

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 1/2 (1883)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken  
**Autor:** Ritter, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-11017>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 05.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die einfache Fahrt kostet 25 Cts. oder also der Kilometer Weg 14 Cts.

Nachdem die Bahn von Clay-Street 3 1/2 Jahr im Betriebe gestanden und sich das System praktisch bewährt hatte, wurde der Pferdebetrieb in der benachbarten Sutterstrasse ebenfalls durch Seilbetrieb ersetzt, welches Stück eine Länge von 4890 m hat, worauf noch eine Reihe anderer Strassen folgten, so dass gegenwärtig in San Francisco rund 17 km Bahn nach System Hallidie im Betriebe stehen und täglich im Durchschnitt 35 000 Personen befördern.

Anfänglich hatte Herr Hallidie sein System bloss für stark geneigte Strassen bestimmt, auf welchen ein Betrieb mit Pferden zu theuer oder eigentlich unmöglich war. Nach

#### A. S. Hallidie's Strassenbahnen mit Seilbetrieb.

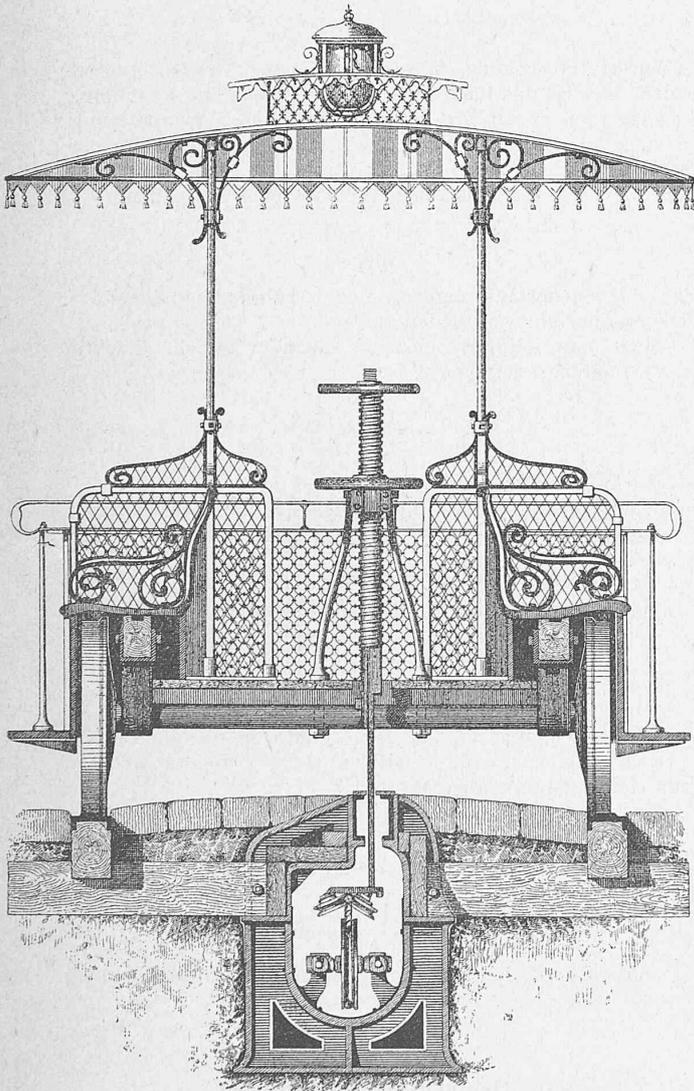


Fig. 3: Querschnitt.

und nach hat man aber die Ueberzeugung gewonnen, dass die Anwendung auch für wenig geneigte und horizontale Linien mit Vortheil geschehen kann und werden für solche Fälle als besondere Vorzüge gegenüber Pferdebetrieb hervorgehoben:

Gänzliche Vermeidung der Verunreinigung der Strassen durch die Pferde;

Erlösung dieser Thiere von einem höchst aufreibenden Dienste;

Möglichkeit mit Hülfe geeigneter Vorkehrungen, wie Pflügen oder Bürsten, die Strassen von Schnee und Schmutz leicht und billig zu reinigen.

