

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 11/12 (1888)
Heft: 26

Artikel: Kräfteplan eines Fachwerkbogens mit festem Auflager, auf welchen die Fahrbahn durch radial stehende Pfosten abgestützt ist
Autor: Mantel, Gustav
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-15030>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Kräfteplan eines Fachwerkbogens mit festem Auflager, auf welchen die Fahrbahn durch radial stehende Pfosten abgestützt ist. Von Ingenieur Gustav Mantel. (Schluss.) — Die Centralstation der „Grosvenor Gallery“ der „London Electric Supply Corporation“. — Miscellanea: Eisenbahnen in China. Schmalspurbahn nach Serrières. Eisenbahn von Murten nach Freiburg. Neue Rîgibahn-Projeete. Scheuss-Correction. — Necrologie: † Alexander Kuoni. — Concurrenzen: Versorgungsanstalt in Brünn. — Vereinsnachrichten. Stellenvermittlung.

Abonnements-Einladung.

Auf den mit dem 5. Januar 1889 beginnenden VII. Jahrgang der „Schweizerischen Bauzeitung“ kann bei allen Postämtern der Schweiz, Deutschlands, Oesterreichs und Frankreichs, ferner bei sämtlichen Buchhandlungen, sowie auch bei HH. Meyer & Zeller in Zürich und bei dem Unterzeichneten zum Preise von 20 Fr. für die Schweiz und 25 Fr. für das Ausland abonniert werden. Mitglieder des schweiz. Ingenieur- und Architektenvereins oder der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker geniessen das Vorrecht des auf 16 Fr. bzw. 18 Fr. (für Auswärtige) ermässigten Abonnementspreises, sofern sie ihre Abonnementserklärung einsenden an den

Zürich, den 29. December 1888.

Herausgeber der Schweizerischen Bauzeitung:

A. Waldner, Ingenieur

32 Brandschenkestrasse (Selnau), Zürich.

Kräfteplan eines Fachwerkbogens mit festem Auflager, auf welchen die Fahrbahn durch radial stehende Pfosten abgestützt ist.

Von Ingenieur Gustav Mantel.
(Schluss.)

Sind die radialen Pfostendrucke die einzigen den Bogen belastenden Kräfte, wie es bei einem Lehrgerüst bei einer Tunnelausmauerung der Fall wäre, so lässt sich nun für jedes Constructionsglied die ungünstigste Belastung, aus den Kräftepolygonen die derselben entsprechenden Kämpferdrücke ihrer Grösse und Richtung nach, aus den Seilpolygonen ihrer Lage nach finden und damit auch die stärksten Spannungen im Innern des Gliedes. In Ritters Werk ist der Gang für die Stäbe 13 und 14 und das Füllungsglied 13/14 auf Seite 45 und 46 so ausführlich beschrieben, dass ich mir ersparen kann, hierauf näher einzutreten. Des Vergleichs halber sind in Fig. 2 die Berechnungen für die nämlichen Constructionstheile 13, 14 und 13/14 angedeutet. Die Kräfte in denselben ergeben sich zu

13)	14)	13/14)
+ 28.0 ^t	+ 28.5 ^t	— 7.4 ^t
gegenüber + 25.8 ^t	+ 25.3 ^t	— 7.9 ^t

bei senkrechter Belastung.

Sind aber Bogen und horizontaler Streckbaum im Scheitel starr mit einander verbunden, so wirken auf den Bogen ausser den radialen Kräften noch andere ein, nämlich die im Fahrbanträger entstehenden, horizontalen Zugkräfte, die den horizontalen, in den Punkten 1—10 wirkenden horizontalen Componenten der radialen Kräfte gleich und entgegengesetzt sind. Sie greifen alle im Scheitel an und ihre Kämpferdrücke liegen daher alle in den mit S und S' bezeichneten Linien. Die Zerlegung dieser horizontalen Scheitelkräfte ist wieder in der Fig. 1_a geschehen und die Zusammensetzung der einzelnen Componenten im Kräftepolygon Fig 1_b (Masstab 10 mm = 4¹/₂^t). Aus diesem ergibt sich, dass die den Gliedern 13, 14, 13/14 entsprechenden Belastungen in denselben Spannungen hervorrufen von resp. — 6,6^t, — 1,8^t und 0^t, so dass die schliesslichen Kräfte in denselben werden

13)	14)	13/14)
+ 21,4 ^t	+ 26,7 ^t	— 7,4 ^t

II.

