

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 17/18 (1891)
Heft: 6

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Dynamische Theorie des Indicators (Fortsetzung). —

Das Eisenbahnglück bei Mönchenstein. VIII. — Correspondenz. —

Miscellanea: Eidgenössisches Polytechnikum. Kraftübertragungen in

Thun. Cementindustrie. — Concurrenzen: Bibliothekgebäude in Basel.

— Nekrologie: † Lucas Ferdinand Schlöth. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittlung.

Dynamische Theorie des Indicators.

Von Prof. A. Fliegner.
(Fortsetzung.)

§ 3. Der eigentliche indicirte Druck.

Das erste Glied in Gleichg. (9), nämlich die Reihe

$$p_i \equiv \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t), \quad (15)$$

ist das einzige, dessen Coefficienten von denjenigen des Druckes p , Gleichg. (2), abhängig sind. Man muss daher p_i als den eigentlichen indicirten Druck ansehen, da der Indicator diesen anzeigt, wenn die Feder keine Schwingungen macht und keine Reibung vorhanden ist.

Die Coefficienten der Reihe p_i , A_n und B_n , haben aber andere Werthe als die Coefficienten a_n und b_n der Reihe für p . Der Indicator gibt also nicht den wirklichen Verlauf der Druckänderung wieder. Zur Erkennung der Art und Grösse der Abweichungen ist es am besten, die Höhen der verschiedenen Werthen von n entsprechenden Wellen, b_n und H_n , sowie die Lage des ersten Wellenberges, $\varphi = \vartheta_n$ und Θ_n , zu berechnen. Dabei erhält man für die Reihe p :

$$b_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \text{tang. } \vartheta_n = \frac{b_n}{a_n}, \quad (16)$$

für die Reihe p_i :

$$\left. \begin{aligned} H_n &= \frac{\sigma}{\sqrt{(\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2}} b_n, \\ \text{tang. } \Theta_n &= \frac{\sigma - Mn^2\omega^2 + \mu n\omega \cotang. \vartheta_n}{\sigma - Mn^2\omega^2 - \mu n\omega \text{ tang. } \vartheta_n} \text{ tang. } \vartheta_n \end{aligned} \right\} (17)$$

Bei beiden Reihen wird der wesentliche Verlauf des Druckes durch die ersten Glieder, mit den kleineren Werthen von n , bedingt. Die späteren Glieder mit grösserem n gleichen nur die von den früheren noch übrig gelassenen Wellen immer mehr und mehr aus.

Nun ist bei den Indicators σ stets sehr gross gegenüber M und ω . Bei den entscheidenden ersten Gliedern bleibt daher $\sigma > Mn^2\omega^2$. Dann folgt aber aus der zweiten der Gleichg. (17), dass, mag dort tang. ϑ_n positiv oder negativ sein, doch stets

$$\text{für } \sigma > Mn^2\omega^2: \Theta_n > \vartheta_n \quad (18)$$

werden muss. Die Phasen der entscheidenden Wellen treten also für p_i bei grösseren Werthen von q auf, als für p , d. h. später. Wenn für höhere Werthe von n $\sigma - Mn^2\omega^2$ negativ geworden ist, so lässt sich nicht mehr allgemein entscheiden, ob Θ_n grösser wird als ϑ_n , oder kleiner. Da aber diese Glieder nur noch zur Ausgleichung der Curve dienen, so muss man den übrigens selbstverständlichen Schluss ziehen, dass die Angaben des Indicators der wirklichen Druckänderung stets nachtheilen, dass also bei abnehmendem Drucke $p_i > p$ ausfällt, bei zunehmendem dagegen $p_i < p$.

Was die Höhe der Wellen anbetrifft, so zeigen die Gleichg. (17) oder (9), dass das constante Glied für $n=0$ in beiden Reihen denselben Werth annimmt. Der weitere Verlauf von H_n gegenüber b_n hängt von dem Ausdrucke unter der Wurzel im Nenner ab, also von

$$f(n) \equiv (\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2. \quad (19)$$

Die beiden ersten Derivirten dieses Ausdruckes nach n sind:

$$f'(n) = 2\omega^2 n [2M^2 n^2 \omega^2 - (2M\sigma - \mu^2)], \quad (20)$$

$$f''(n) = 12M^2 \omega^4 n^2 - 2\omega^2 (2M\sigma - \mu^2). \quad (21)$$

Der erste Differentialquotient, $f'(n)$, verschwindet für:

$$n_0 = 0 \text{ und } n_m = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} = \frac{1}{M\omega\sqrt{2}} \sqrt{2M\sigma - \mu^2}, \quad (22)$$

während der zweite, $f''(n)$, gleichzeitig die Werte annimmt:

$$f''(n_0) = -2\omega^2 (2M\sigma - \mu^2) \text{ u. } f''(n_m) = 4\omega^2 (2M\sigma - \mu^2). \quad (23)$$

