

Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 12/13 (1880)
Heft: 6

Artikel: Ueber die Bestimmung der Absteckungselemente für die sieben Kehrtunnels der Gotthardbahn
Autor: Koppe, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-8592>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

herschreitenden Angestellten des Polytechnikums, beinahe versteckt wurden. Im Ganzen machte der Festzug einen imposanten Eindruck.

In dem geschmackvollen Saal des von den beiden ehemaligen Schülern des Polytechnikums: Architekten Müller und Ulrich, erbauten neuen Börsengebäudes war eine kanzelartige Redner-Bühne aufgestellt, die, nachdem sich die Theilnehmer am Zuge placirt und nachdem der Studentengesangverein eine Hymne zur Eröffnung des Festactes vorgetragen, von Hrn. Schulrathspräsidenten Kappeler bestiegen wurde. Der Redner begrüßte Namens des Schulrathes, der Lehrerschaft, der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker und der am Polytechnikum studirenden Jugend, die zusammen das Fest gegeben, die anwesenden Abgeordneten der eidgenössischen und cantonalen Behörden, die Deputirten der befreundeten höhern Unterrichtsanstalten, sowie allen übrigen zum Feste eingeladenen Gäste.

Herr Kappeler zeichnete dann in meisterhafter Weise die Zustände in der Eidgenossenschaft von Anfang dieses Jahrhunderts bis zur Annahme unserer schweizerischen Bundesverfassung. Er erinnerte an den auf die Spitze getriebenen Cantonalismus, der in der Schweiz herrschte, an die Unzahl cantonaler und städtischer Zölle, an die Brücken-, Pflaster- und Weggelder, an die Zersplitterung im Post- und Münzwesen u. s. w. Alle diese Hindernisse des Verkehrs, diese unzweckmässige Zersplitterung und Buntscheckigkeit unserer cantonalen Zustände wurden aufgehoben durch das glückliche Zustandekommen unseres eidg. Grundgesetzes. Als eine der schönsten Errungenschaften desselben muss aber die Bestimmung: „*Der Bund ist befugt eine Universität und eine polytechnische Schule zu errichten*“ betrachtet werden. Diese Bestimmung brachte uns zwar nicht eine eidgenössische Universität, wohl aber unser eidgenössisches Polytechnicum, dessen fünfundzwanzigjähriges Bestehen wir heute feiern. Der Redner durchging sodann die Geschichte der Gründung und Entwicklung unseres Polytechnicums bis auf die heutige Zeit. Er gedachte in pietätvoller Weise der Lehrer der Anstalt, die in diesem Zeitraume gestorben sind, er zeigte ferner in einer Weise, welche für die von der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker angestrebte Reformbewegung nicht missverstanden werden kann, die *Nothwendigkeit des Ausbaues der Schule*. Möge dabei den Leitern der Anstalt die erhabene Aufgabe in der Heranbildung des jungen Technikers, die Herr Kappeler sich selbst vorgezeichnet hat, stets vor Augen bleiben, möge das *für die Zukunft festgehalten werden*, was der Redner bereits den Bestrebungen *bei der Gründung der Schule* zuweist, nämlich dass der Techniker stets in engem Contact gehalten werden soll mit den grossen sittlichen und geistigen Kräften, die das Leben der Menschen mitbeherrschen und *veredeln*. Nicht nur das Jagen nach materiellem Gewinn, auch der Gemeinsinn für das Wohl Aller sei seines Amtes. Einen Theil seiner im Studium der Wissenschaft gewonnenen Kraft schulde er in uneigennütziger Verwendung dem *Ganzen*. *Schon der Gang seines Studiums soll dies dem Techniker nahe legen*.

Sehr bemerkenswerth ist, was der Redner mit Rücksicht auf die Vorbildung für das Polytechnicum sagte, indem er darauf hinwies, dass die schweizerischen Mittelschulen entschiedener Hebung und Kräftigung bedürfen. Dieselben sind noch vielfach unter der Anschauung entstanden und organisirt, als ob es für die Vorbereitung auf höhere technische Schulen weniger Jahre und geringerer Anstrengung bedürfe, als für die Facultätsstudien. Diese Ansicht ist als falsch erkannt. Die schweizerischen Mittelschulen müssen den guten Vorbereitungsschulen Deutschlands und Frankreichs durchaus ebenbürtig werden, dann kann auch die technische Hochschule mit Sicherheit von bestimmten Voraussetzungen ausgehen und aufbauen.

