

Zeitschrift: Die Eisenbahn = Le chemin de fer
Herausgeber: A. Waldner
Band: 14/15 (1881)
Heft: 5

Artikel: Versuche der Umkehrung des graphischen Potenzirens
Autor: Smreker, Oscar
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9336>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

hierauf wird

$$AB = u$$

von A aus nach jener Seite hin aufgetragen, auf welcher, nach dem obigen Kriterium, die n te Potenz abgeschnitten wird. Nun construirt man genau in derselben Reihenfolge zurück, in welcher man früher zur n ten Potenz gelangt ist. Man zieht also zunächst BC beliebig, errichtet in C eine Senkrechte auf BC bis D , in D wieder eine Senkrechte auf CD bis E und so führt man fort z. B. bis K , so dass bis K die Construction der mittleren geometrischen Proportionalen ($n-3$) mal wiederholt worden wäre; nun zieht man noch von K aus:

$$KM \perp KJ$$

und gleichzeitig von O aus:

$$OM \perp KM.$$

Diese beiden zuletzt construirten Geraden OM und KM schneiden sich im Punkte M unter rechtem Winkel, so dass jetzt die Zahl der rechten Winkel ($n-1$) im Ganzen beträgt, woraus hervorgeht, dass hiermit die Construction nach rückwärts vollständig durchgeführt erscheint.

Wäre der erste Strahl BC seiner Richtung nach richtig gewählt worden, so müsste natürlicherweise der Punkt M auf der Verticalen vom Punkte A aus liegen; in der Regel wird dies jedoch nicht der Fall sein: es ist daher die Curve zu construiren und zu untersuchen, welche der Punkt M beschreibt, wenn sich der Strahl BC um den Punkt C herumdreht; diese so erhaltene Curve schneidet von der Verticalen im Punkte A die gesuchte n te Wurzel ab.

Die Gleichung dieser Curve, die jetzt aufgestellt werden soll, wird auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogen, dessen Ursprung in den Punkt O fällt und dessen positive x mit OA (Fig. 2) zusammenfällt, während OY als die positive y -Axe vorausgesetzt wird.

Es sind daher:

$$\begin{aligned} MQ &= y \\ OQ &= x \end{aligned}$$

die Coordinaten des variablen Punktes M . α sei der Winkel, unter dem der Strahl BC gezogen wurde, der auch variabel ist.

Aus Dreieck OMQ folgt:

$$MQ^2 = OQ \cdot QK.$$

Es ist aber:

$$\begin{aligned} OQ &= x \\ QK &= OA + AK - OQ \\ QK &= c + AK - x. \end{aligned}$$

Wie man aus Fig. 2 ersieht, entsteht das Verhältniss $\left(\frac{AK}{AB}\right)$ einfach durch Potenziren des Verhältnisses $\left(\frac{AC}{AB}\right)$; da der rechte Winkel, wie früher nachgewiesen ($n-3$) mal construirt wurde, so ergibt sich unter Bezugnahme auf die in 1 entwickelten Resultate:

$$\left(\frac{AK}{AB}\right) = \left(\frac{AC}{AB}\right)^{n-2}$$

Aus den beiden Dreiecken OMQ und ABC folgt:

$$\begin{aligned} AB &= u \\ \frac{AC}{AB} &= \tan \alpha = \frac{x}{y} \end{aligned}$$

dies eingesetzt ergibt:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{AK}{u} = \left(\frac{x}{y}\right)^{n-2}$$

woraus:

$$AK = u \left(\frac{x}{y}\right)^{n-2}$$

Setzt man diesen Werth in die vorher aufgestellte Relation:

$$MQ^2 = OQ \cdot QK$$

ein, so erhält man:

$$y^2 = x \left[c + u \left(\frac{x}{y}\right)^{n-2} - x \right]$$

daraus folgt:

$$y^n = x \left[c y^{n-2} + u x^{n-2} - x y^{n-2} \right]$$

Durch Umschreibung ergibt sich hieraus als gesuchte Gleichung der Curve, die symbolisch mit C bezeichnet werden soll, der folgende Ausdruck:

$$C = y^n + y^{n-2} (x^2 - cx) - u x^{n-1} = 0 \quad I.$$

Die gestellte Aufgabe erscheint also in ihrer Allgemeinheit durch eine Curve n ter Ordnung gelöst.

