Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 23/24 (1894)
Heft: 15

Artikel: Zur Beurteilung der unterschlächtigen Wasserräder
Autor: Fliegner, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-18729

Zur Beurteilung der unterschlächtigen Wasserräder.

Von Prof. *A. Fliegner.*

Als *disponible Arbeit* der unterschlächtigen Wasserräder wird ganz allgemein die *angehäufte Arbeit* des vor dem Rade ankommenden Wassers angesehen. Wird das Wasser durch eine Spannschütze gestaut, so legt man der Berechnung dieser Arbeit die Geschwindigkeit zu Grunde, mit der es unter der Schütze durchströmt. Hat man es dagegen mit einem Schiffsmühlen- oder Flotschrade zu thun, das ohne jeden weiteren Einbau in das Wasser hineingehängt wird, so rechnet man mit der ursprünglichen Geschwindigkeit im freien Wasserlaufe. So lange es sich dabei, wie gewöhnlich, nur um ein einzelnes Rad handelt, ist dieses Vorgehen durchaus richtig.

Anders stellt sich aber die Sache, wenn in demselben Kanal *nacheinander eine grössere Anzahl von Flotschrädern* arbeitet. Diese Anordnung findet sich untersucht bei Weisbach, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5. Aufl. v. G. Hermann, II. Teil, 2. Abteilung, Seite 289, und bei Grashof, Theoretische Maschinenlehre, 3. Band, Seite 175. An beiden Orten ist die *disponible Arbeit für alle Räder zusammen* gleich der *angehäuften Arbeit des Wassers* **vor dem ersten Rade** gesetzt. Damit im Zusammenhange ist dann angenommen, das Wasser komme an jedem folgenden Rade mit der gleichen Geschwindigkeit an, mit der es das vorhergehende verlassen hat. Da nun das Wasser an jedem Rade Geschwindigkeit verliert, so müsste es sich immer langsamer und mit immer grösserer Tiefe bewegen. Um aber nicht zu grosse Wasserverluste unter dem Rade zu ergeben, muss die Sohle des Kanals in der gleichen Höhe wie vor dem Rade bis etwas dahinter fortgesetzt werden. Die Verlangsamung der Geschwindigkeit und die Zunahme der Wassertiefe im Rade könnten daher nur durch eine absolute Erhöhung des Wasserspiegels zu stande kommen. Der Wasserspiegel müsste also an jedem Rade sprungweise *ansteigen.*

Zwischen zwei Rädern kann die Geschwindigkeit w des Wassers aber nur dann konstant bleiben, wenn sie mit dem Profilradius r, dem relativen Gefälle α und den durch den Koefficienten λ eingeführten Widerständen in einem ganz bestimmten Zusammenhange steht, den man am einfachsten in der Chezy'schen Form benutzt:

$$r\,\alpha = \lambda\,\frac{w^2}{2g}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Setzt man voraus, der Kanal habe auf der ganzen in Frage kommenden Strecke rechteckigen Querschnitt mit konstanter Breite, so gehören zu einer kleineren Geschwindigkeit und daher grösseren Tiefe: ein grösserer Wert von r und ein kleinerer von λ. Daher muss nach Glchg. (1) auch α kleiner werden. Die Entwickelungen von Weisbach und von Grashof setzen also eigentlich voraus, dass der Kanal nach jedem Rade eine entsprechend geringere Neigung besitzt. Wenn nun Weisbach ausdrücklich von einem „horizontalen Schnurgerinne" spricht, so steht das hiernach im Widerspruche mit der Annahme, von der er ausgeht. Grashof setzt das Gerinne allerdings „wenig geneigt" voraus; es ist aber nicht ersichtlich, ob er eine konstante oder eine veränderliche Neigung meint.

Aber auch wenn man eine richtige Veränderlichkeit in der Neigung des Kanals voraussetzt, so bleibt doch noch eine Schwierigkeit übrig. Giebt man nämlich den Rädern eine gebräuchliche Grösse und stellt sie in angemessenen, nicht zu grossen, gegenseitigen Abständen auf, so wird die Neigung des Kanals bald so klein, dass das Sohlen- oder Spiegelgefälle zwischen zwei Rädern kleiner ausfällt, als die Erhebung des Wasserspiegels an jedem der benachbarten Räder. Dann würde aber der Wasserspiegel im Mittel absolut ansteigen, und das Schlussergebnis wäre, dass mit zunehmender Räderzahl das Wasser seine vor dem ersten Rade enthaltene Arbeit immer vollständiger abgeben und gleichzeitig der Wasserspiegel immer höher steigen würde.

