Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 23/24 (1894)

Heft: 6

Artikel: Das Addieren und Subtrahieren mit dem logarithmischen Rechenschieber

Autor: Ritter, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-18640

Das Addieren und Subtrahieren mit dem logarithmischen Rechenschieber.

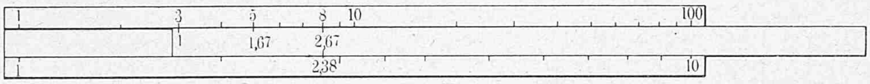
Von Prof. *W. Ritter*.

Der logarithmische Rechenschieber ist seiner Anordnung nach in erster Linie zur Ausführung von Multiplikationen und Divisionen bestimmt. Er lässt sich jedoch in gewissen Fällen mit Vorteil zu Additionen und Subtraktionen verwenden. Vielleicht das nächstliegende Beispiel hierfür bildet die Aufgabe, die Quadratwurzel aus der Summe zweier Quadrate $(\sqrt{a^2 + c^2})$ zu berechnen. In welcher Weise diese und eine Reihe ähnlicher Aufgaben mit *einer* Stellung des Schiebers gelöst werden können, mag nachfolgende Betrachtung zeigen.

1. Sollen beispielsweise, um mit der einfachsten Aufgabe zu beginnen, zwei Zahlen a und c addiert werden, so stellt man die Eins des Schiebers unter die Zahl a der oberen Stabteilung, liest unter der Zahl c ab, vergrössert die Ablesung um eine Einheit und findet über der neuen Zahl das Ergebnis.

Für die Zahlen 3 und 5 zeigt Fig. 1 die entsprechende Schieberstellung. Man bringt 1 unter 3, findet unter 5 die Ablesung 1,67, fügt in Gedanken eine Einheit hinzu und liest über 2,67 das Ergebnis 8 ab. Die Richtigkeit der Lösung ist unschwer einzusehen.

Fig. 1.



$3 + 5 = 8.$
$\sqrt{3 + 5} = 2{,}83.$

Sollte heissen: 2,83.

Hierbei ist vorausgesetzt, dass a kleiner als c ist. Im umgekehrten Falle stellt man den Schieber so ein, dass die 10 unter a zu stehen kommt und verfährt in gleicher Weise. Beispielsweise findet man für $a = 5$ und $c = 3$, die Ablesung unter 3 gleich 0,6 und über 1,6 das Ergebnis 8.

2. Nach derselben Regel können zwei Zahlen von einander subtrahiert werden.

Soll z. B. $15 - 6$ berechnet werden, so stellt man die 10 des Schiebers unter 15, liest unter 6 die Zahl 0,4 ab, subtrahiert diese in Gedanken von Eins und findet über 0,6 das Ergebnis 9. Oder man stellt die 1 des Schiebers unter 6, liest unter 15 die Zahl 2,5 ab, verringert diese um eine Einheit und findet über 1,5 das Ergebnis 9.

Man erkennt leicht, dass es sich stets darum handelt, die eine der beiden gegebenen Zahlen der 1 bezw. der 10 des Schiebers gegenüber zu stellen.

3. Mit einer kleinen Aenderung gelangt man zu den Ausdrücken $\sqrt{a + c}$ und $\sqrt{a - c}$. Um statt der Grundzahl die Wurzel zu erhalten, braucht man bloss das Schlussergebnis auf der *unteren* Teilung des Stabes anstatt auf der oberen abzulesen.*)

Um beispielsweise $\sqrt{7 + 18}$ zu berechnen, stellt man die 1 des Schiebers unter 7, liest unter 18 die Zahl 2,57 ab, vergrössert diese um eine Einheit und findet auf der unteren Stabteilung unter 3,57 das Ergebnis 5.

Für die gleichartige Aufgabe $\sqrt{3 + 5}$ zeigt Fig. 1 die Schieberstellung; das Ergebnis ist 2,83.