Nachdem Hr. Kappeler noch auf die am Zukunftshimmel des Polytechnikums aufgetauchte drohende Wolke, nämlich auf den Conflict zwischen dem Bund und dem Canton Zürich betreffend die Ablösung der Baupflicht, hingewiesen und die Hoffnung ausgesprochen hatte, dass dieselbe einen *raschen* und befriedigenden Ausgang finden möge, schloss er seinen beinahe eine Stunde dauernden Vortrag. Wir hatten im Verlaufe desselben das Gefühl, dass die schön stylisirte und abgerundete Rede einen ganz andern Eindruck gemacht haben würde, wenn sie nicht in gebückter Stellung abgelesen, sondern frei vorgetragen worden wäre, und hatten

geglaubt, dass dies der formidabile parlamentarische Kämpfe des Ständerathes an seinem und der Schule Ehrentage nicht anders thun werde. So blieb die Rede von Vielen ganz unverständlich und es ist als ein wahres Glück zu betrachten, dass dieselbe (wie leicht auszurechnen war) sich bereits in den Händen der Setzer einiger schweizerischer Blätter befand, als unter dem vortrefflichen Commando unseres Collegen Rieter die zürcherische Artillerie ihre ersten Salven zur Begrüssung des über die Bahnhofbrücke ziehenden Festzuges löste.

(Fortsetzung folgt.)

Ueber die Bestimmung der Absteckungselemente für die sieben Kehrtunnels der Gotthardbahn.

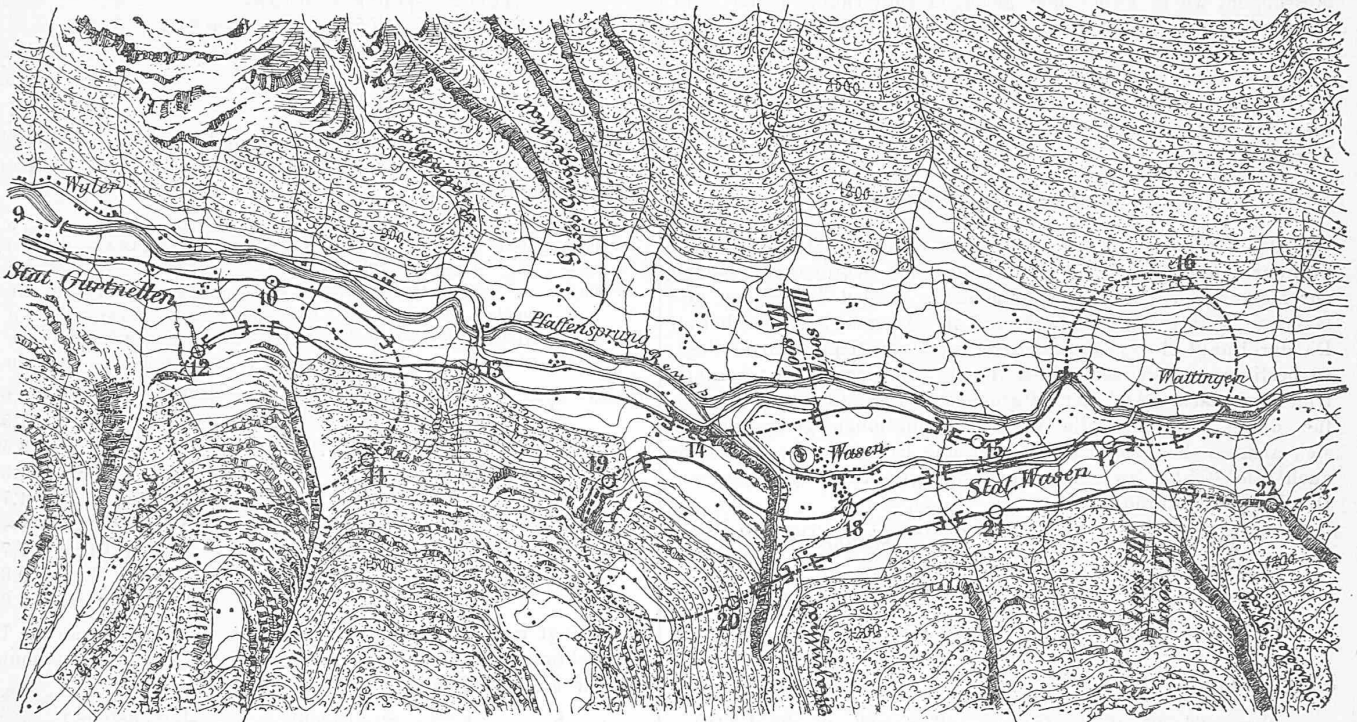
Von Dr. C. Koppe.