Wenn man aber auch den Rädern, um diesen Widerspruch zu beseitigen, einen so grossen gegenseitigen Abstand geben wollte, dass der Wasserspiegel nicht mehr im Mittel absolut anstiege, so würde das Wasser doch überall eine grössere Tiefe besitzen, als im freien Wasserlaufe. Jedenfalls wäre also hinter dem letzten Rade ein *eigentliches, grösseres Gefälle aufgestaut,* das auch noch ausgenutzt werden könnte. Dadurch würde aber die disponible Arbeitsleistung vergrössert, und zwar um so mehr, je mehr Räder hinter einander angeordnet sind.

Ausser diesen Schwierigkeiten ist gegen die Auffassung von Weisbach und Grashof noch geltend zu machen, dass die dabei nötige Veränderlichkeit der Neigung des Kanals den wirklichen Verhältnissen kaum jemals entsprechen dürfte. Es ist vielmehr anzunehmen, dass die benutzte Strecke des Kanals *auf ihrer ganzen Länge genau, oder doch wenigstens angenähert, konstante Neigung* besitzen wird. Dann kann sich aber das Wasser zwischen zwei Rädern nicht mehr mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Diese muss sich vielmehr ändern nach den Gesetzen, die für die *ungleichförmige Bewegung* des Wassers in offenen Leitungen gelten. Die Verhältnisse sind also nach der Gleichung der sogenannten *Staukurve* zu beurteilen.

In der Gleichung dieser Kurve sind ausser den schon benutzten noch einige weitere Bezeichnungen nötig. Es bedeutet:

x den horizontal gemessenen Abstand der Punkte des geänderten Wasserspiegels vom Schnittpunkte der horizontalen Asymptote der Kurve mit dem Längenprofil der Sohle des Kanals,

t die Wassertiefe beim gleichförmigen Bewegungszustande für die gleiche Wassermenge, also im freien Kanal,

η den Quotienten aus der wirklichen Wassertiefe in einem Querschnitt bei der ungleichförmigen Bewegung dividiert durch t.

Mit diesen Bezeichnungen schreibt sich die bekannte, allerdings nur angenähert gültige, integrierte Gleichung der Staukurve:

$$x = \frac{t}{\alpha}\left[\eta - \left(1 - \frac{2\alpha}{\lambda}\right)\left(\frac{1}{6}\,\text{log. nat.}\,\frac{\eta^2+\eta+1}{(\eta-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\,\text{arc. cotg.}\,\frac{1+2\eta}{\sqrt{3}}\right)\right]. \quad (2)$$

Nach dieser Gleichung hat der Wasserspiegel stets einen Punkt mit einer *vertikalen Tangente.* Das zugehörige Tiefenverhältnis, $\equiv \eta_s$, folgt aus einer Form der Differentialgleichung der Kurve zu:

$$\eta_s = \sqrt[3]{\frac{2\,\alpha}{\lambda}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

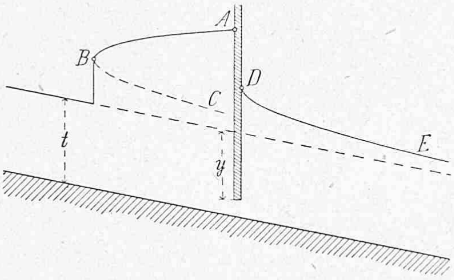
Die folgenden Untersuchungen sollen nun nur unter einigen vereinfachenden Voraussetzungen durchgeführt werden. Zunächst ist angenommen, der Kanal habe auf dem ganzen benutzten Stück eine *konstante Neigung α der Sohle* und einen *rechteckigen Querschnitt* von der *konstanten Breite b.* Ferner sollen nur Räder berücksichtigt werden, die *in gegenseitig gleichen Abständen* aufgestellt sind, die *unter sich gleiche Durchmesser besitzen* und deren *Schaufeln ebene, radial stehende Flächen* sind. Die Räder seien einfach, ohne jede Schützenvorrichtung in den freien Kanal eingehängt. Für alle Räder ist *einerlei Umfangsgeschwindigkeit u* vorausgesetzt, und zwar 0,4 von der Geschwindigkeit im freien Kanal, welcher Wert von u erfahrungsgemäss die grösste Leistung bei einem einzigen Rade ergiebt. Da es sich hier nicht um eine erschöpfende Theorie solcher Räder handeln soll, sondern nur um die Untersuchung einiger grundsätzlicher Fragen, so ist auf eigentliche Wasserverluste zwischen Schaufeln und Kanalwandungen keine Rücksicht genommen. Wenn die Schaufeln nur *auf einen Teil der Wassertiefe tauchen* sollen, so ist so gerechnet worden, als wenn die unter den Schaufeln frei durchfliessende Wassermenge durch das Rad gar nicht in ihrer Bewegung beeinflusst werden würde. Die Verlangsamung erstreckt sich dann also nur auf die Tauchtiefe y der Schaufeln. Da sich dieser obere Teil der ganzen Wassermenge vor dem Einhängen des Rades auch mit der Geschwindigkeit w und bei der gleichen Neigung α bewegte, während sein Profilradius kleiner ist, als für die ganze Tiefe, so muss nach Glchg. (1) auch λ entsprechend kleiner eingeführt werden. Die untere unverändert mit w durchfliessende Wassermenge bildet dabei für die obere eine bewegliche Unterlage, wodurch die Widerstände für den oberen Teil verkleinert werden. In Glchg. (2) ist dann für t nur die Tauchtiefe y des Rades zu setzen. Ebenso beziehen sich die Verhältniswerte η auf y als Einheit. Wegen der Abhängigkeit der Widerstände, λ, von y ändert sich mit y der ganze Verlauf der Staukurve und nach Glchg. (3) auch der Wert von η_s.

