

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 21/22 (1893)  
**Heft:** 18

## Inhaltsverzeichnis

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Ueber die Regulierung von Turbinen. II. — Aus der Baugeschichte der Stadt Luzern. III. — Ein Vorschlag. — Litteratur:

Festschrift. — Miscellanea: Ueber die Verdunstung der Metalle. — Nekrologie: † Dr. Franz Grashof. — Berichtigung.

**Ueber die Regulierung von Turbinen.**

Von *Aurel Stodola*, Professor am eidg. Polytechnikum in Zürich.

II.

**III. Turbine mit Windkessel und verschwindend kleinen Schwungmassen.**

In diesem Falle ist  $T_1 = 0$ , die charakteristische Gleichung wieder quadratisch, und zwar

$$(\alpha_0 + 1) T_2 T_3 \varphi^2 + \left[ -\left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_0 + 1) \varepsilon T_3 \right] \varphi + \left[ (1 - \varepsilon) \left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} \right] = 0.$$

Die Bedingung für abnehmende Schwingungen hat die Form:

$$-\left(\alpha_0 - \frac{1}{2}\right) T_2 + (\alpha_0 + 1) \varepsilon T_3 > 0$$

oder bei Vernachlässigung von 1 neben  $\alpha_0$ :

$$T_3 > \frac{T_2}{\varepsilon} \dots \dots \dots (25)$$

**Bei hinreichender Vergrößerung des Windkessels kann die Schwungmasse auf einen beliebigen kleinen Wert reduciert werden.**

Es ist zu beachten, dass nach Voraussetzung der Windkessel in unmittelbarer Nähe des Leitapparates angeordnet sein muss, weil sonst der Trägheitswiderstand der zwischen den beiden befindlichen Wassermasse die Bewegung störend beeinflussen würde.

**IV. Offene Turbine.**

Dieser Fall soll als Illustration der Annahme  $\varepsilon_0 = 0$  dienen, da bei offenen Turbinen diese Geschwindigkeit klein auszufallen pflegt. Es wird  $T_2 = 0$ ,  $T_3 = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ . Die Differentialgleichungen (6) reducieren sich auf

$$T_1 \frac{dx}{dt} + (\alpha_0 + 1)x = II; \quad \dot{x} = 0; \quad y = -\alpha_0 x; \quad \text{somit ist}$$

$$x = II \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha_0}{T_1} t} \right]$$

d. h. bei der offenen Turbine findet stets ein Uebergang ohne Schwingung statt.

**V. Allgemeiner Fall. Turbine mit Schwungmassen und Windkessel.**

Hier sind die allgemeinen Formeln (11) bis (19) zu benutzen, und man wird insbesondere aus der Bedingung (18) den zulässigen Grenzwert für irgend eine der Grössen  $T_1 T_2 T_3 \varepsilon$  ausrechnen können, wenn die andern gegeben oder angenommen werden. Das meiste Interesse besitzt die Untersuchung des Einflusses der Windkesselgrösse.

Wir ordnen zu diesem Behufe den Ausdruck (18) nach Potenzen von  $T_3$ . Da  $\alpha_0$  im Mittel = 50 und  $\varepsilon$  stets ein kleiner Bruch ist, können wir 1 gegen  $\alpha_0$  und  $\varepsilon$  gegen 1 vernachlässigen. Wir erhalten dann:

$$\alpha_0 \varepsilon [\varepsilon T_1 + \alpha_0 T_2] T_3^2 + \left[ \varepsilon T_1^2 - \alpha_0^2 T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 \varepsilon T_1 T_2 \right] T_3 + \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_0 T_2] T_1 T_2 > 0 \dots \dots (26)$$

Setzen wir

$$\left. \begin{aligned} A &= \alpha_0 \varepsilon [\varepsilon T_1 + \alpha_0 T_2] \\ B &= \frac{1}{2} \left[ \varepsilon T_1^2 - \alpha_0^2 T_2^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 \varepsilon T_1 T_2 \right] \\ C &= \frac{1}{2} [T_1 - \alpha_0 T_2] T_1 T_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots (26a)$$

so lautet die linke Seite von (26) als Funktion von  $T_3$  aufgefasst

$$F(T_3) = A T_3^2 + 2 B T_3 + C > 0 \dots \dots (26b)$$

Die Werte, welche  $T_3$  erhalten darf, um der Bedingung (26b) zu genügen, hängen ab von den Wurzeln  $T_3'$  und  $T_3''$  der Gleichung  $F(T_3) = 0$ , und zwar ist

$$\left. \begin{aligned} T_3' &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - AC}}{A} \\ T_3'' &= \frac{-B + \sqrt{B^2 - AC}}{A} \end{aligned} \right\} \dots \dots (27)$$