In die beiden Zufahrtsrampen zum Gotthardtunnel sind zur Entwicklung der Linie sieben Kehrtunnels eingeschaltet, auf der Nordseite drei, auf der Südseite vier, deren Länge zwischen 1 und 2 km variirt und die mehr oder weniger einen vollen Kreisbogen im Innern des Berges beschreiben. Die Absteckungselemente für diese Tunnels wurden auf der Nordseite durch den Sectionsgeometer, Hrn. Mächler, auf der Südseite durch den Sectionsgeometer, Hrn. Dress, bestimmt. Jeder von ihnen mass ferner zur genauen Längenbestimmung zwei Grundlinien. Die bei dieser Messung benutzten 5 m Latten wurden als Normalmaass betrachtet und Letzteres zur steten Vergleichung und eventuellen Correction der Latten dauernd festgelegt, da die Längenmessung im Tunnel selbst einen sehr wesentlichen Factor für die Absteckung bildet. Im vergangenen Herbst und in diesem Frühjahr wurde eine zweite Bestimmung der Absteckungselemente vorgenommen, zu welcher die Winkelmessungen zum grössten Theile von den beiden genannten Herren Sectionsgeometern, zum geringern Theile im Verein mit jenen von Unterzeichnetem ausgeführt wurden. Zugleich wurde auch die Längenbestimmung durch Nachmessen einer geeigneten Länge controlirt. Auf der Nordseite war die Bestimmung der Absteckungselemente kurz vorher durch Hrn. Mächler ausgeführt worden; seine Signale standen noch unverändert so, wie er sie benutzt hatte; es genügten daher einige Nachmessungen resp. Ergänzungen und eine Neuberechnung des Ganzen auf etwas anderm Wege. Auf der Südseite waren seit der Bestimmung des Hrn. Dress zwei Jahre verflossen. In Folge des Baues der Linie waren die von ihm benutzten Signale zum Theil fortgefallen, zum Theil durch andere ersetzt worden; es wurde daher dort eine vollständige Neubestimmung der Absteckungsdaten nothwendig, da auf eine andere Weise eine Controle nicht zu erreichen gewesen wäre. Die Differenzen, welche sich schliesslich durch die neue Bestimmung gegenüber der frühern ergaben, waren bei allen sieben Kehrtunnels so gering, dass sie innerhalb der unvermeidlichen Beobachtungsfehler lagen und für die Bauausführung nicht in Betracht kamen.

Die definitiven Signale, welche zur Uebermittlung der Richtung und der Länge in die Tunnels hinein dienen, liegen unmittelbar vor den Tunnelportalen in Einschnitten, von denen aus oft nur die gegenüberliegende Berglehne sichtbar ist. Da sie in Folge dessen zur Bildung eines guten Dreiecksnetzes sich meist nicht recht eignen, so wurde für jeden Tunnel ein besonderes Netz gebildet und in dieses die zur Absteckung nöthigen Punkte eingeschaltet. Dies Verfahren gestattet eine Anwendung der Ausgleichsrechnung bei verhältnissmässig geringer Rechenarbeit und eignet sich daher auch zu ausgedehnter Anwendung bei anderweitigen Vermessungen; z. B. findet es vielfache Anwendung bei Landesvermessungen. Es sei mir gestattet, das zur Controle der Absteckungselemente für die Kehrtunnels angewandte Verfahren an einem Beispiele kurz darzulegen und zwar wähle ich hiezu den am meisten nördlich und den am meisten südlich gelegenen Kehrtunnel, den Pfaffensprung und den Travi-Tunnel.

Zu den Winkelmessungen auf der Nordseite diente ein siebenzölliger Theodolith mit zwei Nonien, die zehn Secunden gaben; die Winkel wurden mit ihm zehn oder zwölf Mal repetirt, halb

Uebersichtsplan der drei Kehrtunnels auf der Nordrampe der Gotthardbahn.

