

Zeitschrift: Pestalozzi-Kalender
Herausgeber: Pro Juventute
Band: 61 (1968)
Heft: [1]: Schülerinnen

Rubrik: Geometrie

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

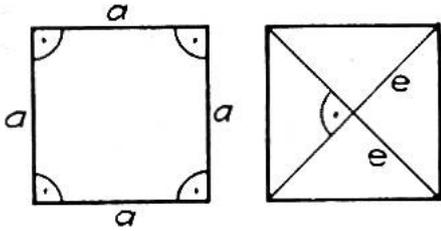
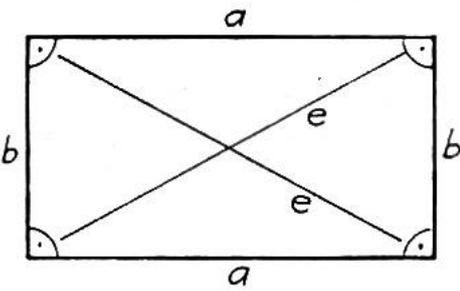
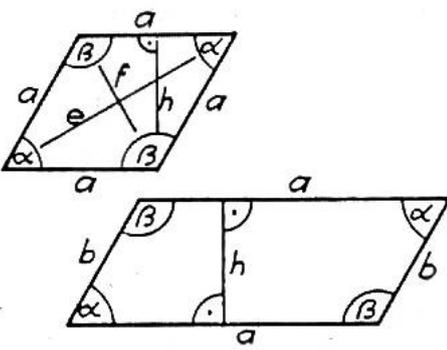
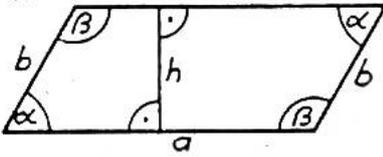
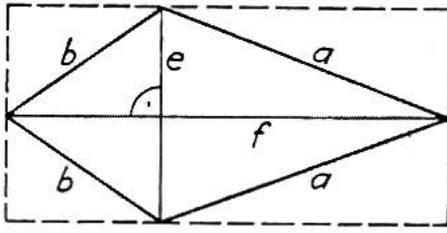
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

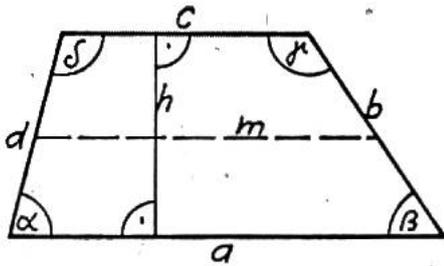
Download PDF: 30.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Geometrie

1. Einfache ebene Figuren

	Umfang	Flächeninhalt	Andere Zusammenhänge
	<p>Das Quadrat</p> $u = 4 \cdot a$	$F = a \cdot a = a^2$ $F = \frac{e^2}{2}$	Diagonale $e = a\sqrt{2}$
	<p>Das Rechteck</p> $u = 2(a+b)$	$F = a \cdot b$	Diagonale $e = \sqrt{a^2+b^2}$
	<p>Der Rhombus, die Raute</p> $u = 4 \cdot a$	$F = a \cdot h$ $F = \frac{e \cdot f}{2}$	$\alpha + \beta = 180^\circ$
	<p>Das Rhomboid, das Parallelogramm</p> $u = 2(a+b)$	$F = a \cdot h$	$\alpha + \beta = 180^\circ$
	<p>Das Deltoid, das Drachenviereck</p> $u = 2(a+b)$	$F = \frac{e \cdot f}{2}$	Winkelsumme = 360°

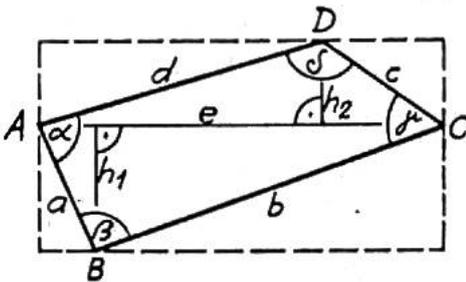


Das Trapez

$$u = a + b + c + d \quad F = m \cdot h \quad \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

