**Zeitschrift:** Die Eisenbahn = Le chemin de fer

**Herausgeber:** A. Waldner

**Band:** 16/17 (1882)

**Heft:** 21

**Artikel:** Ergänzung zu Culmann's directer Construction von Mauerkörpern, welche gegebenen Kräften widerstehen können

**Autor:** Crugnola, Gaetano

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-10320

INHALT: Ergänzung zu Culmann's directer Construction von Mauerkörpern, welche gegebenen Kräften widerstehen können. — Das neue Primarschulgebäude am Schützengraben in Basel. — Concurrenzen: Stephanie-Brücke in Wien. Sühnkirche in St. Petersburg und Denkmal in Moskau. — Miscellanea: Linie Pino-Novara. Die Zürcher Strassenbahngesellschaft. — Vereinsnachrichten: Delegirtenversammlung in Bern. Section Zürich.

# Ergänzung zu Culmann's directer Construction von Mauerkörpern, welche gegebenen Kräften widerstehen können.

Bei der Dimensionirung der Stützmauern wird gewöhnlich die obere Breite angenommen und die untere bestimmt; dies geschieht bekanntlich auf zwei Arten; auf die erste rechnet man die für das statische Gleichgewicht erforderliche Dicke in der doppelten Annahme eines Kippens um die vordere Fusskante und eines auf der Mauerbasis oder Fundamentoberfläche stattfindenden Gleitens, indem man für den Erddruck einen grössern Werth als den sich durch Rechnung ergebenden einführt. Bei der ersten Annahme wird die Momentengleichung zwischen dem neuen Werthe des Erddruckes und dem widerstehenden Mauerkörpergewicht bezüglich der vordern Fusskante aufgestellt, nämlich:

$$n \, . \, Ee = Pp,$$

wo $E$ den wahren Erddruck gegen die stützende Wand und
$P$ das Gewicht der widerstehenden Mauer,
$e$ und $p$ ihre Hebelarme in Bezug auf die vordere Fusskante,
$n$ einen numerischen Coefficient

darstellen; werden die Grössen $e$, $P$ und $p$ als Function der Mauerdicke ausgedrückt, so bestimmt sich diese aus obiger Gleichung. Der Sicherheitsgrad der Construction hängt also von dem $n$ zugeschriebenen Werthe ab, desswegen wird es Sicherheitscoefficient genannt; sein gewöhnlicher Werth variirt zwischen 1,5 und 2,5 je nach den localen Umständen.

Obgleich man auf diesem Wege, wenn man für $n$ den Werth 2 einführt, zu brauchbaren Resultaten gelangt, scheint er uns doch insofern mangelhaft, dass er keine klare und richtige Einsicht über die Art und Weise der Beanspruchung des Mauerwerkes gewährt, indem man nicht ohne besondere Rechnungen die in dem Mauerwerk herrschenden Maximalspannungen kennt und desshalb auch nicht weiss, ob sie die Grenzen überschreiten, die es, ohne an seiner Stabilität zu leiden, ertragen kann und ob Zugspannungen auftreten, die leicht Fugen hervorrufen könnten, welche die Sicherheit der Anlage gefährden würden, besonders wenn es sich um eine Wassermauer handelt.

Aus diesen Gründen glaube ich, dass die Dimensionirung nach der zweiten Art vorzuziehen sei; sie unterscheidet sich von der ersten insoweit, dass, statt einen Sicherheitscoefficienten einzuführen, die Richtung der Resultante aller auf die Mauer wirkenden Kräfte gezwungen wird, in allen Schichten von der äussern Mauerfläche eine gewisse Entfernung zu bewahren; diese Entfernung hängt von den Spannungsverhältnissen, denen man das Mauerwerk je nach seiner Natur und Widerstandsfähigkeit aussetzen will, ab.

Wenn keine Zugspannung zugelassen, wird die Mauerdicke so bestimmt, dass der Angriffspunkt der Resultante in der Mauerbasis im Innern ihres Centralkerns oder höchstens auf dessen Umfang falle. Die bei dieser letzten Einschränkung gewonnenen Resultanten sind um Einiges grösser als jene, die sich auf dem ersten Wege ergeben; es muss aber hervorgehoben werden, dass es stets in Händen des Ingenieurs ist, die Mauerdicke zu vermindern, indem er von der letzten Bedingung absieht und bis zu einem gewissen Grad auch Zugspannungen zulässt, über deren Grösse er immer im Klaren ist und desswegen, je nach den Materialien, über die er verfügt, deren Werth festsetzt.