Es ist selbst der Vorschlag gemacht worden, die Leitungsröhre zum Erwärmen der Gassen zu benutzen.

Gegenüber Pferdebetrieb soll sich eine Ersparniss von 30 bis 50 Procent herausstellen.

### Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken.

Von Professor W. Ritter in Zürich.

(Fortsetzung.)

#### VI. Einfluss der axialen Ausdehnung der Kette.

Die bisherigen Entwicklungen würden zur statischen Berechnung eines Versteifungsfachwerkes ausreichen, wenn

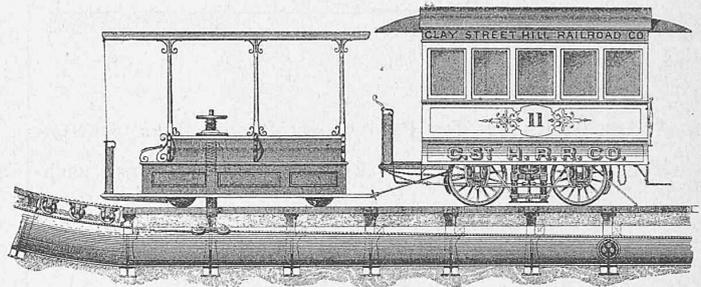


Fig. 2: Längsschnitt.

nicht noch die bis jetzt vernachlässigte Ausdehnung der Kette mit ins Spiel träte.

Denken wir uns die Construction irgendwie belastet, so wird die Kette sich infolge der Elasticität des Materials etwas verlängern; ebenso erleiden die Spannketten, welche von den Pylonenauflegern nach der Verankerung laufen, eine Längenausdehnung, infolge deren die Auflager sich etwas nach innen verschieben. Aus beiden Ursachen wird die Kette zwischen den Auflagern eine Einsenkung erleiden; um gleichviel muss sich aber auch das Fachwerk senken; dies kann jedoch nur geschehen, wenn sich die auf das Fachwerk wirkende Belastung vermehrt resp. die Reactionsbelastung sich vermindert; da endlich die Reactionsbelastung zugleich die Belastung der Kette bildet, so wird diese bei obigem Vor-

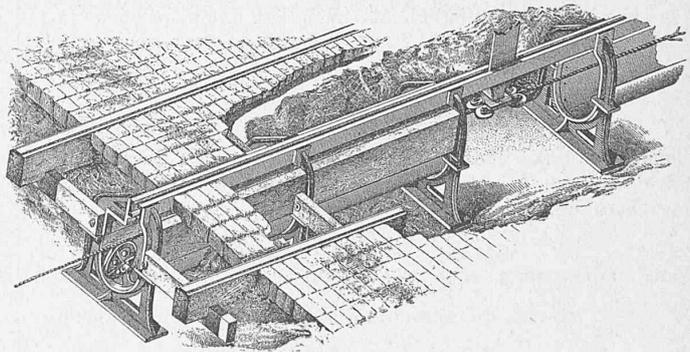


Fig. 4: Isometrische Ansicht.

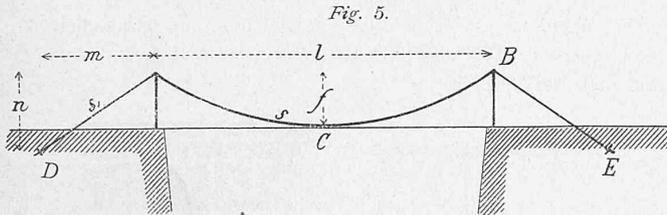
gänge entlastet.