Das Verhalten von H_n gegenüber b_n erscheint hiernach wesentlich abhängig von dem Vorzeichen der Differenz $2M\sigma - \mu^2$. Wäre dieselbe negativ, was vielleicht gelegentlich bei den schwächsten Federn mit kleinem σ der Fall sein könnte, so würde n_m imaginär, $f''(n_0) > 0$ werden; dann läge bei $n = n_0 = 0$ ein Minimum der Function $f(n)$. Mit wachsendem n nähme sie ununterbrochen zu, H_n/b_n also ununterbrochen ab. H_n bliebe daher für alle Werthe von n grösser als Null, aber kleiner als b_n , und p_i müsste sich rascher ausgleichen als p . Practisch dürfte dieser Fall aber kaum vorkommen.

Wenn dagegen bei den stärkeren Federn die Differenz $2M\sigma - \mu^2$ positiv ausfällt, so wird n_m reell, $f''(n_0) < 0$, $f''(n_m) > 0$. Dann hat $f(n)$ bei n_0 ein Maximum, bei n_m ein Minimum. H_n/b_n wächst daher von $n_0 = 0$ an bis n_m , um weiterhin ununterbrochen abzunehmen. H_n ist also anfangs grösser als b_n und wird erst bei Werthen von $n > n_m$ schliesslich kleiner.

Ergibt sich der Werth von n_m zufällig als ganze Zahl, so kommt in dem zugehörigen Gliede der Reihe p_i unter Sinus und Cosinus die Bogenzahl

$$n_m \omega t = t \sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{2M^2}} \quad (24)$$

zu stehen. Eine Vergleichung mit dem zweiten Gliede der Gleichg. (9) unter Berücksichtigung von (9^e) lässt erkennen, dass man es hier mit einer Theilschwingung zu thun hat, die sich nur durch einen verdoppelten Einfluss der Widerstände von den oben besprochenen Federschwingungen unterscheidet. Wäre μ gleich Null, so würden beide Arten von Schwingungen sogar ganz übereinstimmen, nur würde dann H_n unendlich gross, während es unter Beibehaltung von μ endlich bleibt.

Unabhängig davon, ob n_m ganzzahlig ausfällt oder nicht, ist der Quotient H_n/b_n in der Nähe von n_m grösser als weiter weg, so dass die betreffenden Wellen verhältnissmässig mehr Einfluss ausüben als die umgebenden, wenn sie auch die letzteren nicht immer überragen. Man müsste aber hiernach doch erwarten, dass sich gelegentlich ausser den früher besprochenen abnehmenden auch noch bleibende Schwingungen zeigen. Solche beobachtet man aber nicht. Man wird daher annehmen dürfen, dass sie sich nur dann einstellen könnten, wenn längere Zeit ein vollkommen gleichförmiger Beharrungszustand herrschen würde, bei welchem immer genau gleiche Druckänderungen mit genau denselben Phasen der Bewegung der Feder zusammentreffen würden. Da ein solcher Beharrungszustand aber in Wirklichkeit unmöglich eintreten kann, so können sich auch keine derartigen bleibenden Schwingungen ausbilden.

Die Glieder in der Nähe von n_m werden daher bei einer Untersuchung der Abweichung der Reihe p_i von p im Allgemeinen nicht mehr berücksichtigt werden dürfen; man wird bei früheren Gliedern stehen bleiben müssen.

Während hiernach die entwickelten Formeln anzuwenden gestatten, wie der eigentliche indicirte Druck gegenüber dem wirklichen Drucke verläuft, ist es nicht mehr möglich mit ihrer Hülfe allein auch den numerischen Betrag der Abweichungen zu ermitteln. Um doch zu sehen, wie gross der letztere etwa zu erwarten ist, habe ich ein besonderes Zahlenbeispiel nachgerechnet. Der Rechnung habe ich ein Indicatorgramm zu Grunde gelegt, welches gelegentlich an der Versuchs-Dampfmaschine des hiesigen Polytechnikums abgenommen worden ist, und zwar bin ich dabei von der Annahme ausgegangen, dass dieses Diagramm die wirkliche Druckänderung anzeige.

Zuerst musste ich nun die Coefficienten der Reihe p , Gleichg. (2), bestimmen. Dabei bin ich Kirsch*) gefolgt. Der

*) Kirsch, „Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine“, S. 23 u. folgende.