4. Da von dieser allgemeinen Gleichung in der Folge wenig Gebrauch gemacht wird, so dürfte es genügen, hier von einer genauen, eingehenden und vollständigen Discussion der Gleichung I abzusehen und nur einige besondere Eigenschaften dieser Curven-gattung hervorzuheben, zumal da später eine genaue Discussion für einen speciellen Fall gebracht werden wird.

Zunächst wird Gleichung I verificirt, indem man darin

$$x = c$$

setzt; für diesen Fall folgt aus I:

$$y^n - u c^{n-1} = 0$$

$$\frac{y^n}{c^n} = \frac{u}{c}$$

woraus:

$$\left(\frac{y}{c}\right) = \sqrt[n]{\frac{u}{c}}$$

Also liefert die Curve wirklich das gesuchte Resultat. Für

$$c = 1$$

folgt:

$$y = \sqrt[n]{u}$$

d. h. unter der Annahme, dass

$$OA = c = 1$$

die angenommene Maasseinheit ist, schneidet die durch den Punkt M auf die oben angegebene Weise beschriebene Curve von der Senkrechten im Punkte A direct die n te Wurzel der gegebenen Grösse u ab.

Da die Variable x in der Gleichung I nur in der $(n-1)$ ten Potenz erscheint, so sieht man, dass die x -Axe mit der Curve *einen* Punkt im Unendlichen gemeinsam hat.

Wird in Gleichung I

$$y = 0$$

gesetzt, d. h. sucht man die übrigen Schnittpunkte der Curve mit der x -Axe, so folgt:

$$u x^{n-1} = 0$$

Für die Schnittpunkte der Curve mit der y -Axe, erhält man, indem man in Gleichung I

$$x = 0$$

einsetzt, die folgende Relation:

$$y^n = 0$$

Aus diesen beiden Relationen ersieht man, dass der Anfangspunkt des gewählten Coordinatensystems in Bezug auf die Curve ein $(n-1)$ facher Punkt ist, woran die y -Axe schon eine der $(n-1)$ Haupttangente ist.

Je nachdem n gerade oder ungerade ist, sind von den $(n-1)$ durch den Anfangspunkt hindurchgehenden Aesten unserer Curve $(n-2)$ oder $(n-3)$ nicht reell; d. h. ist n gerade, so existirt *ein*, ist n hingegen ungerade, so existiren *zwei reelle* durch den Anfangspunkt hindurchgehende Aeste. Der Ast, an dem die y -Axe Haupttangente ist, muss selbstverständlich immer reell sein.

Stellt man die Gleichung I in homogenen Coordinaten dar, indem man

$$x = \frac{x_1}{x_3}$$

$$y = \frac{x_2}{x_3}$$

in dieselbe einsetzt, so ergibt sich:

$$C = x_2^n + x_1^2 x_2^{n-2} - c x_1 x_2^{n-2} x_3 - u x_1^{n-1} x_3 = 0 \quad \text{II.}$$

Diese Form der Gleichung eignet sich vorzüglich zur Aufsuchung der unendlich fernen Punkte der besprochenen Curve; man hat zu diesem Zwecke in Gleichung II einfach:

$$x_3 = 0$$

einsetzen und erhält dann zur Bestimmung der Schnittpunkte der Curve mit der unendlich fernen Geraden die folgende Relation:

$$x_2^n + x_1^2 x_2^{n-2} = 0$$

oder

$$x_2^{n-2} (x_2^2 + x_1^2) = 0.$$

Diese Gleichung ist nur dann erfüllt, wenn die beiden folgenden Relationen erfüllt sind:

$$x_2^{n-2} = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 0.$$

Aus der ersten Relation ist zu ersehen, dass bei geraden n die unendlich ferne Gerade gleichzeitig Tangente an den unendlich fernen Punkt der x -Axe ist, dass die Curve also zwei unendlich ferne reelle Schnittpunkte mit der unendlich fernen Geraden gemeinsam hat.

