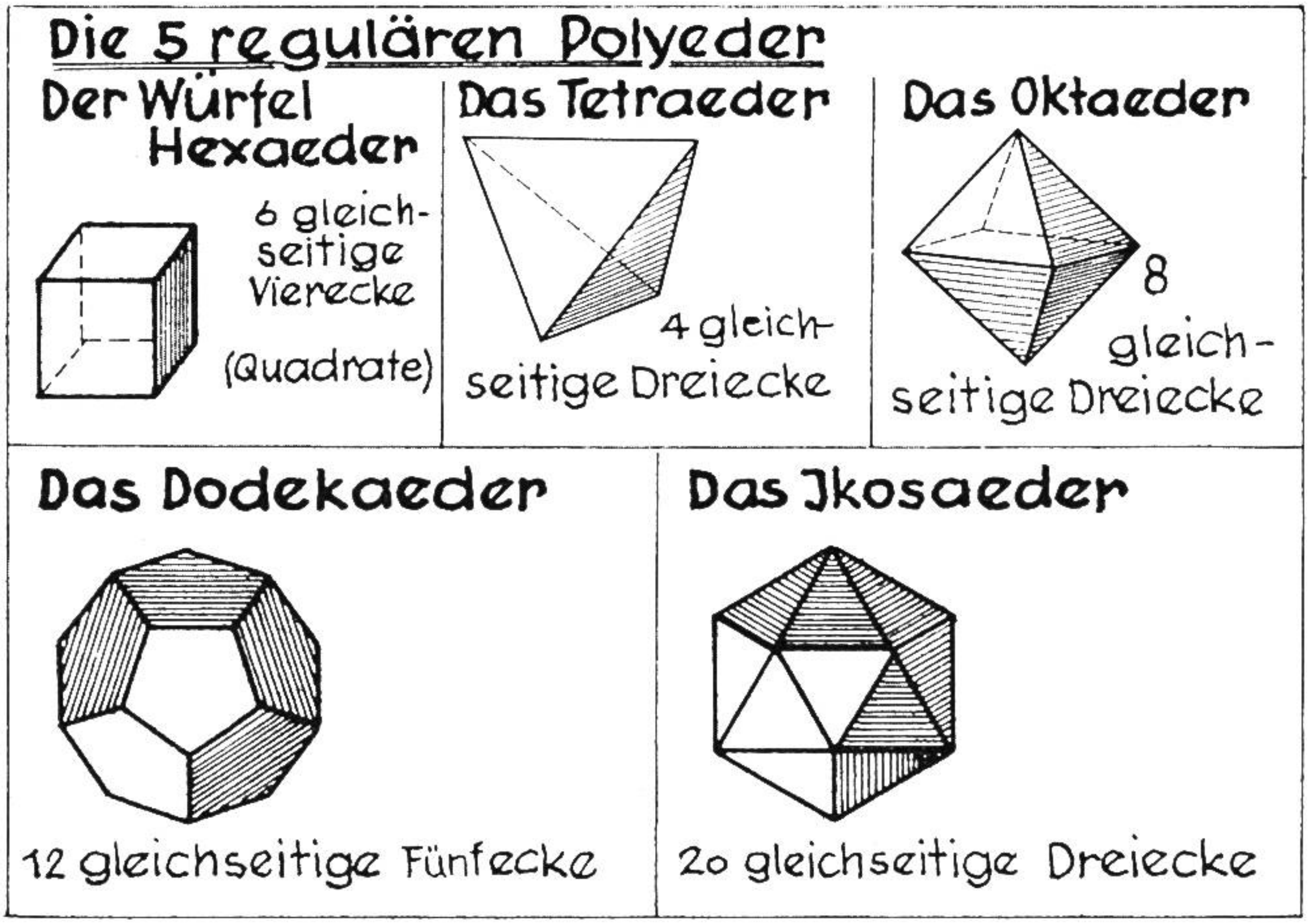
Das gerade Prisma



$M = U \cdot h$

$O = U \cdot h + 2 \cdot G$

$V = G \cdot h$



HÖCHSTE PASS-STRASSEN DER SCHWEIZ

Umbrail . . . m	2501	Grimsel . . . . m	2165	Klausen . . . . m	1948
Gr. St. Bernhard	2469	Ofen	2149	Lukmanier . . .	1916
Furka	2431	Splügen	2113	Maloja	1815
Flüela	2383	St. Gotthard . .	2108	Pillon	1546
Bernina	2323	San Bernardino	2065	La Forclaz . . .	1527
Albula	2312	Oberalp	2044	Jaun	1509
Julier	2284	Simplon	2005	Mosses	1445
Susten	2224				

EINIGE SCHWEIZER PASS-ÜBERGÄNGE

(über 2000 m ü. M.)		Ferret	2537	Septimer	2310
	m	Gries	2462	Surenen	2291
Theodul	3317	Nufenen	2440	Uomo	2218
Kisten	2730	Panixer	2407	Joch	2209
Fenêtre, de . . .	2697	Greina	2357	Balme	2204
Lötschen	2690	Gemmi	2316	Kl. Scheidegg .	2061
Segnes	2627	San Giacomo .	2313	Cheville	2038

DIE LÄNGSTEN EISENBAHNTUNNELS

Simplon 2 . . m	19823	New-Cascade	12874	Grenchenberg	8578
N. Apennin . .	18510	Mont Cenis .	12849	N. Hauenstein	8134
Gotthard	15003	Arlberg	10240	Pyrenäen	7600
Lötschberg . .	14612	Ricken	8603	Jungfraubahn	7113

Strassentunnel Grosser St. Bernhard 5853 m