Sind die Wurzeln  $T_3'$ ,  $T_3''$  reell, so wird  $F(T_3) > 0$  für alle Werte von  $T_3$ , welche entweder grösser als  $T_3''$ , oder (algebraisch) kleiner als  $T_3'$  sind. Werden die Wurzeln imaginär, so ist  $F(T_3) > 0$  für einen beliebigen Wert von  $T_3$ .

Die Natur der Wurzeln  $T_3'$ ,  $T_3''$  hängt ab von den Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , und zwar wie bekannt in folgender Weise:

- I.  $B^2 - AC$  ist positiv; die Wurzeln sind reell:
  1.  $C < 0$ , es wird  $T_3'$  negativ,  $T_3''$  positiv. Da ein negativer Wert für  $T_3$  keinen Sinn hat, bleibt als Bedingung:  $T_3 > T_3''$ .
  2.  $C > 0$  und  $B < 0$ . Beide Wurzeln sind positiv; es muss  $T_3$  entweder  $> T_3''$  oder  $< T_3'$  werden.
  3.  $C > 0$  und  $B > 0$ . Beide Wurzeln sind negativ; es genügt, wenn  $T_3 > 0$ .
- II.  $B^2 - AC$  ist negativ, die Wurzeln werden imaginär;  $T_3$  ist beliebig.

Um ein Kriterium für den Zeichenwechsel obiger Koeffizienten zu gewinnen, schreiben wir:

$$B = \frac{\varepsilon}{2} \left[ T_1 - \left( \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}} \right) \alpha_0 T_2 \right] \left[ T_1 + \left( -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}} \right) \alpha_0 T_2 \right].$$

Da der zweite Faktor stets positiv ist, hängt das Vorzeichen nur vom ersten ab; bezeichnen wir mit  $\Phi$  den Ausdruck

$$\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{\varepsilon}},$$

so ergibt sich

$$B \cong 0, \text{ je nachdem } T_1 \cong \Phi \alpha_0 T_2.$$

Aus dem Ausdrucke für  $C$  erhellt, dass  $C \cong 0$ , je nachdem  $T_1 \cong \alpha_0 T_2$  ist.

Schliesslich ist leicht nachzuweisen, dass  $B^2 - AC \cong 0$  wird, je nachdem  $T_1 \cong \Psi \alpha_0 T_2$  ist,

und zwar variiert das Verhältnis  $\frac{\Psi}{\Phi}$  sehr wenig; es ändert sich von etwa  $\frac{1}{1.8}$  auf  $\frac{1}{2}$ , während  $\varepsilon$  abnimmt von 0.1 auf 0. Da es sich hier nur um ungefähre Grenzwerte handelt, wählen wir die runde Zahl  $\frac{1}{2}$  und setzen  $\Psi = \frac{1}{2} \Phi$ .

Dann ergibt sich folgende Zusammenstellung:

1.  $0 < T_1 < \alpha_0 T_2$ ; die Wurzeln haben verschiedene Vorzeichen; es muss  $T_3 > T_3''$  sein.
2.  $\alpha_0 T_2 < T_1 < \frac{1}{2} \Phi \alpha_0 T_2$ ; beide Wurzeln sind positiv, also muss  $T_3$  entweder grösser als  $T_3''$  od. kleiner als  $T_3'$  angenommen werden.
3.  $\frac{1}{2} \Phi \alpha_0 T_2 < T_1 < \infty$ ; beide Wurzeln sind entweder negativ oder imaginär;  $T_3$  kann einen beliebigen positiven Wert darstellen.

Dem hier vorkommenden Ausdruck  $\alpha_0 T_2$  entspricht nach Bedingung (22) die minimale Schwungmasse, mit welcher eine ohne Windkessel arbeitende Turbine ausgestattet werden kann. Wir wollen diese Schwungmasse die „normale“ nennen und dürfen hiernach obige Resultate in folgender Form aussprechen:

**Die zulässige (oder notwendige) Grösse des Windkessels ist hauptsächlich bedingt durch das Verhältnis der Schwungmasse zur relativen Leitungslänge und durch die Bewegungswiderstände der Zuleitung, und zwar:**