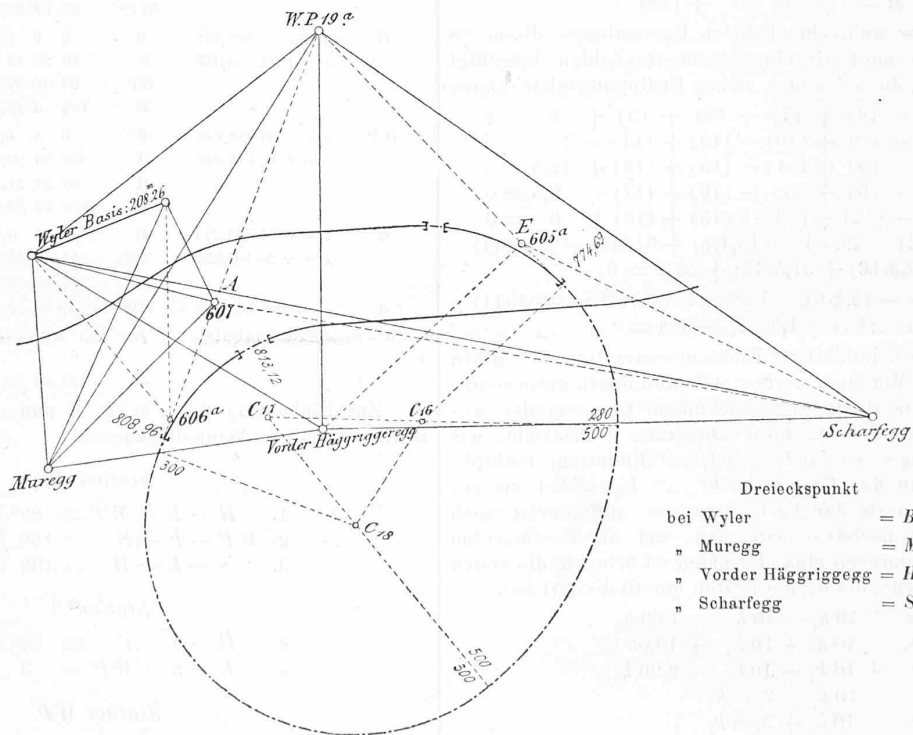


Masstab 1 : 25 000.

in der einen halb in der andern Lage des Fernrohrs. Auf der Südseite wurde ein achtzölliger Theodolith mit vier Nonien benutzt und für die Kehrtunnels in der Biaschina nach Richtungen beobachtet. Bei Dazio grande kehrten wir zum Repetitionsverfahren

so schroff und steil ab, dass die Dreieckspunkte bisweilen unmittelbar an den Rand des Absturzes gelegt werden mussten, um von unten gesehen werden zu können. In diesen Fällen, wie namentlich auch an steilen Berglehnen war, ein Herumgehen

Pfaffensprung-Tunnel.



Masstab 1 : 10 000

zurück, weil dasselbe bei schwierigeren Terrainverhältnissen oft noch eine Winkelmessung auf Punkten gestattet, auf welchen ein Beobachten nach Richtungen unmöglich sein würde. Das Tessin-Thal ist dort so tief eingeschnitten, die Felswände fallen

um das Instrument nicht mehr möglich. Durch ein solches Herumgehen wird zudem die unveränderte Stellung des Instrumentes gefährdet, wenn der Untergrund nicht sehr solid ist, während es beim Repetiren der Winkel meist immer möglich ist,

dieselbe Stellung für die Dauer der Messung beizubehalten. Es ist dies ein wesentlicher Vortheil der Repetitionsmethode bei Messungen, wo in Folge der geringen Entfernungen die constanten Fehler derselben nicht in Betracht kommen. Ist hingegen die Bedingung der soliden Aufstellung des Instrumentes und der bequemen und hinreichend genauen Ablesung der Theilung erfüllt, so wird man beim Richtungsbeobachten gleichmässiger und rascher arbeiten und daher diesem Verfahren den Vorzug geben.

I. Pfaffensprung-Kehrtunnel.

Das stark ausgezogene bildet das Hauptnetz mit den fünf Stationen *B, M, H, S, WP*. In dasselbe wurden die beiden zur Messung in den Tunnel dienenden, in den Tangenten gelegenen Punkte *E* (Eingang) und *A* (Ausgang) eingeschaltet. Da der Punkt *A* verhältnissmässig weit vom Tunnelportal liegt, so bestimmte man seine Entfernung von demselben ebenfalls trigonometrisch. Auf den Stationen des Hauptnetzes wurden für dieses möglichst alle Winkelcombinationen gemessen, für sich ausgeglichen und dann sämmtliche Richtungen (und somit auch alle Winkel zwischen ihnen) als gleichwerthig angesehen. Die Resultate waren:

<i>Station S.</i>		<i>Station H.</i>	
<i>H</i> = 0° 0' 0" + (1)		<i>M</i> = 0° 0' 0" + (4)	
<i>B</i> = 11 49 47 + (2)		<i>B</i> = 39 20 7 + (5)	
<i>WP</i> = 35 24 39 + (3)		<i>WP</i> = 97 18 9 + (6)	
		<i>S</i> = 188 3 20 + (7)	
<i>Station WP.</i>		<i>Station M.</i>	
<i>S</i> = 0° 0' 0" + (8)		<i>B</i> = 0° 0' 0" + (12)	
<i>H</i> = 53 50 15 + (9)		<i>WP</i> = 35 51 23 + (13)	
<i>M</i> = 86 24 34 + (10)		<i>H</i> = 85 58 42 + (14)	
<i>B</i> = 106 58 38 + (11)			

<i>Station B.</i>	
<i>WP</i> = 0° 0' 0" + (15)	
<i>S</i> = 49 26 42,5 + (16)	
<i>H</i> = 68 53 40 + (17)	
<i>M</i> = 123 34 33 + (18)	

Zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Correctionen dieser 18 Richtungen, welche ihnen als eingeklammerte Zahlen beigefügt sind, gibt das Netz die folgenden sieben Bedingungsgleichungen

$$\begin{aligned}
 & - (1) + (3) - (6) + (7) - (8) + (9) + 5'' = 0 \\
 & - (4) + (6) - (9) + (10) - (13) + (14) - 13 = 0 \\
 & - (2) + (3) - (8) + (11) - (15) + (16) + 12,5 = 0 \\
 & - (1) + (2) - (5) + (7) - (16) + (17) - 2,5 = 0 \\
 & - (10) + (11) - (12) + (13) - (15) + (18) \pm 0 = 0 \\
 & - 70,9(1) + 100,5(2) - 29,6(3) - 15,4(8) + 31,2(9) - 15,8(11) \\
 & - 8,1(15) + 59,6(16) + 51,5(17) + 1078 = 0 \\
 & - 25,6(4) + 38,8(5) - 13,2(6) - 15,8(9) + 56,1(10) - 40,3(11) \\
 & - 27,7(12) + 29,2(13) - 1,5(14) - 388 = 0
 \end{aligned}$$

Die 18 wahrscheinlichsten Richtungs correctionen, deren Quadratsumme ein Minimum werden soll, sind durch diese sieben streng zu erfüllenden Bedingungsgleichungen von einander abhängig. Um aus der Summe ihrer Quadrate ebensoviele, wie Bedingungsgleichungen vorhanden sind, zu eliminiren, multiplicirt man letztere mit den Correlaten $k_1 \dots k_7$, addirt sie zur Summe der 18 Quadrate der Verbesserungen, differencirt nach allen 18 und erhält, nachdem man noch, um die Coefficienten der Bedingungsgleichungen einander näher zu bringen, die ersten fünf mit 10 multiplicirt, die beiden letzten mit 10 dividirt hat,

$$\begin{aligned}
 (1) & = -10 k_1 - 10 k_7 - 7,09 k_6 \\
 (2) & = -10 k_3 + 10 k_4 + 10,05 k_6 \\
 (3) & = +10 k_1 + 10 k_3 - 2,96 k_6 \\
 (4) & = -10 k_2 - 2,56 k_7 \\
 (5) & = -10 k_4 + 3,88 k_7 \\
 (6) & = -10 k_1 + 10 k_2 - 1,32 k_6 \\
 (7) & = +10 k_1 + 10 k_4 \\
 (8) & = -10 k_1 - 10 k_3 - 1,54 k_6 \\
 (9) & = +10 k_1 - 10 k_2 + 3,12 k_6 - 1,58 k_7 \\
 (10) & = +10 k_2 - 10 k_5 + 5,61 k_7 \\
 (11) & = +10 k_3 + 10 k_5 - 1,58 k_6 - 4,03 k_7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (12) & = -10 k_5 - 2,77 k_7 \\
 (13) & = -10 k_2 + 10 k_5 + 2,92 k_7 \\
 (14) & = +10 k_2 - 0,15 k_7 \\
 (15) & = -10 k_3 - 10 k_5 - 0,81 k_6 \\
 (16) & = +10 k_3 - 10 k_4 + 5,96 k_6 \\
 (17) & = +10 k_4 - 5,15 k_6 \\
 (18) & = +10 k_5
 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke in die sieben Bedingungsgleichungen erhält man zur Bestimmung der $k_1 \dots k_7$ die Normalgleichungen

$$\begin{aligned}
 -600 k_1 - 200 k_2 + 200 k_3 + 200 k_4 & + 87,9 k_6 - 2,6 k_7 + 50 = 0 \\
 -200 k_1 + 600 k_2 & - 200 k_5 - 31,2 k_6 + 53,6 k_7 - 130 = 0 \\
 +200 k_1 & + 600 k_3 - 200 k_4 + 200 k_5 - 62,8 k_6 - 40,3 k_7 + 125 = 0 \\
 +200 k_1 & - 200 k_3 + 600 k_4 & + 60,3 k_6 - 38,8 k_7 - 25 = 0 \\
 & - 200 k_2 + 200 k_3 & + 600 k_5 + 7,7 k_6 - 39,5 k_7 - 0 = 0 \\
 -87,9 k_1 - 31,2 k_2 - 63,8 k_3 + 60,3 k_4 - 7,7 k_5 + 237,3 k_6 + 1,4 k_7 + 107,8 = 0 \\
 -2,6 k_1 + 53,6 k_2 - 40,3 k_3 - 38,8 k_4 - 39,5 k_5 + 1,4 k_6 + 89,8 k_7 - 38,8 = 0
 \end{aligned}$$

hieraus $k_1 = +0,4796$ und weiter (1) = +2,65'' (10) = +0,65
 $k_2 = +0,4694$ (2) = -2,85 (11) = -1,58
 $k_3 = -0,6547$ (3) = +0,21 (12) = -3,40
 $k_4 = -0,2750$ (4) = -4,49 (13) = -1,31
 $k_5 = +0,3611$ (5) = +2,45 (14) = +4,71
 $k_6 = -0,6614$ (6) = +0 (15) = +3,47
 $k_7 = -0,0777$ (7) = +2,05 (16) = -7,74
(8) = +2,77 (17) = +0,66
(9) = -1,84 (18) = +3,61