In Folge dieser horizontalen Scheitelkräfte können sich nun aber die Grenzen für die ungünstigsten Belastungen verschieben. Um die grösstmöglichen Spannungen in den einzelnen Gliedern bestimmen zu können, müssen neue Kämpferdrucklinien gezeichnet werden, indem alle drei

Systeme von Kämpferdrücken, also die den horizontalen und verticalen Lastcomponenten und die den horizontalen Scheitelkräften entsprechenden, mit einander vereinigt werden. Um auch die Construction dieser Kämpferdrucklinien an einem Beispiel zu zeigen, haben wir in Fig. 3 einen Bogen mit einem Fünftel der Spannweite als Pfeil gewählt und vorausgesetzt, sein Trägheitsmoment ändere sich nach dem Gesetz $J = J' \frac{ds}{dx}$, um die den einzelnen Lastcomponenten entsprechenden Kämpferdrücke ohne Weiteres angeben zu können. Da die Lage der gesuchten Kämpferdrucklinien nur vom gegenseitigen Verhältniss der horizontalen und verticalen Lastcomponente, also von der Richtung der Pfosten abhängt, wurde angenommen, es wirke eine beliebige constante Kraft in allen diesen normal zum Parabelbogen stehenden Pfosten. Auf der rechten Bogenhälfte ist diese, wie wir der Einfachheit wegen sagen wollen, radiale Kraft jeweils in ihre horizontale und verticale Theilkraft zerlegt worden, z. B. R_9 in H_9 und V_9 , zu welchen sich noch, im Scheitel angreifend, $-H_0$ gesellt.

In erster Linie handelt es sich nun wieder darum, zu diesen drei Systemen von Kräften die links- und rechtsseitigen Kämpferdrücke zu bestimmen. Diejenigen für die verticalen Theilkräfte findet man in bekannter Weise mit Hülfe der punktirt eingezeichneten, mit Sv und Uv angeschriebenen Schnitt- und Umhüllungscurve. In Fig. 3_a ist die Zerlegung ausgeführt und zwar sind die linksseitigen Auflagerdrücke mit $v_1 - v_{11}$, die rechtsseitigen mit $v'_1 - v'_{11}$ bezeichnet.

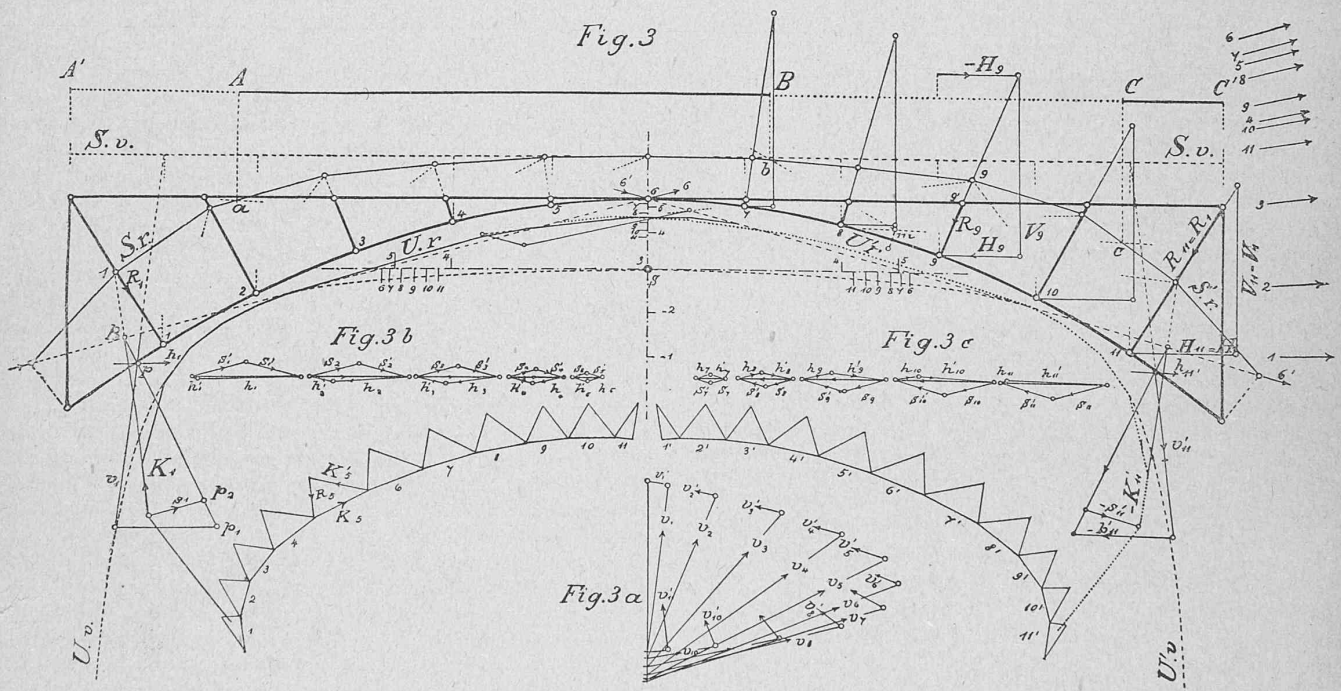
Die den horizontalen Theilkräften entsprechenden Kämpferdrücke wurden durch Berechnung der Axabschnitte SK und SL bestimmt, welche Berechnung mit Hülfe der in Nr. 17 des nämlichen Bandes dieser Zeitschrift gegebenen Tabelle ausgeführt wurde. Die jeweils 11 Abschnitte wurden vom Schwerpunkt des Bogens aus horizontal und vertical (nach links und nach oben positiv gerechnet) aufgetragen und die Verbindung je zweier zusammen gehörender Punkte lieferte einen linksseitigen Kämpferdruck. Um diejenigen des rechten Auflagers zu finden, kann man sich an die Regel halten, dass man sich die Kraft z. B. H_9 an den symmetrischen Knotenpunkt, also 3, versetzt denkt, den dieser Kraft entsprechenden linken Kämpferdruck symmetrisch um die verticale Schwerpunktsaxe des Bogens dreht und dessen Sinn in den entgegengesetzten ändert, welche Operation erleichtert wird durch nochmaliges Auftragen der Abschnitte SK nach rechts. Mit den Richtungen der beidseitigen Kämpferdrücke wurden in den Figuren 3 b und 3 c die horizontalen Theilkräfte in ihre Kämpfercomponenten b und b' zerlegt, z. B. H_9 in b_9 und b'_9 , wovon die erstern dem linken, die letztern dem rechten Auflager angehören.