Zunächst soll jetzt ein Kanal mit *grösserem relativem Gefälle* α untersucht werden, so dass auch bei der grössten Tauchtiefe der Räder, also beim grössten Werte von λ, doch

$$\alpha > {}^1/_2\,\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

bleibt. Die in diesem Falle auftretenden Stauverhältnisse sollen zuerst an einem einzelnen Rade erläutert werden, s. Fig. 1.

Fig. 1.



Da sich das Rad nach Voraussetzung mit einer Umfangsgeschwindigkeit $u = 0{,}4\,w$ bewegt, so wird die mit dem Rade in Berührung kommende Wasserschicht auf eine Tiefe $y/0{,}4$, also auf $\eta_1 = 2{,}5$ gestaut. Bei grösserer Tauchtiefe des Rades wird $\eta_1 > \eta_s$. Dann stellt sich *oberhalb des Rades ein Stau* von der Art ein, dass der Wasserspiegel am Rade bei A beginnend absolut *sinkt*, bis in B mit η_s der Berührungspunkt der vertikalen Tangente der Kurve erreicht ist. Weiter hinauf erstreckt sich der Stau nicht, und es erfolgt dort der Uebergang aus dem ursprünglichen Wasserspiegel mit $\eta = 1$ durch den *Bidone'schen Wassersprung*.

Die Gleichung der Kurve giebt hinter B eine nach unten zu gerichtete Fortsetzung, die sich asymptotisch an den Wasserspiegel für $\eta = 1$ anlegt. In der Figur ist dieses Stück gestrichelt in BC angegeben. Dieser Zweig gilt für *Eintreten des Wassers in den Kanal mit zu kleiner Geschwindigkeit,* also mit $\eta > 1$; er hat daher oberhalb des Rades keine Bedeutung, sondern er dient zur Beurteilung der Bewegung unterhalb desselben. Nun giebt es aber auf diesem Zweige nur Wassertiefen $\overline{<}\,\eta_s$. Man muss daher annehmen, dass der Wasserspiegel schon zwischen den Schaufeln des Rades oder doch unmittelbar dahinter bis D mit $\eta_2 = \eta_s$ sinkt, um dann weiter nach $D\,E$, einer kongruenten Verschiebung von $B\,C$, zu verlaufen.

Lässt man das Rad *weniger tief* tauchen, so nimmt η_s zu, und schliesslich muss $\eta_s > 2{,}5$ werden. Dann stellt sich *oberhalb* des Rades *kein Stau* mehr ein. Vielmehr bewegt sich das Wasser mit unveränderter Geschwindigkeit w und mit der Tiefe $\eta = 1$ bis an das Rad heran, um dann wohl teilweise an den Schaufeln aufzusteigen, teilweise aber mit Kontraktion unten durchzuströmen und sich erst zwischen den Schaufeln vollständig auf u zu verlangsamen und die Tiefe $\eta = 2{,}5$ zu erreichen. Da diese Tiefe kleiner ist als η_s, so wird man annehmen müssen, dass das Wasser seine Bewegung unterhalb des Rades auch mit $\eta_2 = 2{,}5$ beginnt. Das Stück $D\,E$ der Kurve gilt dann erst von einem Punkte an, dessen Tangente schon geneigt ist.