Bringt man diese wahrscheinlichsten Correctionen an die 18 Netzrichtungen an und nimmt im Anschluss an frühere Bestimmungen für die Coordinaten von

$$\begin{aligned}
 S \dots y & = -89\,318,900 & x & = +25\,382,080 \\
 H \dots y & = -89\,803,859 & x & = +24\,753,057
 \end{aligned}$$

rechnet mit diesen die Coordinaten der andern Punkte, so erhält man folgende:

Zusammenstellung für das Hauptnetz.

Stationen	Coordinaten	Richtung	Ausggl. W.	Azimuth	log. d. Seiten
<i>S</i>	$y = -89\,318,900$ $x = +25\,382,080$	<i>H</i>	0° 0' 0,0"	217° 37' 52,3"	2,899 964 6
		<i>B</i>	11 49 41,5	229 27 33,8	3,092 856 0
		<i>WP</i>	35 24 36,6	253 2 28,9	2,992 873 8
<i>H</i>	$y = -89\,803,859$ $x = +24\,753,057$	<i>M</i>	0 0 0,0	209 34 25,8	2,601 950 2
		<i>B</i>	39 20 13,9	248 54 39,7	2,689 212 8
		<i>WP</i>	97 18 13,5	306 52 39,3	2,755 909 2
<i>WP</i>	$y = -90\,259,848$ $x = +25\,095,146$	<i>S</i>	188 3 26,5	37 37 52,3	2,899 964 6
		<i>H</i>	0 0 0,0	73 2 28,9	2,992 873 8
		<i>M</i>	53 50 10,4	126 52 39,3	2,755 909 2
<i>M</i>	$y = -90\,001,227$ $x = +24\,405,257$	<i>B</i>	86 24 31,9	159 27 0,8	2,867 332 5
		<i>WP</i>	106 58 33,6	180 1 2,5	2,714 329 7
		<i>H</i>	0 0 0,0	303 35 35,7	2,492 291 5
<i>B</i>	$y = -90\,260,006$ $x = +24\,577,146$	<i>WP</i>	35 51 25,1	339 27 0,8	2,867 332 5
		<i>S</i>	85 58 50,1	29 34 25,8	2,601 950 2
		<i>H</i>	0 0 0,0	0 1 2,5	2,714 329 7
<i>S</i>	$y = -89\,318,900$ $x = +25\,382,080$	<i>H</i>	49 26 31,3	49 27 33,8	3,092 856 0
		<i>M</i>	68 53 37,2	68 54 39,7	2,689 212 8
		<i>WP</i>	123 34 33,1	123 35 35,7	2,492 291 5

Zur Einhaltung der Punkte *E* und *A* in dieses Hauptnetz wurden folgende Winkel gemessen:

Station E.
1. $H - E - WP = 89° 5' 15''$
2. $WP - E - S = 160 56 5,5$
3. $S - E - H = 109 58 34,5$

Station S.
4. $H - S - E = 27° 19' 6,5''$
5. $E - S - WP = 8 5 41$

Station WP.
6. $S - WP - E = 10° 58' 21,5''$
7. $E - WP - H = 42 51 54,5$

Station H.
8. $WP - H - E = 48° 2' 55''$
9. $E - H - S = 42 42 18$

Station A.

- 10. $M - A - B = 600\ 0' 32,5''$
- 11. $B - A - WP = 95\ 7\ 21,0$
- 12. $WP - A - S = 80\ 4\ 11,5$
- 13. $S - A - M = 124\ 47\ 58,0$

Station S.

- 14. $A - S - WP = 240\ 38' 27,5''$

Station WP.

- 15. $S - WP - A = 750\ 17' 16,5''$
- 16. $A - WP - B = 31\ 41\ 19$

Station B.

- 17. $WP - B - A = 530\ 11' 36''$
- 18. $A - B - M = 70\ 23\ 9,5$

Station M.