Den dritten im Scheitel angreifenden Theilkräften endlich entsprechen die durch den Scheitel gehenden Kämpferdrücke 6 und 6' und in den nämlichen Figuren 3 b und 3 c wurden diese Scheitelkräfte in die Kämpfercomponenten s und s' zerlegt, z. B. — H_9 in s_9 und s'_9 , von denen erstere wieder dem linken, letztere dem rechten Auflager angehören.

Nun müssen diese drei Systeme von Kämpferdrücken zusammengesetzt werden, indem man je drei der nämlichen Pfostenkraft, respective ihren Theilcomponenten entsprechende Kämpferdrücke in ihrer wahren Lage zu einer Resultanten vereinigt. Um in der Wahl dieser Tripel von Reactionen sicher zu gehen, um ferner das ganze System der Kämpferlinien vollständig zu erhalten, denke man sich, die radiale Pfostenkraft bewege sich zweimal vom linken frei schwebenden Bogenende successive durch alle Pfosten nach dem rechten festen Bogenende. Das eine Mal denke man sich ferner den Bogen jeweils unmittelbar links von der Pfostenkraft geschnitten, das zweite Mal jeweils rechts derselben. Jedesmal wird man aus den zusammengehörenden Kämpferdrücken ein System zusammengehöriger Kräfteschnitt-

dreieck gebildet und die Resultante ($p_1 p$) bis zum Schnitt mit der Scheitelreaction verlängert, die Resultante an diesen Punkt versetzt ($p_2 p_3$), an das untere Ende (p_3) derselben die Scheitelreaction (s_1) selbst in wahrer Grösse angehängt, worauf in der Resultante K_1 dieses zweiten Kräftedreiecks der gesuchte Gesamtkämpferdruck der Lage nach gefunden war, der sowohl eine Tangente an die Kräfteumhüllungscurve, als auch im Schnitt (1) mit dem Pfosten einen Punkt der Kräfteschnittlinie lieferte.