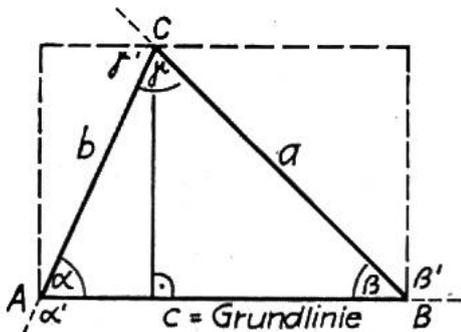
m = Mittelparallele



Das Trapezoid (unregelmässiges Viereck)

$$u = a + b + c + d \quad F = e \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) \quad \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

2. Das Dreieck



$$\text{Umfang } u = a + b + c \quad \text{Flächeninhalt } F = \frac{g \cdot h}{2}$$

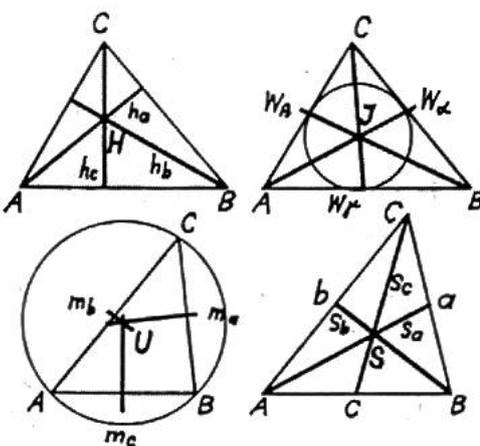
Wenn u mit $2s$ bezeichnet wird, so gilt auch

$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

Andere Zusammenhänge

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$

$$\alpha' = \beta + \gamma \quad \beta' = \alpha + \gamma \quad \gamma' = \alpha + \beta$$



Besondere Punkte im Dreieck

Die drei Höhen schneiden sich in einem Punkt, dem Höhenschnittpunkt H .

Die drei Winkelhalbierenden $w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$ schneiden sich in einem Punkt, dem Inkreismittelpunkt J .

Die drei Mittelsenkrechten der Seiten m_a, m_b, m_c schneiden sich in einem Punkt, dem Umkreismittelpunkt U .

Die drei Seitenhalbierenden (Schwerlinien, Mittellinien) s_a, s_b, s_c schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt S .

Der Schwerpunkt teilt die Schwerlinien im Verhältnis 1:2.

Besondere Dreiecke

Das rechtwinklige Dreieck

$a, b =$ Katheten, $c =$ Hypothenuse, $\gamma = 90^\circ$,

$\alpha + \beta = 90^\circ$

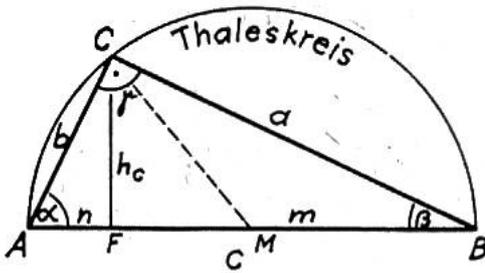
$$u = a + b + c \quad F = \frac{a \cdot b}{2} \quad F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$h^2 = m \cdot n \quad \text{Höhensatz (des Euklid)}$$

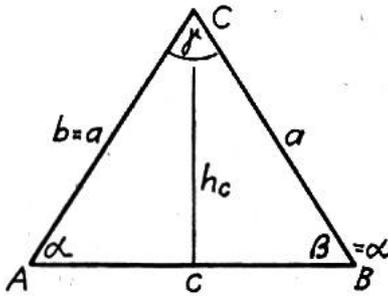
$$\left. \begin{array}{l} a^2 = m \cdot c \\ b^2 = n \cdot c \end{array} \right\} \text{Kathetensätze (des Euklid)} \quad r = \frac{c}{2}$$



Das gleichschenklige Dreieck

$$u = 2a + c$$

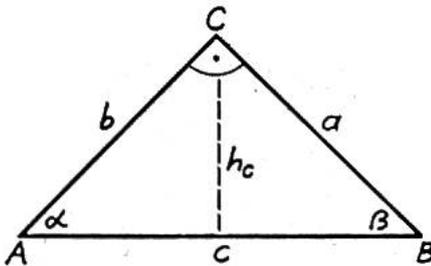
$$F = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Das rechtwinklig-gleichschenklige Dreieck

$$\alpha = \beta = 45^\circ \quad a = b = \frac{c}{\sqrt{2}} \quad c = a\sqrt{2} \quad h_c = \frac{c}{2}$$

$$u = 2a + c \quad F = \frac{c \cdot h_c}{2} \quad F = \frac{c}{2} \cdot \frac{c}{2} \quad F = \frac{c^2}{4}$$