Diese einzige Eigenschaft sollte genügen, um dem zweiten Weg den Vorzug vor dem ersten zu geben; er sollte nicht nur den ersten, sondern und hauptsächlich jene empirischen Formeln ganz ersetzen, die gewöhnlich in den meisten Kalendern und Taschentüchern verbreitet sind und welche nicht selten auf falschen Grundlagen beruhen.

Bekanntlich hat Culmann in seiner „graphischen Statik" *) für jene Fälle, wo das Profil der Mauer so einfach ist, dass es bei ändernder Stärke nur um Dreiecke oder Parallelogramme zunimmt, eine sehr einfache, directe Construction für die Bestimmung des widerstehenden Mauerkörpers gegeben, die den ersten oben besprochenen Weg als Grundlage benutzt. Nun beabsichtige ich, in Folgendem zu zeigen, wie sich die gleiche Construction auch bei der zweiten Art anwenden lässt.

*) Erste Auflage, drittes Capitel, Nr. 166.

Sei $AB$ (Fig. 1) die hintere Wand der Stützmauer, $BC = s$ die obere angenommene Breite, die vordere zu bestimmende Wand nehme ich als um die im Punkte $C$ projectirte Kante beweglich an, so dass der Mauerkörper $ABCD$ sich in zwei andere zersetzen lässt, wovon der eine $ABC$ constant, der andere $ACE$ veränderlich, eine Dreieckssection hat, deren Basis die eben gesuchte Mauerstärke ist.

Der von dem in der Längeneinheit senkrecht zur Bildebene genommene Körper ausgeübte Druck wirkt unter dem Reibungswinkel $\varphi'$ von Erde auf Mauerwerk gegen die Normale zur hintern Wandfläche und sein Angriffspunkt befindet sich in einem Drittel der Mauerhöhe.

Das Gewicht $P_1$ des die Einheit als Länge und das Dreieck $ABC$ als Basis habenden Mauerkörpers wirkt in seinem Schwerpunkt und ist constant. Setzen wir es also mit dem Erddruck $E$ zusammen, um die Resultante aller auf den Mauerkörper $ACE$, dessen Dimensionen eben gesucht werden, wirkende Kräfte zu erhalten. Zu diesem Behufe construirt man in Fig. 2 das entsprechende Kräftedreieck; als Reductionsbasis wurde $b\pi_m$ gewählt, wo

$$b = \frac{h}{2}$$

angenommen worden ist; dabei bezeichnet:
$h$ die Höhe der Mauer und
$\pi_m$ das specifische Gewicht des Mauerkörpers.

Das Gewicht $P_1$, auf die angenommene Basis reducirt, wird also durch die Länge $s_c = BC$ dargestellt, die mit der den Erddruck darstellenden Länge zusammengesetzt die Resultante $R_1$ liefert, deren Lage in der Fig. 1 durch den Kreuzungspunkt der Richtungslinie von $P_1$ und $E$ bestimmt wird.

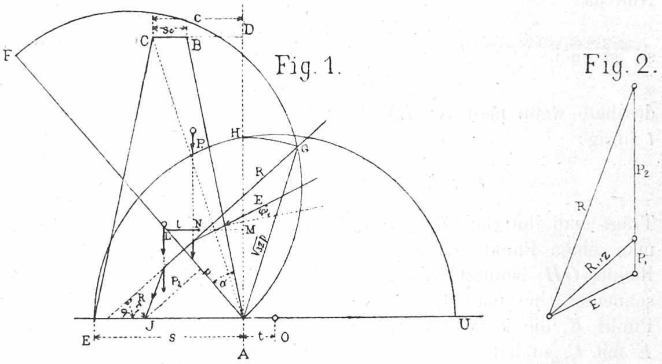

Fig. 1. Fig. 2.