Was nun diese Linien selbst betrifft, so fallen die Kräfteschnittlinien in beiden Systemen übereinander, decken sich; es existirt also nur eine einzige, $S.r$, welche vom Scheitel aus, wo sie diejenige für verticale Lasten tangirt, nach beiden Seiten des Bogens symmetrisch abfällt. Von den Kräfteumhüllungscurven dagegen sind zwei völlig getrennte, zur verticalen Schweraxe des Bogens symmetrische vorhanden. Dieselben sind in der Zeichnung mit $U.r$ und $U'.r$ bezeichnet; die eine ist ausgezogen, die andere kurz punktiert. Sie verlaufen zuerst innerhalb den Hyperbeln, den Umhüllungscurven für verticale Kräfte, tangiren gemeinschaftlich mit denselben den Kämpferdruck für die verticale



Diese Figur ist für jeden Masstab gültig.

und Umhüllungscurve finden, welcher Systeme also im Allgemeinen zwei existiren müssen; denn das eine Mal hat man die linksseitigen Kämpferdrücke, das andere Mal die rechtsseitigen zu vereinigen. Dabei ist, um vor Irrthümern gesichert zu sein, zu beachten, dass die horizontale Lastcomponente und folglich auch die entsprechenden Kämpferdrücke ihren Sinn ändern, wenn die Last selbst den Scheitel überschreitet und ferner, dass die horizontale Scheitelkraft, weil immer am nämlichen Punkt, im Scheitel angreifend für alle Lagen der Pfostenkraft auf der linken Bogenhälfte als rechts vom Schnitt wirkend angenommen werden muss, und umgekehrt für alle Lagen der Last rechts vom Scheitel als links vom Schnitt wirkend zu denken ist. Und zwar gilt diese Regel in beiden Fällen, ob man sich den Schnitt unmittelbar rechts oder links vom Pfosten geführt denke. Die Construction ist auf der Zeichnung für 3 Fälle stehen gelassen worden, erstens für Pfostenkraft R_1 mit Schnitt links vom Pfosten, für R_9 ebenfalls mit Schnitt links und für R_{11} mit Schnitt rechts vom Pfosten. Es ist immer der der verticalen Theilkraft entsprechende Kämpferdruck (z. B. v_1), zum Schnitt mit dem der horizontalen Theilkraft entsprechenden Kämpferdruck (h_1) gebracht. Durch Aneinandersetzen der beiden Kämpferdrücke wurde das Kräfte-

Scheitelkraft — in diesem Punkt verschwindet nämlich die horizontale Lastcomponente — steigen dann aber steiler an und verlaufen in der entgegengesetzten Bogenhälfte tangirend in die Kämpferdrücke (6 und 6') der horizontalen Scheitelkräfte. Wenn nämlich die Last an die Bogenenden rückt, wirken auf den Bogen nur noch die horizontalen Scheitelkräfte ein, Horizontal- und Verticalcomponente der Last werden vom Auflager selbst aufgenommen, von den drei Systemen von Kämpferdrücken bleiben nur noch die den Scheitelkräften entsprechenden.

Die Bestimmung der ungünstigsten Belastungen ist nun nicht mehr schwierig. Es sei m der obere Kernpunkt eines zwischen 8 und 9 gelegenen Querschnittes. Um den Einfluss von Belastungen links vom Schnitt zu finden, werden Tangenten an die Umhüllungscurve $U.r$ gezogen. Es sind deren zwei möglich, die die Schnittlinie in den Punkten a und b schneiden. Jede Last, die links von B aufgebracht werden kann, beansprucht das Bogenstück links vom Querschnitt m durch den umgekehrten rechtsseitigen Kämpferdruck; dieser geht aber für Lasten zwischen A' und A oberhalb, für solche zwischen A und B dagegen unterhalb des Kernpunktes m durch. Für Belastungen der Strecke $A' A$ ist also die untere Faser gezogen, für solche

der Strecke AB dagegen gedrückt. Die Kämpferdrücke für die nächsten Lasten rechts von B gehen wieder oberhalb m durch. Liegt die Last rechts vom Schnitt m , so kommt der linksseitige Kämpferdruck in Betracht und um hier die Belastungsgrenze zu finden, muss vom Kernpunkt eine Tangente an die Umhüllungscurve U_r gezogen werden, welche auf der Schnittlinie den Punkt c ausschneidet. Die ganze Strecke BC , sowohl links wie rechts vom Querschnitt m , liefert Kämpferdrücke, die übereinstimmend oberhalb m durchgehen. Der linksseitige Kämpferdruck der letzten Last 11 dagegen geht wieder unterhalb m durch und als Schlussergebniss finden wir also, dass die untere Faser im Querschnitt m am stärksten gedrückt ist bei Belastung der Strecken AB und CC' , am stärksten gezogen dagegen bei Belastung der Strecken $A'A$ und $B'C$. Auf diese Weise lassen sich die ungünstigsten Belastungen für alle Querschnitte finden, mit dem Unterschied, dass von den meisten Punkten aus nur zwei Tangenten an die Umhüllungscurven möglich sind. Kommt ein Kernpunkt oder bei Fachwerkbogen ein Knotenpunkt unterhalb die Umhüllungscurven zu liegen, so dass gar keine Tangenten gezogen werden können, so wird die Beanspruchung des Materials an der betreffenden Stelle bekanntlich für Totalbelastung am grössten.