Die zweite Relation ist identisch mit der Gleichung des unendlich fernen, imaginären Kreispunktpaares der Coordinatenebene; hieraus folgt: Sämmtliche Curven, deren Gleichungen unter den Formen I oder II enthalten sind, gehen durch das unendlich ferne imaginäre Kreispunktpaar ihrer Ebene hindurch.

Die beiden eben besprochenen Relationen kann man in eine einzige zusammenfassen, wenn man in Bezug auf n zwei Fälle unterscheidet:

a) Es sei:

$$0 < n \leq 2.$$

In diesen Specialfällen reducirt sich die Curve auf einen Kreis und hat nur die beiden imaginären Asymptoten an die beiden unendlich fernen imaginären Kreispunkte der Ebene.

b)

$$n > 2.$$

Hiebei hat die Curve stets eine reelle und $(n-1)$ imaginäre Asymptoten; ist n gerade, so ist die unendlich ferne Gerade gleichzeitig diese einzige reelle Asymptote und zwar tangirt sie den unendlich fernen Punkt der x -Axe, bei ungeradem n jedoch ist die reelle Asymptote stets eine Parallele zur x -Axe, die sich in jedem Specialfall leicht bestimmen lässt.

(Fortsetzung folgt.)

Einnahmen schweizerischer Eisenbahnen.

Laut der am Fusse unserer Zeitschrift veröffentlichten Uebersicht der Einnahmen schweizerischer Eisenbahnen betrug der approximative Gesamttertrag dieser Verkehrsanstalten im abgelaufenen Jahr **54 931 826** Franken. Hievon entfielen 53 791 501 Fr. oder 97,93 % auf die Normalbahnen und nur 1 140 325 Fr. oder 2,07 % auf die Specialbahnen. An dieser Gesamteinnahme participirte

	der Personenverkehr	der Güterverkehr	Total
b. d. Normalbahnen mit Fr. 24 673 905 = 45,9 %	Fr. 29 117 596 = 54,1 %	100 %	
" " Specialbahnen " " 932 916 = 81,8 %	" 207 409 = 18,2 %	100 %	
" sämmtl. Bahnen " " Fr. 25 606 821 = 46,6 %	Fr. 29 325 005 = 53,4 %	100 %	

Da sich die mittlere Betriebslänge in den beiden letzten Jahren nicht geändert hat, so lassen sich die absoluten Einnahmen als gleichartige Grössen einander gegenüber stellen. Es betrugen die Einnahmen sämmtlicher Bahnen aus dem

	Personenverkehr	Güterverkehr	Totalverkehr
1880 Fr. 25 606 821 = 46,6 %	Fr. 29 325 005 = 53,4 %	Fr. 54 931 826 = 100 %	
1879 " 24 536 649 = 46,3 %	" 28 421 253 = 53,7 %	" 52 957 902 = 100 %	
mehr Fr. 1 070 172 = 54,2 %	Fr. 903 752 = 45,8 %	Fr. 1 973 924 = 100 %	

Von der gesammten Mehreinnahme im Jahr 1880, betragend 1 973 924 Fr., entfielen 1 070 172 Fr. oder 54,2 % auf den Per-

sonen- und 903 752 Fr. oder 45,8 % auf den Güterverkehr. Diese ziemlich gleichmässige Vertheilung vermochte, wie aus obiger Zusammenstellung ersehen werden kann, das Verhältniss zwischen Personen- und Güterverkehr nur unwesentlich, d. h. nur um 0,3 % zu Gunsten des ersteren zu verändern.

Es ist desshalb zum Mindesten übertrieben, wenn die unbedeutende Gesamtmehreinnahme von 3,8 %, deren sich die schweizerischen Eisenbahngesellschaften im abgelaufenen Jahre zu erfreuen hatten, beinahe ausschliesslich dem grösseren Fremdenverkehr des vergangenen Sommers zugeschrieben wird. Auch die constanter und desshalb wichtigere Quelle der Gütereinnahmen ist etwas weniger spärlich geflossen als letztes Jahr, was auf eine schwache Besserung in den Verhältnissen unserer darniederliegenden Industrie schliessen lässt. Immerhin ist nicht zu vergessen, dass die Materialbezüge zu den Bauten der Gotthardbahn einen nicht unbedeutenden Antheil zu den vermehrten Gütereinnahmen geliefert haben werden.

