

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 11/12 (1888)
Heft: 16

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Der elastische Bogen unter dem Einfluss von Kräften beliebiger Richtung. Von Ing. Gustav Mantel. — Wildbach- und Fluss-Verbauung nach den Gesetzen der Natur. — Erfindungsschutz. — Patentliste. — Miscellanea: Eidgenössisches Polytechnikum. Eisenbahnen nach Abt's System in Oesterreich. Die Neuorganisation des eidg. De-

partements des Innern. — Concurrenzen: Kirche in Bern. Katholische Kirche in Wettingen. Domfassade in Mailand. — Necrologie: † Arnold Bosshard. † Dr. Karl Kappeler. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung.

Der elastische Bogen unter dem Einfluss von Kräften beliebiger Richtung.

Von Ingenieur *Gustav Mantel*.

Der Kräfteplan für den elastischen Bogen nach Culmann & Ritter ist nicht an eine bestimmte Richtung der äussern einwirkenden Kräfte gebunden; die Principien, aus denen er hervorgeht, gelten für alle Richtungen derselben. Wol aber ist vorausgesetzt, dass diese Kräfte alle untereinander parallel wirken (abgesehen von den secundären Kräften, den Kämpferdrücken), denn der Kräfteplan baut sich vorzugsweise auf die Lehren von den höhern Momenten paralleler Kräfte und der diese Momente liefernden Seilpolygone auf. Ausserdem sind diese äussern einwirkenden Kräfte bis dato immer vertical angenommen worden, dem für die Praxis wichtigsten Fall der Inanspruchnahme des Bogens durch auf denselben gebrachte Lasten entsprechend.

Will man die Berechnung des Bogens auch für Kräfte von beliebigen unter sich nicht parallelen Richtungen mittels der graphischen Methode durchführen, so bleibt nichts übrig, als den Kräfteplan für zwei Gruppen jeweils paralleler Kräfte zu construieren, die äussern einwirkenden Kräfte in diese zwei Richtungen zu zerlegen und die diesen Componenten entsprechenden Widerlagerreactionen, gestützt auf die relative Kleinheit der elastischen Formänderungen des Bogens, wieder zu Gesamtreactionen zu vereinigen. Die Richtung des zweiten Kräftesystems wird natürlich am bequemsten horizontal angenommen. Bei der Wichtigkeit der graphischen Methoden gerade in ihrer Anwendung auf den Bogen, für welchen sie wol die eleganteste und allgemeinste Berechnung der innern Kräfte liefern, scheint es am Platze, die angedeutete Verallgemeinerung einmal durchzuführen. Es wäre dieselbe auch practisch nicht ganz unwichtig, denn nicht nur kann man in die Lage kommen, aus ästhetischen Gründen bei einem flachen, unversteiften Bogen die die Fahrbahn tragenden Pfosten radial stellen zu müssen, es kann auch geboten erscheinen, die horizontale Kraftwirkung eines gebremsten Eisenbahnzuges auf einen versteiften oder unversteiften Bogen zu berücksichtigen, was der Kräfteplan für horizontale Kräfte direct ermöglicht*). Wenn wir also voraussetzen, dass der Kräfteplan für die verticalen Kräfte ausgeführt sei, so bleibt als nächster Schritt die Durchführung desselben für den elastischen Bogen unter dem Einfluss horizontaler Kräfte.

Der elastische Bogen mit festem Auflager unter dem Einfluss horizontal wirkender äusserer Kräfte.

Die Herstellung des Kräfteplans für horizontal wirkende parallele Kräfte bietet nun keine principiellen Schwierigkeiten, indem es sich nur um die Anpassung der als bekannt vorausgesetzten Constructionen Culmann's und Ritter's für verticale Kräfte auf ein horizontales Kräftesystem handelt. Ich halte mich im Folgenden genau an die so lichtvolle Darstellung in dem kleinen Werke Ritter's „Der elastische Bogen berechnet mit Hilfe der graphischen Statik“, in welchem Professor Ritter diesen Theorien und Kräfteplänen die abschliessende Form gegeben hat und wo er auch zum ersten Male lehrt, wie ohne irgend wesent-