Um wieviel sich die Belastung  $r'$  vermindert, folgt nun aus der Bedingung, dass Kette und Fachwerk sich um gleichviel einsenken müssen, und zwar wollen wir hierbei der Einfachheit halber annehmen, dass die Reactionsbelastung nach wie vor gleichförmig vertheilt bleibe. Diese Annahme ist nicht vollkommen richtig; denn die Kette wird auf Grund derselben parabolisch bleiben und ihre Einsenkungen werden, auf eine Abscisse aufgetragen, wieder eine Parabel bilden; dagegen ist die Einsenkungcurve oder die elastische Linie eines Balkens bei gleichförmig vertheilter Belastung eine Curve vierten Grades. Beide Curven weichen jedoch bei gleicher Scheitelhöhe nur unwesentlich von einander ab, so dass obige Annahme gestattet erscheint. (In Wirklich-

keit wird die Einsenkungcurve eine Form annehmen, die zwischen der quadratischen Parabel und der Curve 4. Grades liegt, und zwar ist dieselbe logarithmischer Natur; doch würde durch Einführung derselben die Aufgabe ganz unnötig erschwert.)

Zunächst ist nun eine Formel zur Berechnung der Einsenkung abzuleiten, welche die Kette infolge ihrer Längenausdehnung erleidet.

Zu diesem Zweck müssen wir vorerst eine Beziehung zwischen der Spannweite  $l$ , der Pfeilhöhe  $f$  und der Kettenlänge  $s$  ableiten. (Siehe Figur 5.)



Die Gleichung der Parabel  $ACB$ , auf ihren Scheitel bezogen, ist  $y = \frac{4fx^2}{l^2}$ . Hieraus wird  $\frac{dy}{dx} = \frac{8fx}{l^2}$  und nach bekannter Regel die Länge der Curve  $ACB$

$$s = \int_{-1/2 l}^{+1/2 l} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx.$$

Am einfachsten berechnet man dieses Integral, indem man die Wurzel nach dem binomischen Lehrsatz auflöst und die höheren Potenzen von  $x$  mit Rücksicht darauf, dass  $\frac{f}{l}$  stets ein kleiner, ächter Bruch ist, vernachlässigt. Hiernach findet man

$$s = l + \frac{8f^2}{3l}. \quad (9)$$

Wird nun die Brücke belastet, so wird sich nicht nur die Tragkette  $ACB$ , sondern es werden sich auch die Spannkette  $DA$  und  $BE$  verlängern; infolge dessen bewegen sich die beiden Auflagerpunkte  $A$  und  $B$  in horizontaler Richtung nach innen. Die Grösse dieser Bewegung findet man, wenn man in der Gleichung  $s_1^2 = m^2 + n^2$  die Länge  $s_1$  um  $\Delta s_1$ , und die Länge  $m$  um  $\Delta m$  wachsen lässt, wobei man diese beiden Zunahmen füglich als unendlich klein ansehen darf. Es ergibt sich hiernach  $2s_1 \cdot \Delta s_1 = 2m \cdot \Delta m$  oder

$$\Delta m = \frac{s_1 \cdot \Delta s_1}{m}.$$

In gleicher Weise findet man aus Gleichung (9), indem man erst links und rechts mit  $3l$  multiplicirt und dann die drei Grössen  $l$ ,  $s$  und  $f$  je um ein unendlich kleines Stück wachsen lässt,

$$3l \cdot \Delta s + 3s \cdot \Delta l = 6l \cdot \Delta l + 16f \cdot \Delta f,$$

und indem man noch  $\Delta l$  durch  $-2 \cdot \Delta m$  und  $s$  durch  $l + \frac{8f^2}{3l}$  ersetzt, die gesuchte Einsenkung des Scheitelpunktes

$$\Delta f = \frac{3l^2 m \cdot \Delta s + (6l^2 - 16f^2) s_1 \cdot \Delta s_1}{16flm}. \quad (10)$$