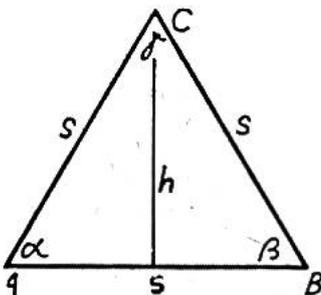


Das gleichseitige Dreieck

$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

$$a = b = c = s$$

$$h = \frac{s}{2}\sqrt{3} \quad u = 3 \cdot s \quad F = \frac{s \cdot h}{2} \quad F = \frac{s^2}{4}\sqrt{3}$$



Dreiecke sind kongruent, d. h. sie stimmen in Form **und** Flächeninhalt überein, wenn sie drei gleiche Bestimmungsstücke haben, wovon eines eine Länge sein muss; also wenn sie übereinstimmen

- | | |
|---|-----|
| 1. in den drei Seiten | SSS |
| 2. in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel | sws |
| 3. in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der grösseren Seite | SSW |
| 4. in einer Seite und deren anliegenden Winkel | WSW |
| 5. in einer Seite und zwei Winkeln | SWW |

Dreiecke sind ähnlich, d. h. sie haben gleiche Form, wenn sie übereinstimmen

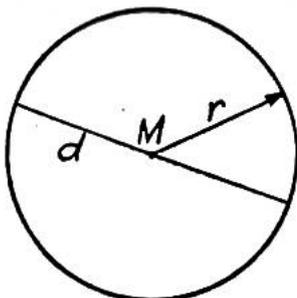
- im Verhältnis der drei Seiten
- im Verhältnis zweier Seiten und dem Zwischenwinkel
- im Verhältnis zweier Seiten und dem Gegenwinkel der grösseren Seite
- in zwei Winkeln.

In den Formeln für die wichtigsten Grössen der ebenen Figuren und der Körper bedeuten:

u = Umfang F = Flächeninhalt O = Oberfläche
 M = Mantelfläche G = Grundfläche
 k = Gesamtkantenlänge V = Rauminhalt oder Volumen
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ = Winkel a, b, c, \dots = Seiten
 R, r, ρ = Radien $h, h_c, h \dots$ = Höhen
 \sphericalangle = rechter Winkel;

für π genügt meist der Wert 3,14 oder $\frac{22}{7}$

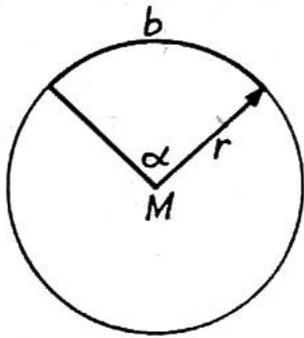
3. Der Kreis



Umfang: $u = d \cdot \pi$ $u = 2r\pi$

Flächeninhalt: $F = r^2\pi$ $F = \frac{d^2}{4}\pi$ $F = \frac{u^2}{4 \cdot \pi}$

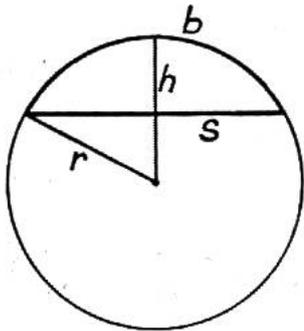
Spezialfälle: Halbkreis, Viertelskreis



Der Kreissektor (Ausschnitt)

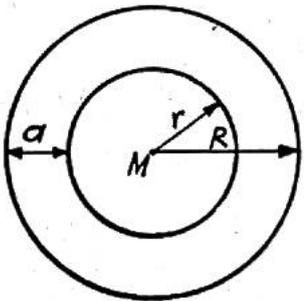
$$\text{Bogenlänge } b = \frac{u \cdot \alpha}{360} = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

$$F = \frac{b \cdot r}{2} \quad F = \frac{r^2 \pi}{360} \cdot \alpha \quad F = \frac{u^2 \cdot \alpha}{4 \pi \cdot 360}$$