*) Dient ferner eine Reihe nebeneinander gestellter Bogen als Dachträger, so führt die Untersuchung über den Einfluss des Winddrucks auf das nämliche Problem und für diesen speciellen Zweck hat Herr Prof. Guidi in Turin die Lösung nach der Methode Eddy im Jahre 1884 veröffentlicht und auch Herr Prof. Tetmajer gibt in einem nun vergriffenen autographirten Heft über Dachconstructionen den Weg nach Culmann's Methode für Dachträger mit Punktauflager, was ich beides erst nachträglich in Erfahrung gebracht habe.

liche Complicirung gleichzeitig, nicht erst nachträglich, die scheerenden und pressenden Kräfte mitberücksichtigt werden können und zwar mit Hilfe des überaus wichtigen Satzes von Culmann über die Centrifugalmomente, welcher lautet: „Das Centrifugalmoment eines Systems von parallelen Kräften in Bezug auf zwei beliebige Axen ist gleich der Resultanten der Kräfte mal dem Abstand des Schwerpunktes des Systems von der einen der beiden Axen, mal dem Abstand des Antipols dieser Axe bezüglich der Centralellipse des Systems von der zweiten“ oder wie ihn Prof. Ritter für seinen speciellen Zweck umformt: Das Centrifugalmoment einer ebenen Figur bezüglich zweier beliebigen Axen ist gleich dem Flächeninhalt der Figur mal der Entfernung des Schwerpunktes von der einen Axe mal der Entfernung des Antipols dieser Axe von der zweiten.

Mit Hilfe dieses Satzes wird es möglich, die Formänderungen einer Reihe von Balkenelementen zusammen zu setzen. Es kann nämlich die Gesamtbewegung, die das eine Ende eines Balkenelementes unter dem Einfluss einer beliebig wirkenden äussern Kraft erleidet (die sich in Moment scheerende und pressende Kraft zerlegen lässt) und dessen zweite Begrenzungsfläche fest gehalten ist, angesehen werden als eine Drehung um den Antipol der Kraft in Bezug auf eine Ellipse, deren kleine Halbachse gleich dem Trägheitsradius i des Querschnittes und dessen grosse Halbachse gleich $i \cdot \sqrt{\frac{E}{E'}}$ ist, wo E den Elasticitätsmodul für Zug und Druck, E' denjenigen für Scheeren bedeutet.“ (Seite 4: „Der elastische Bogen“).

Die Summationen dieser Formänderungen müssen bekanntlich für den ganzen Bogen und einzelne Abschnitte desselben ausgeführt werden können, um die Bewegungen eines Punktes des Bogens (oder auch eines mit demselben starr verbundenen Punktes) unter dem Einfluss von äussern, den Bogen deformirenden Kräften ausdrücken zu können, welche Bewegungen dann ihrerseits auf die gesuchten, aus den blossen statischen Gleichgewichtsbedingungen nicht bestimmbar Kämpferdrücke führen. Man denkt sich dabei das eine Ende des Bogens festgehalten, das andere frei schwebend, und auf denselben eine Kraft beliebiger Richtung wirkend. Die Bewegung irgend eines Punktes in Folge der elastischen Formänderung des Bogens, zusammengesetzt gedacht aus einer Drehung, einer horizontalen und einer verticalen Verschiebung des Punktes, bestimmt sich dann, wenn man sich die einzelnen Bogenelemente belastet denkt mit den hypothetischen Gewichten

$$\frac{ds}{EJ} = \frac{\text{Bogenelement}}{\text{Elasticitätsmodul} \times \text{veränderliches Trägheitsmoment}}$$

aus folgenden fundamentalen Sätzen:

- 1) die Drehung ist gleich der einwirkenden Kraft multiplicirt mit dem statischen Moment des von der Kraft beeinflussten Bogentheiles in Bezug auf die Krafrichtung;
- 2) die verticale Bewegung (Einsenkung) ist gleich der einwirkenden Kraft multiplicirt mit dem Centrifugalmoment des beeinflussten Bogentheiles, genommen in Bezug auf eine verticale Axe durch den untersuchten Punkt und in Bezug auf die Krafrichtung;
- 3) die horizontale Verschiebung des Punktes ist gleich der einwirkenden Kraft multiplicirt mit dem Centrifugalmoment des beeinflussten Bogentheiles genommen in Bezug auf eine horizontale Axe durch den untersuchten Punkt und auf die Krafrichtung.

Die Gewichte $\frac{ds}{EJ}$ sind also in erster Linie zu multipliciren mit dem Schwerpunktsabstand der Elemente von der verticalen und horizontalen Axe durch den angenommenen Punkt und dann ferner mit dem Abstand der Antipole dieser