Entsteht nun in der Kette eine Spannung  $\sigma'$  pro Flächeneinheit, und ist der Elasticitätsmodul des Materials gleich  $\epsilon'$ , so hat man  $\Delta s = \frac{\sigma'}{\epsilon'} \cdot s$  und  $\Delta s_1 = \frac{\sigma'}{\epsilon'} \cdot s_1$  zu setzen. (Der Werth von  $\sigma'$  ist in beiden Ausdrücken bei richtiger Construction derselbe.) Hiernach wird

$$\Delta f = \frac{\sigma'}{\epsilon'} \cdot \frac{3l^2 m s + (6l^2 - 16f^2) s_1^2}{16flm},$$

oder wenn man noch für  $s$  den Werth aus Gleichung (9) einführt und zur Abkürzung

$$k = \frac{(3l^2 - 8f^2)(lm + 2s_1^2)}{16flm} + f \quad (11)$$

setzt, die Einsenkung

$$\Delta f = \frac{\sigma'}{\epsilon'} \cdot k. \quad (12)$$

Wie oben gezeigt worden ist, wird die Reactionsbelastung  $r'$  kleiner, wenn man die Ausdehnung der Kette berücksichtigt; sie sei alsdann gleich  $r = \beta \cdot r'$ , worin  $\beta$  eine Zahl zwischen 0 und 1 bezeichnet. Wir nennen diesen Factor Vertheilungcoefficient, da er angibt, wie sich totale Belastungen auf Kette und Fachwerk vertheilen. Die Spannung im Scheitel der Kette ist nun  $H = \frac{\beta r' \cdot l^2}{8f}$  und die spezifische Spannung  $\sigma' = \frac{\beta r' \cdot l^2}{8fF}$ , wenn die Grösse des Scheitelquerschnitts mit  $F$  bezeichnet wird. Nach Gleichung (12) ist somit die Einsenkung in Folge der Ausdehnung

$$\Delta f = \frac{\beta r' \cdot l^2 \cdot k}{8\epsilon' f F}.$$

Dieser Einsenkung muss nun diejenige gleich gesetzt werden, welche das Fachwerk erleidet, wenn die Reactionsbelastung von  $r'$  auf  $\beta r'$  herabsinkt. Diese Verminderung von  $r'$  ist gleichbedeutend mit einer directen gleichförmig vertheilten Belastung von der Grösse  $(1 - \beta) r'$ , und eine solche bewirkt nach bekannter Formel eine Einsenkung

$$\Delta f = \frac{5(1 - \beta) r' l^4}{384 \epsilon J},$$

wenn  $J$  das (constant angenommene) Trägheitsmoment des Fachwerkquerschnittes bedeutet.

Setzt man endlich beide  $\Delta f$  einander gleich, so wird der Vertheilungcoefficient

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{48 k \epsilon J}{5 f l^2 \epsilon' F}}. \quad (13)$$

Hierin bezeichnet

$k$  eine von den Längsdimensionen der Kette abhängige, constante Grösse, die nach Gleichung (11) berechnet wird;

$\epsilon$  den Elasticitätsmodul des Fachwerks;

$J$  das Trägheitsmoment des Fachwerkquerschnitts;

$f$  die Pfeilhöhe der Kette;

$l$  die Spannweite der Kette;

$\epsilon'$  den Elasticitätsmodul der Kette;

$F$  den Scheitelquerschnitt der Kette.

Die Gleichungen (7) und (8) lauten nun für die Folge:

Reactionsbelastung für eine Einzellast, die um  $a$  resp.  $b$  von den Auflagern absteht,

$$r = \frac{5\beta P a b (l^2 + a b)}{l^5}. \quad (14)$$

Reactionsbelastung für eine über die Strecke  $a$  vertheilte Last

$$r = \frac{\beta p a^2 (5l^3 - 5a^2 l + 2a^3)}{2l^5}. \quad (15)$$

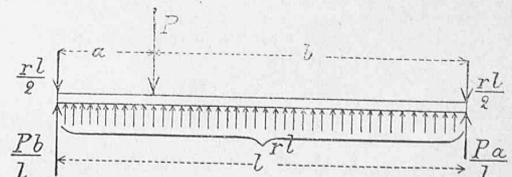
Endlich wird die Reactionsbelastung für Totalbelastung ( $a = l$ )