Das Kreissegment (Abschnitt)

$$F = \frac{r \cdot (b - s) + s \cdot h}{2}$$

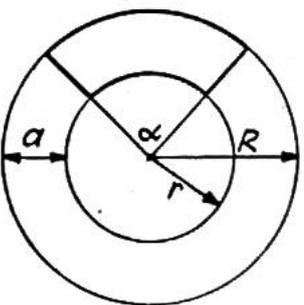


Der Kreisring

Radiale Breite des Kreisringes: $a = R - r$

$$F = R^2 \pi - r^2 \pi \quad F = (R+r)(R-r) \pi$$

$$F = (R+r) a \pi$$



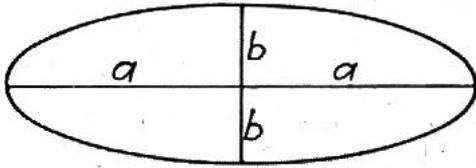
Das Kreisringstück

$$F = \frac{R^2 \pi - r^2 \pi}{360} \cdot \alpha \quad F = (R+r)(R-r) \frac{\pi \cdot \alpha}{360}$$

$$F = (R+r) a \frac{\pi \cdot \alpha}{360}$$

4. Verschiedene ebene Figuren

Die Ellipse



a = halbe grosse Achse b = halbe kleine Achse

Flächeninhalt: $F = a \cdot b \cdot \pi$

Umfang: Es besteht keine (elementare) Formel

Der elliptische Ring

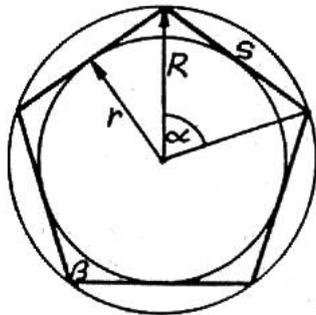


a, b = halbe Achsen der äusseren Ellipse

m, n = halbe Achsen der inneren Ellipse

Flächeninhalt: $F = (a \cdot b - m \cdot n) \pi$

Das regelmäßige Vieleck (n-Eck)



R = Radius des Umkreises

Umfang: $u = n \cdot s$

r = Radius des Inkreises

n = Seitenzahl

s = Vielecksseite

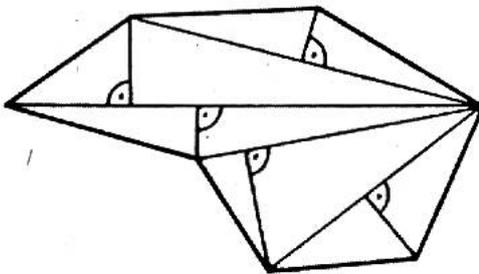
α = Zentriwinkel

β = Vieleckswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \beta = 180^\circ - \alpha$$

Flächeninhalt: $F = \frac{n \cdot s \cdot r}{2}$

Das unregelmäßige Vieleck



Umfang = Summe aller Seiten

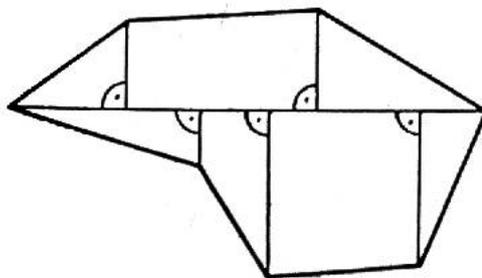
Flächeninhalt:

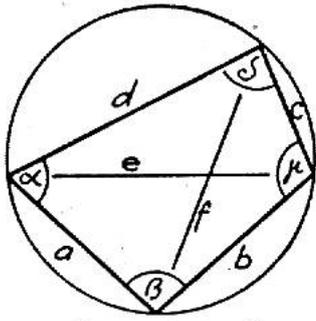
Man zerlegt die Vieleckfläche:

a. mit Diagonalen in Dreiecke und eventuell Trapezoide, berechnet diese Teile und addiert die Teilresultate

oder:

b. mit einer passenden Diagonale und auf dieser rechtwinklig errichteten Höhen zu den Ecken in Dreiecke und Trapeze, berechnet diese Teile einzeln und addiert die Teilresultate.