- 19. $B - M - A = 490\ 36' 14''$

Nimmt man nun als Näherungswerthe der Coordinaten für

$$\begin{matrix} E & A \\ y_1 = -89\ 838,16 + dy_1 & y_2 = -90\ 041,24 + dy_2 \\ x_1 = +25\ 139,37 + dx_1 & x_2 = +24\ 740,76 + dx_2 \end{matrix}$$

rechnet nach der Relation zwischen Azimuth und Coordinaten

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{y}{x} \\ d\alpha &= a\ dx + b\ dy \end{aligned}$$

die Azimuthe zwischen den gegebenen und den gesuchten Punkten, bildet aus ihnen die Winkel, welche gemessen wurden, so gibt die Vergleichung der gemessenen und der gerechneten Winkel zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Verbesserungen $dy_1 \dots$ der angenommenen Näherungswerthe die folgenden Fehlergleichungen:

- $v_1 = +5,3\ dx_1 + 4,8\ dy_1 + 1,5''$
- $v_2 = -8,0\ \text{''} + 2,0\ \text{''} + 0,1$
- $v_3 = +2,7\ \text{''} - 6,8\ \text{''} - 6,6$
- $v_4 = -3,2\ \text{''} + 1,5\ \text{''} + 6,4$
- $v_5 = +3,2\ \text{''} - 1,5\ \text{''} + 4,5$
- $v_6 = +4,8\ \text{''} - 0,5\ \text{''} + 3,4$
- $v_7 = -4,8\ \text{''} + 0,5\ \text{''} + 2,2$
- $v_8 = -0,5\ \text{''} - 5,3\ \text{''} + 0,8$
- $v_9 = +0,5\ \text{''} + 5,3\ \text{''} - 0,8$
- $v_{10} = +6,7\ dx_2 + 1,6\ dy_2 + 1,9$
- $v_{11} = -3,4\ \text{''} + 8,7\ \text{''} - 4,3$
- $v_{12} = -4,2\ \text{''} - 2,8\ \text{''} + 2,7$
- $v_{13} = +0,9\ \text{''} - 7,5\ \text{''} + 2,7$
- $v_{14} = +1,6\ \text{''} - 1,4\ \text{''} - 0,8$
- $v_{15} = +2,6\ \text{''} + 4,2\ \text{''} - 6,4$
- $v_{16} = -2,6\ \text{''} - 4,2\ \text{''} + 8,3$
- $v_{17} = +6,0\ \text{''} - 4,5\ \text{''} + 12,0$
- $v_{18} = -6,0\ \text{''} + 4,5\ \text{''} + 0,3$
- $v_{19} = -0,7\ \text{''} - 6,1\ \text{''} - 6,2$

Hierin sind die wahrscheinlichsten Verbesserungen der Winkel $v_1 \dots v_{19}$, deren Quadratsumme ein Minimum werden soll, in Secunden, die Verbesserungen der Coordinaten $dx_1 \dots dy_2$ in Centimetern ausgedrückt. Um letztere zu erhalten, hätte man nur die Summe der Quadrate aller 19 Fehlerausdrücke zu bilden und nach den vier Unbekannten $dx_1 \dots dy_2$ zu differenciren. Es wurde aber schliesslich noch der Winkel, welchen die beiden Tangenten $WP - E$ und $WP - A$ einschliessen, auf dem Winkelpunkte WP mit besonderer Sorgfalt gemessen und es entsteht nun die Bedingung, dass dieser

$$\text{Tangenten-Winkel} = E - WP - A = 64^0\ 18'\ 55,0'',$$

ebenso aus den Coordinaten der gesuchten Punkte wieder hervorgeht, wie er gemessen wurde. Die Näherungswerthe ergeben:

$$\begin{aligned} \text{Azimuth } WP - A &= 148^0\ 19'\ 51,8'' \\ \text{'' } WP - E &= 84\ 0\ 47,0 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{Azimuth } WP - A \\ \text{'' } WP - E \end{aligned}} \right\} 64^0\ 19'\ 4,8''.$$

Die Bedingungsgleichung lautet daher

$$+4,8\ dx_1 - 0,5\ dy_1 - 2,6\ dx_2 - 4,2\ dy_2 + 9,8 = 0.$$

Aus ihr folgt

$$dy_1 = +9,6\ dx_1 - 5,2\ dx_2 - 8,4\ dy_2 + 19,6$$

setzt man diesen Werth von dy_1 in die ersten neun Fehlerausdrücke ein, so gehen dieselben über in

- $v_1 = +51,38\ dx_1 - 24,96\ dx_2 - 40,32\ dy_2 + 95,58$
- $v_2 = +11,20\ \text{''} - 10,40\ \text{''} - 16,80\ \text{''} + 39,30$
- $v_3 = -62,58\ \text{''} + 35,36\ \text{''} + 57,12\ \text{''} - 139,88$
- $v_4 = +11,20\ \text{''} - 7,80\ \text{''} - 12,60\ \text{''} + 35,80$
- $v_5 = -11,20\ \text{''} + 7,80\ \text{''} + 12,60\ \text{''} - 24,90$
- $v_6 = -\ \text{''} + 2,60\ \text{''} + 4,20\ \text{''} - 6,40$
- $v_7 = -\ \text{''} - 2,60\ \text{''} - 4,20\ \text{''} + 5,20$
- $v_8 = -51,38\ \text{''} + 27,56\ \text{''} + 44,52\ \text{''} - 82,38$
- $v_9 = +51,38\ \text{''} - 27,56\ \text{''} - 44,52\ \text{''} + 82,38$