$$r = \beta p. \quad (16)$$

## VII. Ungünstigste Belastungen.

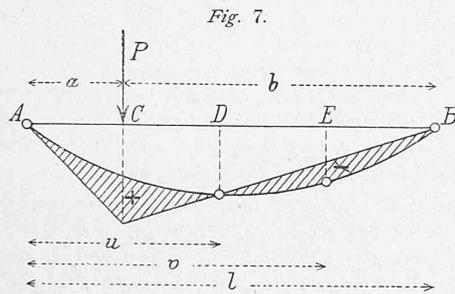
Die Ableitung der Belastungen, welche das Biegemoment und die ausserhalb wirkende Kraft zum Maximum oder Minimum machen, bietet nun keine Schwierigkeiten mehr dar. Eine Einzellast ruft in Bezug auf das Fachwerk eine Beanspruchung hervor, wie sie durch Figur 6 veranschaulicht ist.

Fig. 6.



Der doppelten Belastung entsprechend bilden sich an jedem Ende zwei Auflagerdrücke, deren Grösse sich einfach aus den Gleichgewichtsgesetzen ergibt.

Zeichnet man für beide Belastungen die entsprechenden Seilpolygone und bringt die beiden Schlusslinien zur Deckung, so entsteht die Figur 7, in welcher die schraffierte Fläche die Momente darstellt, welchen das Fachwerk ausgesetzt ist.



Die Lage des Punktes D, in welchem das Moment null ist, findet man, indem man im Anschluss an Figur 6 das Moment für die Abscisse  $u$  berechnet und dasselbe gleich null setzt. Das gibt

$$M = \frac{Pb}{l} \cdot u - \frac{rl}{2} \cdot u + ru \cdot \frac{u}{2} - P(u-a) = 0$$

$$u = \frac{2Pa}{rl}$$

oder indem man den Werth von  $r$  aus Gleichung (14) einführt.

$$u = \frac{2l^4}{5\beta b(l^2 + ab)} \quad (17)$$

Das positive Biegemoment im Punkte D wird nun ein Maximum, wenn man (s. Figur 7) von C bis B belastet, dagegen das negative, wenn die Strecke AC belastet wird.

Was die ausserhalb wirkende Kraft (die Transversalkraft) betrifft, so ändert sie ihr Zeichen in zwei Punkten, nämlich im Punkte C, wo die Last aufliegt, und im Punkte E, wo das negative Moment ein Maximum wird; da die Curve eine Parabel ist, so liegt E genau in der Mitte von DB und hat daher die Abscisse

$$v = \frac{u+l}{2} \quad (18)$$

Die ausserhalb des Querschnitts E (nämlich links davon) wirkende Kraft wird nun ein Maximum aufwärts, wenn man von A bis C und von E bis B belastet; das Maximum abwärts wird durch die Belastung der Strecke CE erzeugt.

(Fortsetzung folgt.)

## Effets comparatifs du gaz et de l'éclairage électrique sur les couleurs et les peintures.

C. On s'est beaucoup préoccupé à juste titre des effets nuisibles que peuvent produire sur les peintures les divers modes d'éclairage. On affirmait que le gaz avait beaucoup nui aux magnifiques décorations, œuvres de Mr. Baudry, au plafond du foyer de l'opéra de Paris, et on réclamait le remplacement de l'éclairage au gaz dans ce foyer, par la lumière électrique.