Das Sehnenviereck

Umfang: $u = a+b+c+d$ $u = 2 \cdot s$ $s = \frac{u}{2}$

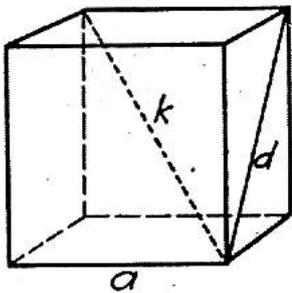
Flächeninhalt:

$$F = \sqrt{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c) \cdot (s-d)}$$

Satz des Ptolemäus: $ac+bd = ef$

Winkel: $\alpha+\gamma = \beta+\delta = 180^\circ$

5. Körper



Der Würfel

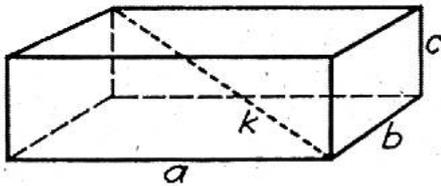
Gesamtkantenlänge: $12 \cdot a$

Seitendiagonale d: $a\sqrt{2}$

Körperdiagonale k: $a\sqrt{3}$

Mantel: $M = 4a^2$ Oberfläche: $O = 6a^2$

Volumen: $V = a^3$



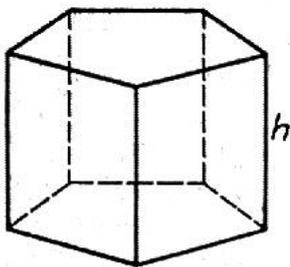
Der Quader

Gesamtkantenlänge: $4(a+b+c)$

Körperdiagonale: $k = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$M = 2(a+b) \cdot c$ $O = 2(ab+ac+bc)$

$V = a \cdot b \cdot c$



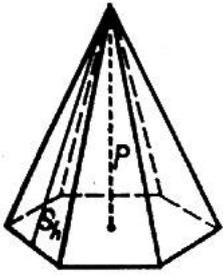
Das gerade Prisma

u = Umfang der Grund- oder Deckfläche G

n = Zahl der Seitenkanten (Höhenkanten) h

Gesamtkantenlänge: $2u+n \cdot h$

$M = u \cdot h$ $V = G \cdot h$ $O = u \cdot h + 2 \cdot G$

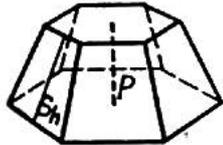


Die Pyramide (regelmässige)

s_h = Seitenhöhe p = Pyramidenhöhe
 u = Umfang der Grundfläche G

$$M = u \cdot \frac{s_h}{2} \quad O = M + G \quad V = G \cdot \frac{p}{3}$$

Der Pyramidenstumpf

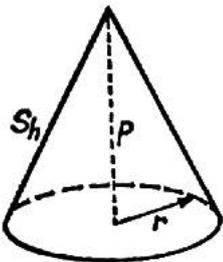


U = Umfang der Grundfläche G
 u = Umfang der Deckfläche D

$$M = \frac{(U+u) \cdot s_h}{2} \quad O = M + G + D$$

$$V = \frac{1}{3} p (G + \sqrt{GD} + D)$$

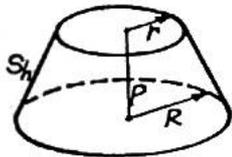
Der Kreiskegel



r = Radius $M = r\pi \cdot s_h$ $O = r\pi(r + s_h)$

$$V = \frac{r^2 \pi \cdot p}{3}$$

Der Kegelstumpf



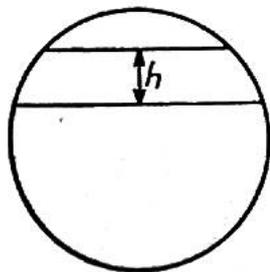
R = Radius der Grundfläche

r = Radius der Deckfläche

$M = \pi s_h (R+r)$ $O = M + G + D$

$$O = [(R+r) s_h + R^2 + r^2] \pi \quad V = \frac{\pi \cdot p}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

Die Kugel



r = Radius $O = 4\pi r^2$

Kugelhaube } $O = 2\pi r h$ $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
 Kugelzone }