Folgen sich in einem Kanal *mehrere Räder* aufeinander, so kann sich der eben gefundene Verlauf der Wasserspiegel nur oberhalb des ersten und unterhalb des letzten Rades wirklich ausbilden. Zwischen den Rädern gelten nur je begrenzte Stücke der Kurven. Würde bei einem Rade ein eigentlicher Sprung auftreten und stehen die Räder dabei so nahe, dass jedes in den Stau des folgenden hineinragt, so kann sich nur ein an A liegendes Stück des Zweiges $A\,B$ ausbilden. Ist der Abstand der Räder grösser, so gilt zunächst ein Stück des Zweiges $D\,E$ und dann der ganze Zweig $B\,A$. Allerdings kommt das Wasser jetzt mit einer kleineren Geschwindigkeit vor der Sprungstelle an; es ist aber zu erwarten, dass die Ausbildung des Sprunges dadurch nicht wesentlich beeinflusst wird. Tauchen die Räder so wenig, dass gar kein eigentlicher Stau auftritt, so gilt zwischen je zweien nur ein Stück des Zweiges $D\,E$ von $\eta_2 = 2{,}5$ an.

Die Arbeitsleistung, die vom Wasser auf ein Rad übertragen werden kann, ist in Pferdestärken:

$$N = \frac{M}{75}\,(w - u)\,u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Hierin bedeutet M die in jeder Sekunde auf das Rad treffende Wassermasse, u die Umfangsgeschwindigkeit des Rades und w die Ankunftsgeschwindigkeit des Wassers. Beim ersten Rade ist w natürlich die Geschwindigkeit im freien Wasserlaufe, bei den folgenden Rädern wird man dafür aber die *grösste* zwischen zwei Rädern auftretende Geschwindigkeit einführen müssen. Jenachdem ist das also die Geschwindigkeit unmittelbar hinter dem vorhergehenden Rade, oder unmittelbar vor dem Sprung, oder endlich unmittelbar vor dem betrachteten Rade selbst.

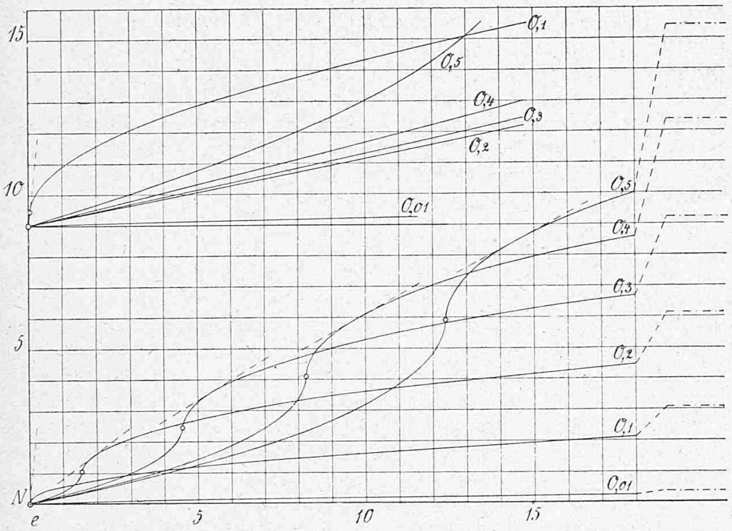
Bei einer Reihe von Rädern ist es noch wichtig, zu untersuchen, wie viel *Arbeit* man *auf jedem Meter der Kanallänge* gewinnen kann. Für jede Tauchtiefe ist eine günstigste gegenseitige Entfernung der Räder zu erwarten; es ist aber auch nicht ausgeschlossen, dass es vielleicht eine günstigste Tauchtiefe giebt. Die Formeln, auf die sich die Untersuchung dieser Fragen stützt, sind nun zu verwickelt gestaltet, um rein analystisch vorgehen zu können; man muss daher eine Anzahl passend ausgewählter Zahlenbeispiele durchrechnen. Dabei soll aber zur Vereinfachung das unter abweichenden Verhältnissen arbeitende erste Rad nicht besonders berücksichtigt, also eigentlich so gerechnet werden, als ob die Anzahl der Räder unendlich gross wäre.