Um der Mauer die erwünschte Stabilität gegen Kanten zu verleihen, ist erforderlich, dass die algebraische Momentensumme aller Kräfte in Bezug auf irgend einen Punkt in der Ebene derselben gleich Null werde. Wählen wir als Momentenpol den äussersten Punkt des Centralkerns auf der Linie $AE$; — da der horizontale Schnitt der Mauer ein Parallelogramm ist, so wird sich dieser Punkt in dem Drittel der Basis von $E$ aus befinden. Bezeichne:

$r_1$ die Länge des von diesem Punkte auf die Richtungslinie der Resultante $R_1$ gefällten Perpendikels,
$p$ die Länge des vom Punkt $A$ auf die gleiche Richtungslinie gefällten Perpendikels,
$\alpha$ den Winkel, welchen sie mit dem Horizont einschliesst,
$P_2$ das Gewicht des gesuchten Mauerkörpers, dessen Länge die Einheit und dessen vertikaler Schnitt das Dreieck $ACE$ ist, und endlich
$p_2$ sein Hebelsarm in Bezug auf den äussersten Kernpunkt.

Es muss also sein:

$$R_1 r_1 - P_2 p_2 = 0, \qquad (1)$$

wo $R_1 r_1$ das drückende, $P_2 p_2$ das widerstehende Moment darstellt. Nun

$$r_1 = p - {}^2/_3\, s \sin \alpha$$

und

$$p_2 = {}^1/_3\,({}^2/_3\, s + ({}^2/_3\, s - c) - {}^1/_3\, s) = {}^1/_3\,(s - c)$$

wo $c$ die Entfernung der obern vordern Kante von der durch die Fusskante $A$ gehende Vertikalebene bezeichnet. Das Gewicht des Mauerkörpers $ACE$, auf die Längeneinheit bezogen, ist durch die Formel:

$$P_2 = s \frac{h}{2} \pi_m$$

gegeben; setzt man diese Werthe in die Momentengleichung (1) ein, so erhält man:

$$R_1 (p - {}^2/_3 s . \sin \alpha) - s \frac{h}{2} \pi_m {}^1/_3 (s - c) = 0$$

und durch Reduction

$$s \left(s + \frac{4 R_1}{h \pi_m} \sin \alpha - c\right) = \frac{6 R_1 p}{h \pi_m} \tag{2}$$

Nun entnimmt man der Fig. 2 den Werth der Resultante $R_1$ im gleichen Masstabe wie für den Erddruck, d. h.

$$z = \frac{R_1}{b \pi_m} = \frac{2 R_1}{h \pi_m}$$

und setzt ihn in Gleichung (2) ein so bekommt man

$$s (s + 2 z \sin \alpha - c) = 3 zp$$

und wenn man

$$l = 2 z \sin \alpha - c$$

macht, geht die Gleichung in folgende über:

$$s (s + l) = 3 zp,$$

aus welcher man eine Construction ableitet, die der von Culmann angegebenen ganz ähnlich ist.

Man trägt nämlich auf den zur Richtungslinie der Resultante $R_1$ gesenkten Perpendikel $p$ die den Werth derselben Resultante darstellende Länge drei Mal auf, d. h. man macht $AF = 3 z$; beschreibt auf derselben als Durchmesser einen Kreisbogen und wird den Punkt $G$, wo die Richtungslinie von $R_1$ durch den Kreisbogen geschnitten wird, auf die durch das Fusselement $A$ gehende Verticale herübergeschlagen, so ist

$$AG = AH = \sqrt{3 zp}.$$

Nun da

$$AL = {}^1/_3 AF = z,$$

so ist auch

$$LM = z \sin \alpha,$$

desshalb wenn man von $LM$ $^1/_2 c$ abzieht, so bleibt der Werth von $t$ übrig:

$$t = LN = z \sin \alpha - \frac{c}{2} = \frac{l}{2}.$$

Trägt man ihn rückwärts von $A$ aus auf die Basis aus, so erhält man einen Punkt $O$, der als Mittelpunkt eines Kreisbogens mit Radius $OH$ benutzt wird; wo dieser Kreisbogen vorn die Basis schneidet, hat man den die untere Breite der Mauer bestimmenden Punkt $E$, die jetzt durch $AE = s$ dargestellt wird. Verbindet man $E$ mit $C$, so hat man die vordere Fläche der Mauer. In der That