Mr. Decaux, sous-directeur du grand établissement des teintures des Gobelins, a été chargé d'étudier cette question et la convenance de ce remplacement. — Son rapport communiqué récemment à la société d'encouragement de Paris a constaté les faits suivants:

1. La couche de fumée que l'éclairage au gaz a déposée sur les peintures du foyer de l'opéra, provient uniquement d'une disposition éminemment vicieuse des lustres à gaz qui éclairent ce foyer. Les becs y sont disposés en plusieurs bouquets et le tout est couronné par dix-huit autres becs placés au-dessus des premiers. Le violent courant d'air

ascensionnel produit par les bouquets inférieurs agitant fortement les flammes supérieures, les fait fumer, et cette fumée a déposé au bout de huit ans, une légère couche de charbon sur les peintures. — Une autre disposition des becs, proposée par Mr. Decaux, et une meilleure ventilation feront disparaître complètement cet inconvénient.

2. Mr. Decaux a constaté de plus que les peintures n'ont subi aucune altération, et qu'il suffit de passer de la mie de pain sur ces peintures pour les faire réparaître dans leur éclat primitif.

3. Les expériences de Mr. Decaux, communiquées par lui à la société d'encouragement, lui ont démontré que la lumière électrique à arc voltaïque est inapplicable, car cette lumière, qui a l'avantage de conserver aux couleurs l'aspect qu'elles présentent pendant le jour, a l'inconvénient de les détruire, ainsi que le fait la lumière directe du soleil.

4. La plupart des lumières électriques par incandescence essayées par Mr. Decaux donnaient une lueur trop orangée. Mr. Decaux conclut que le meilleur système se trouve dans une combustion complète du gaz d'éclairage et une ventilation convenable.

(Bulletin de la société d'encouragement.)

## Filature de coton incendiée par l'éclairage électrique, le 28 décembre dernier.

C. On se rappelle que depuis dix-huit mois des incendies ont été allumés dans deux théâtres éclairés par l'électricité.

La lettre suivante annonce qu'une filature de Luneville vient d'être détruite par un incendie occasionné par l'éclairage électrique.

„Un incendie s'est déclaré dans une filature importante, établie depuis une année à Luneville (Lorraine), cette usine était éclairée primitivement par le gaz des appareils Maring & Mertz.

„Mais sollicités par une compagnie d'électricité, les administrateurs de cette filature venaient d'y installer 14 lampes Siemens, il paraît qu'une des lampes est tombée sur un banc à broches et y a mis le feu. — Suivant une autre version, les étincelles qui s'échappent incessamment des charbons, auraient déclaré l'incendie.

„En tous cas, il est établi dès maintenant qu'il doit être attribué à l'électricité.“

Luneville, 29 décembre 1882.

E. Jeanmaire.

## Literatur.

**Koch, Schweizerischer Baukalender** pro 1883, Verlag von Cäsar Schmidt, Zürich, Preis 4 Fr., ist auch dies Jahr leider erst einige Tage nach Neujahr erschienen; dafür entschädigt uns aber diese neue auf's gewissenhafteste umgearbeitete Auflage des in Fachkreisen unentbehrlich gewordenen Handbuchs durch eine ganze Anzahl von neu hinzugekommenen Capiteln. Ohne dass dadurch der Umfang des Buches vergrössert wurde, sind neu hinzugekommen: Maassreductionstabellen von altem Schweizermaass in Metermaass; mathematische Tabellen, umfassend Kreisumfänge und Inhalte, Quadrate und Cuben, Quadrat- und Cubikwurzeln; die wichtigsten arithmetischen Formeln; Umfänge und Flächen ebener Figuren; Bogenlänge, Sehne und Höhe; die hauptsächlichsten trigonometrischen Formeln und Zahlen; Inhalte und Oberflächen von Körpern und Anderes mehr.

Die Preise sind alle wiederum nach dem heutigen Stande corrigirt und hauptsächlich die Preise für hydraulische Kalke und Cemente sowie deren Haupteigenschaften und Frachtsätze nach den schweizerischen Hauptplätzen tabellarisch geordnet worden.

Den beibehaltenen officiellen Actenstücken des schweizerischen Ingenieur- und Architectenvereins ist überdies vom Verfasser in Vervoll-