Die Fehlerausdrücke $v_{10} \dots v_{19}$ bleiben, da sie y_1 nicht enthalten, ungeändert und treten so, wie sie waren, zu vorstehenden neun hinzu. Da die in ihnen jetzt noch vorkommenden drei Unbekannten durch keine weitere Bedingung mehr an einander gebunden, sämtliche Fehlerausdrücke also durch von einander unabhängige Grössen ausgedrückt sind, so bildet man die Summe ihrer Quadrate, differencirt nach den drei Verbesserungen dx_1, dx_2, dy_2 , und erhält

$$\begin{aligned} +12\ 212,3\ dx_1 - 6\ 618,5\ dx_2 - 10\ 691,5\ dy_2 + 25\ 377,1 &= 0 \\ -6\ 618,5\ dx_1 + 3\ 799,3\ dx_2 + 5\ 829,2\ dy_2 - 13\ 890,1 &= 0 \\ -10\ 691,5\ dx_1 + 5\ 829,2\ dx_2 + 9\ 744,8\ dy_2 - 22\ 661,9 &= 0 \end{aligned}$$

Die Auflösung ergibt

$$\begin{aligned} dx_1 &= -0,852 \quad \text{reciprokes Gewicht} = 0,0031 \\ dx_2 &= +0,642 \quad \text{''} \quad \text{''} = 0,0048 \\ dy_2 &= +1,115 \quad \text{''} \quad \text{''} = 0,0026 \end{aligned}$$

Es war $dy_1 = +9,6\ dx_1 - 5,2\ dx_2 - 8,4\ dy_2 + 19,6$ also $dy_1 = -0,347$ reciprokes Gewicht = 0,0075

Die Summe der Fehlerquadrate $v_1^2 \dots v_{19}^2$ wird $(v\ v) = 622$ und da $19 - 3 = 16$ Ueberschüssige waren, so wird der mittlere

$$\text{Fehler einer Winkelmessung } m = \pm \sqrt{\frac{622}{16}} = \pm 6,2''$$

Die definitiven Coordinaten werden somit für

$$\begin{matrix} E & A \\ y_1 = -89\ 838,163\ m \pm 5\ mm & y_2 = -90\ 041,229\ m \pm 3\ mm \\ x_1 = +25\ 139,362\ m \pm 4\ mm & x_2 = +24\ 740,765\ m \pm 4\ mm \end{matrix}$$

Für den Tangentenwinkel folgt

$$\begin{aligned} \text{Azimuth } WP - A &= 148^0\ 19'\ 45,9'' \\ \text{'' } WP - E &= 84^0\ 0'\ 50,9'' \end{aligned} \quad 64^0\ 18'\ 55,0''$$

das ist das beobachtete und verlangte Maass.

Die Entfernungen von den Punkten E und A bis zu den Berührungspunkten mit dem Korbboogen aus den drei Radien von 280, 500 und 300 m sind (in der Natur gegeben)

$$\begin{aligned} E - \text{Bogenanfang} &= 84,30\ m \\ A - \text{Bogenanfang} &= 228,73\ m \end{aligned}$$

Die Coordinaten für die beiden Centren des Eingangs- und des Ausgangsbogens werden daher

$$\begin{matrix} C_{280} & C_{300} \\ y = -89\ 725,124 & y = -89\ 665,814 \\ x = +24\ 869,680 & x = +24\ 703,607 \end{matrix}$$

Ihre Entfernung wird $C_{280} - C_{300} = 176,346\ m$.

In dem Dreiecke zwischen den drei Centren sind nun alle drei Seiten bekannt. Die Centriwinkel und die ihnen entsprechenden Bogen werden

$$\begin{aligned} C_{280} &= 45^0\ 43'\ 56,7'' & \text{Bogen} &= 223,49\ m \\ C_{500} &= 49^0\ 22'\ 15,0'' & \text{''} &= 430,84\ m \\ C_{300} &= 149^0\ 12'\ 43,3'' & \text{''} &= 781,27\ m \end{aligned}$$

$$\text{Tangentenwinkel } 64^0\ 18'\ 55,0''$$

$$\text{Controle } 180^0\ 0'\ 0''$$

$$\text{Tunnellänge (rund)} = 1\ 450\ m.$$

(Schluss folgt.)