Den Zahlenbeispielen ist ein Kanal zu Grunde gelegt von einem relativen Gefälle $\alpha = 0{,}02$, einer Breite $b = 2^{\mathrm{m}}$, einer Wassertiefe vor dem Einhängen der Räder $t = 0{,}5^{\mathrm{m}}$ und einem Widerstandskoefficienten für diese Tiefe $\lambda = 0{,}01$. Damit berechnet sich die Geschwindigkeit im freien Kanal zu $w = 3{,}61663^{\mathrm{m}}$. Um umfangreichere Tabellen zu vermeiden, sind die Ergebnisse der Rechnung in Fig. 2 so dargestellt, dass dort die Leistung eines Rades in Pferdestärken N in Funktion des Abstandes e^{m} je zweier Räder aufgetragen ist, und zwar für die Tauchtiefen $y = 0{,}5$ $0{,}4$ $0{,}3$ $0{,}2$ $0{,}1$ und $0{,}01^{\mathrm{m}}$. Diese Tiefen sind als Zahlen neben die einzelnen Kurven geschrieben.

Bei grösseren Tauchtiefen steigen die Kurven mit wachsendem e anfänglich immer rascher an und erreichen eine vertikale Wendetangente in dem Augenblicke, in dem die Sprungstelle gerade genau bis zum vorhergehenden Rade reicht. Hinter diesem Punkte ändern die Kurven den Sinn der Krümmung und legen sich asymptotisch an den Grenzwert von N an, der einem einzelnen Rade entsprechen würde. Diese Grenzwerte sind in der Figur rechts durch kürze, horizontale strich-punktierte Linien angedeutet, die noch durch geneigte gestrichelte Linien mit der zugehörigen Kurve verbunden sind. Mit abnehmender Tauchtiefe rückt der Wendepunkt immer näher an den Nullpunkt des Koordinatensystems heran. Für $y = 0,1$ liegt er nur noch 6^{mm} dahinter, so dass der Anfang der Kurven zur grössern Deutlichkeit in der obern Nebenfigur noch einmal im zehnfachen Masstabe der Hauptfigur hingezeichnet worden ist. Für noch kleinere Tauchtiefen wird schliesslich $\eta_s > 2,5$; dann ist nur noch der nach unten hohle Teil der Kurve vorhanden.

So lange sich ein Sprung bilden würde, jedes Rad aber im Stau des folgenden steht, gewinnt man bei bestimmtem Abstande an jedem Rade um so mehr Arbeit, je geringer die Tauchtiefe ist. Auch wenn die Räder

Fig. 2.



weiter auseinander stehen, ist zunächst noch eine geringere Tauchtiefe innerhalb gewisser Grenzen vorteilhafter. Erst bei grösserem Abstande erhält man bei grösserer Tauchtiefe auch die grössere Arbeitsleistung. Wird die Tauchtiefe dagegen so klein, dass sich kein Sprung mehr bildet, so nimmt die Leistung für alle Radabstände mit der Tauchtiefe gleichzeitig rasch ab. Eine so geringe Tauchtiefe ist also jedenfalls unvorteilhaft.

Was endlich die Leistung auf jedes Meter der Kanallänge anbetrifft, also den Quotienten N/e, so ergiebt sich dieser aus der Figur als die trigonometrische Tangente des Neigungswinkels eines Strahles aus dem Anfangspunkte des Koordinatensystems nach dem betrachteten Kurvenpunkte. Dabei zeigt sich nun, dass, so lange ein Sprung vorhanden ist, jede Kurve einen *steilsten* Strahl besitzt, der sie etwas hinter dem Wendepunkte berührt. Der Berührungspunkt dieser Tangente, die als kurze, gestrichelte Linie angegeben ist, entspricht *dem grössten Werte des Quotienten* N/e für die zugehörige Tauchtiefe; seine Abscisse giebt den günstigsten gegenseitigen Abstand der Räder, seine Ordinate die dabei an jedem Rade gewonnene Arbeitsleistung.

Die Figur zeigt aber auch, dass der günstigste Wert des Quotienten N/e, so lange ein Sprung vorhanden ist, *mit abnehmender Tauchtiefe zunimmt*. Rückt der Wendepunkt der Kurve $N = f(e)$ schliesslich in den Nullpunkt des Koordinatensystems, so würde sogar $N/e = \infty$ werden. Ein solcher Wert ist natürlich unmöglich. Zur Erklärung dieses Widerspruches muss berücksichtigt werden, dass die Gleichung der Staukurve, Glchg. (2), nur *angenähert* gültig ist. Namentlich die eine Annahme übt auf diese Verhältnisse einen bedeutenden Einfluss aus, dass sich alle Wasserelemente durch jeden Querschnitt mit Geschwindigkeiten bewegen, die nur in der Richtung des Längenprofils bedeutende Komponenten besitzen, während die in den Querschnitt selbst fallenden Komponenten gegenüber jenen verschwindend klein bleiben. An der Sprungstelle haben aber einzelne Wasserelemente überhaupt nur *im* Querschnitt liegende Geschwindigkeiten. Namentlich an dieser Stelle muss also die Gleichung der Staukurve besonders unzuverlässig sein. Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung würden darauf hindeuten, dass die beiden Zweige AB und BC, Fig. 1, gar nicht in so einfacher Weise zusammenhängen, dass bei B vielmehr eine Unstetigkeit vorhanden sein muss. Diese muss so vorausgesetzt werden, dass die Kurven $N = f(e)$ in Fig. 2 jedenfalls keine vertikale Wendetangente besitzen, sondern aus zwei entgegengesetzt gekrümmten Stücken bestehen, die in der Nähe des dortigen Wendepunktes in einer Spitze zusammenstossen. Beide Stücke müssen aber auf ihrer ganzen Länge gegenüber der Horizontalen unter einem Winkel $\angle 90^\circ$ geneigt bleiben.