Auf die Bestimmung der inneren Spannungen selbst brauche ich hier nicht einzutreten. Sie kann in gewöhnlicher Weise geschehen, wie sie Prof. Ritter in seinem Werk „Der elastische Bogen, berechnet mit Hilfe der graphischen Statik“ beschrieben hat. Es ist nur darauf aufmerksam zu machen, dass man zur Zerlegung der Lasten in die beiden Kämpferdrücke jeweils von den Punkten der Kräfteschnittlinie aus Tangenten an die zwei verschiedenen Umhüllungscurven zu ziehen hat, nicht an die nämliche.

Zum Schluss will ich noch einmal ausdrücklich auf die Voraussetzung aufmerksam machen, auf welche sich die Kräftepläne im I. und II. Abschnitt stützen, dass nämlich die Bogenenden durch das Eigengewicht des Bogens selbst so fest und unveränderlich auf die Auflager gepresst werden, dass sie sich wie wirklich eingemauerte Enden verhalten, unmittelbar am Auflager nach innen wirkende horizontale Kräfte also z. B. direct aufnehmen, ohne dass eine Uebertragung auf's andere Auflager stattfindet u. s. w.

III.

Es wären nun weiter die Resultate der Untersuchung des Bogens mit Gelenkaulagern unter dem Einfluss horizontaler Kräfte mitzutheilen, doch ist es vorläufig unmöglich hier darauf einzutreten. Ich will nur erwähnen, dass der Kräfteplan ungemein viel einfacher wird, indem man mit zwei einzigen Seilpolygonen auskommt, die überdies schon im Kräfteplan für verticale Kräfte enthalten sind. Die Kämpferschnittlinie sieht ganz ähnlich aus wie beim Bogen mit festem Auflager, nur geht sie jetzt durch die Drehpunkte der Auflager. Die Kräfteumhüllungscurve zerfällt in diese beiden Drehpunkte. Legt man durch den Antipol der die Drehpunkte verbindenden Bogensehne eine zu dieser Parallele, so schneiden die von den Drehpunkten aus gehenden Kämpferdrücke auf dieser gewisse Stücke u' ab, gemessen von der verticalen Schwerpunktaxe. Kennt man die Distanz jenes Antipols und die Stücke u' , so sind also die Kämpferdrücke bekannt. Unter der Voraussetzung $\int \frac{dx}{ds} = \text{constant}$, wird die Distanz des Antipols von der Bogensehne nach der Berechnung von Prof. Ritter

$$y_x = \frac{4}{5}f + \frac{3}{2} \cdot \frac{f^2}{f}.$$

Bezeichne ich nun wieder die Entfernung der horizontal angreifenden Kraft vom Bogenscheitel mit y , mit β den Werth $\frac{y}{f}$, so ergibt sich für u' der folgende Ausdruck:

$$u' = -\frac{l}{20(1-\beta)} \times \left[-2 + 10\beta + 10\beta^{\frac{3}{2}} + 2\beta^{\frac{5}{2}} + 15\left(\frac{\beta}{f}\right)^2(1+\beta^{\frac{1}{2}}) \right]$$

Die Gleichung der Kräfteschnittlinie, bezogen auf ein Coordinatensystem, dessen Anfangspunkt im Bogenscheitel liegt und dessen Ordinaten nach abwärts positiv gerechnet werden, erhält die folgende Form:

$$x = \pm \frac{a}{4 + \frac{15}{2}\left(\frac{\beta}{f}\right)^2} \left[5\left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{5}{2}} + \frac{15}{2}\left(\frac{\beta}{f}\right)^2\left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

Vernachlässigt man den Einfluss der scheerenden und pressenden Kräfte, setzt also $i = 0$, so kommt man auf die einfachere Gleichung

$$x = \pm \frac{l}{8} \left(5\left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{y}{f}\right)^{\frac{5}{2}} \right) \quad \text{oder} \quad \left(\frac{x}{l}\right)^2 = \frac{1}{64}\left(\frac{y}{f}\right)^3 \left(5 - \frac{y}{f} \right)^2.$$

Am besten wird man auch in diesem Fall wieder die Axabschnitte u' berechnen und in eine Tafel bringen, ähnlich der in Nr. 17 dieses Bandes der Zeitschrift für den Bogen mit festem Auflager gegebenen.