$$AH^2 = AE . AU$$

oder

$$3 zp = s (s + 2 z \sin \alpha - c) = s (s + l).$$

Zur Controle wird das Kräftepolygon der Fig. 2 durch Beifügung der das Gewicht $P_2$ des erhaltenen Mauerkörpers $ACE$ darstellenden Länge ergänzt; die Richtungslinie der neuen Resultante $R$ wird durch den Kreuzungspunkt der Richtungslinie von $P_2$ und $R_1$ gehen und die Basis $AE$ in den äussersten Punkt $J$ des Centralkerns treffen, so dass

$$EJ = {}^1/_3 AE = {}^1/_3 s.$$

Es ist einleuchtend, dass sich die obige Construction für eine andere Reductionsbasis auch anders gestalten wird und da in den meisten Fällen der Praxis nicht immer möglich ist, die Reductionsbasis

$$b \pi_m = \frac{h}{2} \pi_m$$

zu wählen, so ist es wünschenswerth, zu zeigen, wie man sich in solchen Fällen zu helfen hat.

Man wird immer von der Formel (2) ausgehen und setzt statt $R_1$ den auf die angenommene Basis reducirten Werth $z$ ein, der stets durch die Formel:

$$z = \frac{R_1}{b \pi_m}$$

gegeben ist; somit erhält man folgende Gleichungen:

$$\text{für } b = \frac{h}{3} \qquad s (s + {}^4/_3 z \sin \alpha - c) = 2 pz$$

$$\text{für } b = \frac{h}{4} \qquad s (s + z \sin \alpha - c) = {}^3/_2 pz$$

$$\text{für } b = \frac{h}{5} \qquad s (s + {}^4/_5 z \sin \alpha - c) = {}^6/_5 pz$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

wobei gesetzt werden kann:

$$\text{bei } b = \frac{h}{3} \quad l = {}^4/_3 z \sin \alpha - c \quad \text{und} \quad t = {}^2/_3 z \sin \alpha - \frac{c}{2}$$

$$\text{bei } b = \frac{h}{4} \quad l = z \sin \alpha - c \quad „ \quad t = \frac{z \sin \alpha - e}{2}$$

$$\text{bei } b = \frac{h}{5} \quad l = {}^4/_5 z \sin \alpha - c \quad „ \quad t = {}^2/_5 z \sin \alpha - \frac{c}{2}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

aus denen die geometrische Construction ganz leicht und ähnlich der angegebenen hervorgeht.

Wir sagen mit den gleichen Worten Culmann's, dass *die eben erläuterte Construction sich gar rasch und genau ausführen lässt, weil man die drei Kreisbogen nicht wirklich zu zeichnen, sondern ihre Endpunkte nur mit den Zirkelspitzen abzustechen braucht, ohne irgend Linien ziehen zu müssen.*

---

Wenn der vordere Theil der Stützmauer ein Parallelogramm als verticalen Schnitt hat, so ist die Entfernung dessen Schwerpunktes von der durch den äussersten Kernpunkt $J$ gehende Verticale

$$p_1 = \frac{s + c}{2} - {}^1/_3 s = {}^1/_6 (s + 3 c)$$

und sein Gewicht

$$P_1 = sh\pi_m,$$

die Momentengleichung also

$$E (p - {}^2/_3 s \sin \alpha) - \frac{sh\pi_m}{6} (s + 3 c) = 0$$

und durch Reduction

$$s \left(s + \frac{LE}{h\pi_m} \sin \alpha + 3 c\right) = \frac{6 pE}{h\pi_m}$$

für eine Reductionsbasis

$$b\pi_m = \frac{h}{2} \pi_m$$

erhält man

$$z = \frac{2 E}{h\pi_m}$$

und durch Substitution

$$s (s + 2 z \sin \alpha + 3 c) = 3 pz$$

oder

$$s (s + l) = 3 pz,$$

wo

$$l = 2 z \sin \alpha + 3 c.$$

Der Werth ist hier

$$t = z \sin \alpha + {}^3/_2 c = \frac{l}{2}.$$

Die erläuterte Construction wäre auch für andere Mauerprofile anwendbar, nur bietet sie dann nicht mehr die gleichen Vortheile der Raschheit und Einfachheit wie hier dar; so z. B. wenn der vordere Theil der Stützmauer ein Trapez ist, erhält man statt einer Gleichung zweiten Grades eine solche dritten Grades, deren geometrische Uebersetzung eine umständlichere Construction ergibt als die übliche bekannte, graphische Methode.

*Gaetano Crugnola.*