Die eben erörterte Ungenauigkeit der Gleichung der Staukurve wird sich natürlich um so weniger fühlbar machen, je weiter die Sprungstelle vom Rade entfernt ist, je tiefer also das Rad taucht. Und man wird daher aus dem Verlaufe der Kurven in Fig. 2 doch den Schluss ziehen können und müssen, dass *die Tauchtiefe der Räder auf die Ausnutzung der Längeneinheit des Kanals keinen wesentlichen Einfluss ausüben kann*, so lange wenigstens, als sich bei einem einzelnen Rade noch ein Sprung ausbilden würde. Lässt man die Räder weniger tief eintauchen, so kann man sie angenähert im umgekehrten Verhältnis dichter stellen. Dagegen sinkt die Ausnutzung der Kanallänge sofort bedeutend, wenn man die Räder nur so wenig tauchen lässt, dass sie nach aufwärts zu gar nicht eigentlich stauen. So geringe Tauchtiefen wären also auch in dieser Richtung unvorteilhaft.

Die bisherigen Untersuchungen bezogen sich auf einen verhältnismässig steilen Kanal. Ist umgekehrt das *relative Gefälle der Sohle klein*, so wird bei grösserer Tauchtiefe des Rades

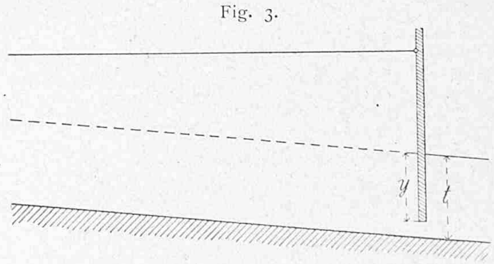
$$\alpha < {}^1/_2\, \lambda \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (6)$$

Dann hat die Staukurve einen anderen Verlauf, s. Fig. 3, wo auch zunächst nur *ein einzelnes Rad* vorausgesetzt ist. Am Rade mit $\eta = 2,5$ beginnend, erhebt sich der Wasserspiegel nämlich nach aufwärts zu sofort über die Horizontale und legt sich asymptotisch an den Wasserspiegel des freien Kanals an. Diese Kurve hat aber keinen weiteren Zweig für $\eta > 1$. Es ist also nicht möglich, dass das Wasser unterhalb des Rades noch beeinflusst wird. Dort muss es vielmehr, wie im freien Kanal, mit $\eta = 1$ abströmen.

Folgt sich nun in einem solchen Kanal *eine Reihe von Rädern* in gegenseitig gleichen Abständen, so arbeitet jedes im Stau des folgenden, ohne aber diesen Stau selbst irgendwie zu ändern. Als grösste in Glchg. (5) einzuführende Geschwindigkeit w zwischen zwei Rädern hat man dann die Geschwindigkeit unmittelbar unterhalb eines Rades zu nehmen. Nur beim obersten Rade der Reihe müsste das die ursprüngliche Geschwindigkeit im freien Kanal sein.

Lässt man die Räder weniger tief tauchen, so nimmt der in die Gleichungen einzusetzende Wert von λ ab, und es muss schliesslich einmal $\alpha > {}^1/_2\, \lambda$ werden. Dann hat man aber im wesentlichen wieder den vorigen Fall des steileren Kanals, nur mit anderen Zahlenwerten.

Fig. 3.