Gehen wir zu den kilometrischen Verhältnisszahlen über, so zeigt sich, dass das gesammte schweizerische Bahnnetz im letzten Jahre eine durchschnittliche Betriebslänge von 2 565 km umfasste; hievon entfallen 2 484 km oder 96,8 % auf die Normal- und 81 km oder 3,2 % auf die Specialbahnen. Es betrugen die kilometrischen Einnahmen:

in den Jahren	1880	1879	1878	1877	1876
b. d. Normalbahnen Fr. 21 665	20 879	20 789	22 578	26 530	
" " Specialbahnen " 14 078	13 521	13 640	14 375	14 901	
" sämmtl. Bahnen " 21 416	20 646	20 599	22 330	26 128	

In der zweiten Hälfte des letzten Decenniums hatte somit für die Gesamtheit der schweizerischen Eisenbahnen und für die Normalbahnen allein das Jahr 1878 und für die Specialbahnen das Jahr 1879 die ungünstigsten Ertragsverhältnisse. Gegenüber 1878 sind die kilometrischen Einnahmen für sämmtliche Bahnen um 4 % günstiger.

Zürich's Wohnungsverhältnisse.

Ueber die bei Anlass der schweizerischen Volkszählung am 1. December letzten Jahres in Zürich constatirten 128 leeren Wohnungen hat Herr Architect Alex. Koch eine höchst interessante statistische Zusammenstellung aufgenommen, die demnächst zur Veröffentlichung gelangen wird.¹⁾ Von den 128 leerstehend angegebenen Wohnungen hat Herr Koch 124 persönlich untersucht. Von diesen 124 Wohnungen erwiesen sich 5 als leerstehend, aber aus verschiedenen Gründen nicht disponibel und 18 als irrtümlich notirt, so dass nur noch 101 Wohnungen in Betracht kommen. Da nun ferner von diesen 101 Wohnungen 5 gar nicht öffentlich ausgebaut und 18 wegen Bauten und Reparaturarbeiten nicht bewohnbar waren, so reducirt sich, streng genommen, die Anzahl der öffentlich ausgebotenen leeren Wohnungen im Rayon der Stadt Zürich auf 82 (nämlich 78 + 4 nicht besuchte). Wird angenommen, dass die Anzahl der gezählten 5153 Haushaltungen gleich gross sei, wie die der besetzten Wohnungen, und dass am Zählungstage 110 (nämlich 82 + 18 + 5 + 5) Wohnungen leer gestanden seien, so beträgt das Verhältniss der ausgebotenen 82 Wohnungen zur Gesamtzahl 5263 (nämlich 5153 + 110 = 5263) bloss 1,56 %.

Nehmen wir jedoch die oben angegebenen 101 Wohnungen als Durchschnittszahl an, so hatten von denselben:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Zimmer
1	12	21	27	18	12	4	4	2	Wohnungen

Wier sehen hieraus, dass ungefähr zwei Drittheile sämmtlicher leerer Wohnungen solche von drei bis fünf Zimmern (d. h. für mittel-grosse Familien bestimmt) waren.

Was den Mietzins anbetrifft, so waren im Preise von Franken: 200—400 400—600 600—800 800—1000 1000—1200 1200—1400 1400—3000 10 22 18 22 9 10 10 Wohnungen leer. Ueber 60 % der leer stehenden Wohnungen waren im Preise von 400 bis 1000 Franken, 10 % unter 400 und 30 % über 1000 Franken. — 55 Wohnungen waren in ganz alten und 46 in neueren Häusern (bis 20 Jahre alt). Als Grund des Verlassenseins wurde angegeben bei

1) Bei Lithograph Hofer in Zürich.