Die Centralstation der „Grosvenor Gallery“ der „London Electric Supply Corporation“.

Die kürzlich eröffnete Centralstation der „Grosvenor Gallery“ in London ist insofern von besonderer Wichtigkeit, als sie zum ersten Mal das Transformatorensystem von Ferranti in seiner practischen Anwendung zeigt. Für das projectirte grossartige Unternehmen in Deptford (vide S. 149 d. B.) ist dieser ausgedehnte Versuch oberirdischer Lichtvertheilung von erheblicher Bedeutung. Nachfolgende Beschreibung, welche die electrotechnische Zeitschrift dem „Electrician“ entnimmt, mag von der erwähnten Anlage einen Begriff geben.

Von den bis jetzt in der Grosvenor Gallery installirten 35000 Glühlampen zu 10 N. K. brennen höchstens 20000 auf einmal, welche Zahl selten überschritten wird. Zur Speisung dieser Lampen dienen zwei Ferranti-Wechselstrommaschinen*), jede derselben für 10000 Lampen à 10 N. K.; es soll jedoch eine Maschine allein 19500 Lampen ohne Nachtheil speisen können. Diese Maschinen sind 8,5 m hoch und haben eine 8 bis 10 m lange Grundplatte. Der Anker ist nicht nach dem Ferranti-System construirt, sondern aus getrennten Siemens'schen Spulen gebildet. Letztere bestehen aus dünnen, schmalen Kupferbändern, welche auf dünnplattige Kerne von Kanonenmetall oder Neusilber gewickelt sind. Die Bänder und Kerne sind gerippt, um ein Ausgleiten zu verhüten, und es besteht die auf erstere gewickelte Isolation aus hartem Vulcan-Fibre von $\frac{1}{2}$ mm Dicke. Das eine Ende der Spulen ist mit dem Kern verlöthet, welcher von dem Gestell durch in gusseisernen Bügeln gehaltene Ebonitblöcke isolirt ist. Bei der Deptford-Maschine ist eine erprobte Methode angewandt. Hier sind nämlich 40 Spulen, jede aus 25 Windungen bestehend, vorhanden, welche zu 20 hinter einander und zu 2 parallel geschaltet sind. Der Ankerdurchmesser beträgt 7,6 m und sein Widerstand (kalt) 1,1 Ω , was bei 2400 V. Spannung einen Verlust von 7000 Watt oder 1,36 % der Maximalleistung ergibt. Die Maschine macht 260 Umdrehungen in der Minute und hat 80 Feldmagnete, von denen an jeder Seite 40 sehr geschlossen zusammenstehen. Die Spulen sind zu 8 parallel geschaltet und haben einen Anfangswiderstand von 1 Ω . Die Feldmagnete wiegen 17 t, die Grundplatte 13 t, die Riemscheibe (Durchmesser 4,5 m) 2 t und der Anker 1 $\frac{1}{2}$ t.

Als Erreger dienen Siemens'sche Nebenschlussmaschinen von 100 V. und 108 A., welche direct mit der Welle der Ferranti-Maschine gekuppelt sind. Zuletzt wurde noch eine 12 Kilo-Watt leistende Kapp'sche Nebenschlussmaschine aufgestellt, welche gegenwärtig zur Beleuchtung des Maschinenraumes dient, aber im Nothfall als Erreger verwendet werden kann, wobei Umschalter angewandt werden. Jede dieser Maschinen erhält einen beständigen Oelzufluss aus 300 Gallonen fassenden Behältern, und es wird die Oelcirculation durch 2 Worthington-Pumpen bewirkt. Man verwendet hiezu Biberöl, und das gebrauchte Oel wird durch 2 Seiher zurückgeführt. Die Maschinenstation enthält 4 Dampfmaschinen, von denen 2 eincylindrige, horizontale Marshall-Maschinen von 35 HP, eine gekuppelte, den vorigen ähnliche Maschine von 500 HP und eine Corliss-Maschine von 750 HP vorhanden sind.

*) Eine schematische Darstellung und Beschreibung der Wechselstrommaschine von Ferranti findet sich in Bd. I No. 5 unserer Zeitschrift.