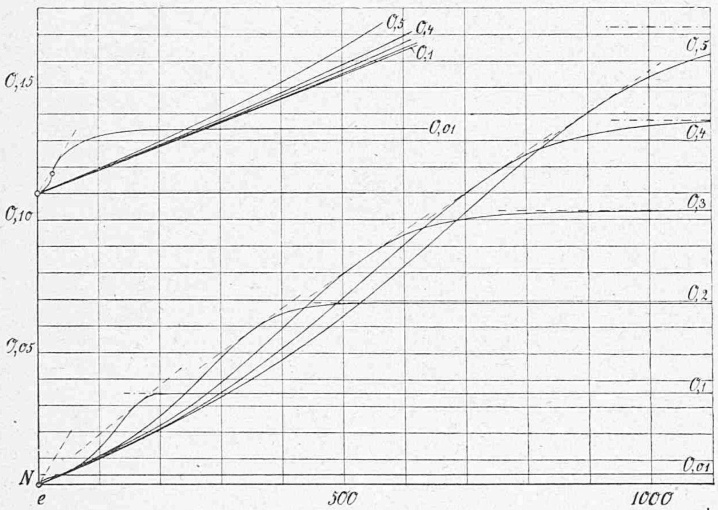


Ein weiterer Einblick in die Verhältnisse lässt sich natürlich auch hier nicht aus den Gleichungen allein gewinnen, sondern nur durch Berechnung eines Zahlenbeispiels. Das ist hier geschehen für einen Kanal mit $\alpha = 0,001$. Sonst sind alle Zahlenwerte des vorigen Beispiels beibehalten, nur sinkt die Geschwindigkeit im freien Kanal infolge der geringeren Neigung auf $0,8087\ m$. Die Ergebnisse der Rechnung sind durch die Kurven $N = f(e)$ in Fig. 4 dargestellt, und es ist auch der Teil in der Nähe des Nullpunktes in der oberen Nebenfigur im zehnfachen Massstabe wiederholt. Die Darstellung schliesst sich auch sonst der in Fig. 2 befolgten im wesentlichen an.

Figur 4 zeigt nun, dass die Kurven $N = f(e)$ beim flachen Kanal für grössere Tauchtiefen wesentlich gleichartig verlaufen, wie beim steilen, nur mit dem Unterschiede, dass hier die Wendetangente nicht vertikal steht, sondern geneigt bleibt. Die Tangenten vom Nullpunkt des Koordinatensystems an die oberen Teile der Kurven, die dem günstigsten Werte des Quotienten N/e entsprechen, werden auch hier um so steiler, je tiefer die Kurve liegt. Namentlich rasch nimmt die Steilheit dieser Tangente zu, wenn die Räder nur so wenig tauchen, dass sich ein Sprung bildet, siehe die Nebenfigur.

Fasst man dieses Ergebnis mit dem für den steileren Kanal gefundenen zusammen, so wird man den Schluss ziehen müssen, die Tauchtiefe einer Reihe von Rädern sei

Fig. 4.



stets so zu wählen, dass sich bei einem einzelnen Rade ein Stau oberhalb mit einem Bidone'schen Wassersprung ergeben würde. Ist aber diese Bedingung erfüllt, so ist die besondere Annahme über die Grösse der Tauchtiefe auf die Ausnützung der Längeneinheit des Kanals von untergeordnetem Einflusse, insofern der Abstand der Räder im richtigen Verhältnis zur Tauchtiefe gewählt wird. Für eine wirkliche Anwendung müssten zusammenpassende Werte allerdings ausprobiert werden, da die Gleichungen zu ihrer Berechnung nicht genügend genau sind. Natürlich ist es aber nicht ausgeschlossen, dass sich dabei gelegentlich Zahlenwerte ergeben können, die praktisch unausführbar sind.

Zum Schlusse soll noch die Frage kurz erörtert werden, was man bei einer solchen Reihe von unterschlächtigen Rädern als die *disponible Arbeitsleistung* anzusehen hat. Es ist selbstverständlich, dass das hier nicht die angehäufte Arbeit des vor dem ersten Rade ankommenden Wassers sein kann. Denn wenn man die Anzahl der Räder nur genügend vergrössert denkt, so gewänne man schliesslich im ganzen eine Arbeitsleistung, die beliebig grösser gemacht werden könnte, als jene disponible. Man muss vielmehr jedes einzelne Rad für sich betrachten und bei der Bestimmung der disponibeln Arbeitsleistung den gleichen Weg einschlagen, wie bei den übrigen hydraulischen Motoren. Dort steht das Wasser am Ende des Obergrabens mit einer Geschwindigkeit w_1 zur Verfügung. Dann sinkt es um das von Spiegel zu Spiegel zu messende „Radgefälle" H durch den Motor hinunter und strömt am Anfang des Untergrabens mit einer Geschwindigkeit w_2 ab. Ist dann Q das in jeder Sekunde durchströmende Wasservolumen in Kubikmetern, γ sein spezifisches Gewicht, so wird die disponible Arbeitsleistung in Sekundenmeterkilogrammen:

$$L_m = Q\gamma\left(\frac{w_1^2}{2g} + H - \frac{w_2^2}{2g}\right). \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Bei den gewöhnlichen hydraulischen Motoren sind nun die beiden Geschwindigkeiten w_1 und w_2 an und für sich verhältnismässig ziemlich klein und ausserdem unter sich sehr wenig verschieden. Und da sie in Glchg. (7) in einer Differenz auftreten, so kann man sie unbedenklich ganz vernachlässigen. Das giebt den gebräuchlichen Ausdruck für die disponible Arbeitsleistung:

$$L_m = Q H \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Hat man dagegen eine Reihe unterschlächtiger Wasserräder, so steht für jedes einzelne ein Stück der Kanallänge zur Verfügung gleich dem gegenseitigen Abstande der Räder. Am Anfange und Ende eines solchen Stückes hat das Wasser je die gleiche Geschwindigkeit. Man muss daher in Glchg. (7) genau $w_1 = w_2$ setzen und erhält so für die disponible Arbeitsleistung auch Glchg. (8). H ist dabei das *Sohlen- oder Spiegelgefälle auf einer Strecke gleich dem Abstande der Räder.* Und da, wie früher nachgewiesen worden ist, bei richtiger Anordnung der Räder der Quotient max (N/e) von der Tauchtiefe ziemlich unabhängig ist, so wird man stets für Q die *ganze* durch den Kanal fliessende *Wassermenge* einsetzen müssen. Allerdings sind so die Widerstände des Wassers bei seiner Bewegung im Kanal zwischen den Rädern diesen selbst in Anrechnung gebracht. Da man diese Widerstände aber nur durch umständlichere Rechnungen und doch nicht genau berücksichtigen könnte, so ist es am einfachsten, Glchg. (8) beizubehalten. Besitzt der Kanal kein konstantes, relatives Gefälle, so bewegt sich das freie Wasser ungleichförmig. Dann sind die Geschwindigkeiten w_1 und w_2 in den beiden Grenzquerschnitten im allgemeinen verschieden und die disponible Arbeitsleistung muss nach Glchg. (7) berechnet werden.

Auf ein einzelnes unterschlächtiges Rad lässt sich diese Bestimmung der disponiblen Arbeitsleistung nicht anwenden, da sich der durch das Rad hervorgerufene Stau nach einer Seite hin ins Unendliche erstreckt. Nach Glchg. (7) zu rechnen ist aber auch nicht gut möglich. Dabei müsste man die Gleichung der Staukurve mit benutzen, und diese ist nicht genügend genau bekannt. Ausserdem ist es aber auch nicht nötig, dem Wasser für ein folgendes Rad noch eine gewisse Geschwindigkeit zu lassen. Man wird also verlangen dürfen und müssen, dass w_2 möglichst klein werden soll, also womöglich Null. Und da bei einem Flotschrade dann kein eigentliches Gefälle verfügbar, also $H = 0$ ist, so bleibt für L_m nur das erste Glied in Glchg. (7) übrig. Das ist dann aber die angehäufte Arbeit des freien Wassers, und man kommt auf die gebräuchliche Bestimmung der disponiblen Arbeitsleistung solcher Räder.

Zürich, Mai 1894.

Gefährliche Riemenscheiben.

Von *Rudolf Escher*, Professor am eidg. Polytechnikum zu Zürich.

In einer elektrischen Centralstation flogen vor einiger Zeit die vier auf der horizontalen Turbinenwelle sitzenden Antriebscheiben für die Dynamomaschinen gleichzeitig auseinander, zum Glück, ohne dass das Wartpersonal irgend welchen Schaden nahm. Auch in Bezug auf den Materialschaden lief der Unfall sehr glimpflich ab; einige Löcher im Fussboden und in der Gipsdecke allein legten Zeugnis ab von der Wucht der fortgeschleuderten Bruchstücke.

Bei dem günstigen Verlaufe erregte der Unfall kein weiteres Aufsehen und die Kenntnis davon blieb auf die direkt beteiligten Kreise beschränkt. Wenn ich die Sache nun doch noch unter Wahrung der nötigen Diskretion an die grosse Glocke hänge, so verfolge ich damit den Zweck, den Fachgenossen an diesem Beispiel eine Gefahr nachzuweisen, an die man gewöhnlich gar nicht denkt. Der Fehler, der in vorliegendem Falle als Ursache wirkte, wird sehr