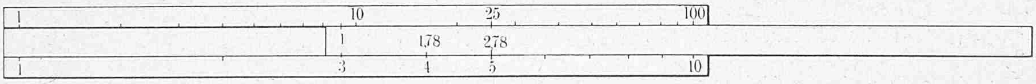
4. Die eine der beiden gegebenen Grössen kann auch eine Quadratzahl sein, oder es können beide Grössen Quadratzahlen sein, ohne dass sich der Rechnungsvorgang wesentlich ändert.

Soll $2^2 + 5$ berechnet werden, so stellt man die Eins des Schiebers über die 2 der untern Stabteilung, liest unter der 5 der oberen Teilung 1,25 ab und findet über 2,25 das Ergebnis 9. Mit derselben Stellung findet man, indem man auf der untern Stabteilung abliest, $\sqrt{2^2 + 5} = 3$.

Um ferner $3^2 + 4^2$ zu finden, stellt man die Eins des Schiebers über die 3 der unteren Stabteilung, liest über 4 der unteren Teilung 1,78 ab, fügt eine Einheit hinzu und findet *über* 2,78 auf der oberen Teilung das Ergebnis $3^2 + 4^2 = 25$, beziehungsweise *unter* 2,78 auf der untern Teilung $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Fig. 2 zeigt die betreffende Schieberstellung.

Fig. 2.



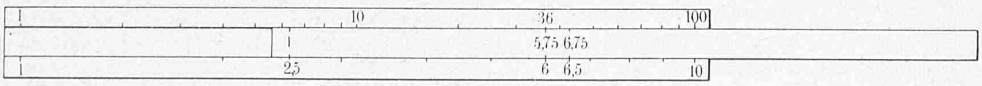
$3^2 + 4^2 = 25.$
$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Sollen die beiden Quadrate nicht addiert, sondern voneinander subtrahiert werden, so stellt man am besten die Eins, beziehungsweise die 10 des Schiebers über den Subtrahenden, liest über dem Diminuenden ab, verringert die Ablesung um Eins und findet hiernach das Ergebnis wie früher.

Fig. 3 verdeutlicht die Schieberstellung für die Aufgaben $6{,}5^2 - 2{,}5^2$ und $\sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2}$. Man stellt Eins über 2,5, liest über 6,5 die Zahl 6,75 ab, zieht Eins ab und findet über 5,75 die Zahl 36 und unter ihr die Wurzel daraus, 6.

5. Wenn die gegebenen und die gesuchten Zahlen in verschiedenen Dekaden liegen, so erheischt die Rechnung zuweilen einige Vorsicht wegen des Zeichens und weil das Ergebnis leicht ausserhalb des Schiebers zu liegen kommt.

Fig. 3.



$6{,}5^2 - 2{,}5^2 = 36.$
$\sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = 6.$

Soll beispielsweise $\sqrt{13^2 - 5^2}$ berechnet werden, so hat man zunächst nicht die Eins oder die 10, sondern die 100 des Schiebers über 5 zu stellen. Dann liest man

*) Wir haben hier und in der Folge den älteren Rechenschieber im Auge, bei dem beide Schieberteilungen der obern Stabteilung gleich sind. Beim Mannheim'schen Schieber muss bei dieser und mehreren der folgenden Aufgaben der Läufer zu Hülfe genommen werden.

über 1,3 die Zahl 6,76 (nicht 0,676) ab und findet unter 5,76 das Ergebnis 12.

Soll $\sqrt{6{,}9^2 + 9{,}2^2}$ berechnet werden, so gelangt man nicht zum Ziel, wenn man von 6,9 ausgeht; man muss vielmehr von 9,2 ausgehen. Man stellt die 100 des Schiebers über 9,2, liest über 6,9 die Zahl 0,562 ab und findet unter 1,562 das Ergebnis 11,5.

Soll $\sqrt{2{,}1^2 + 25{,}0^2}$ berechnet werden, so stellt man die Eins des Schiebers über 2,1, liest über 25,0 die Zahl 142 (nicht 14,2 oder 1,42) ab und findet unter 143 das Ergebnis 25,1. Man vergegenwärtige sich stets, dass die über die erste Zahl eingestellte Schiebermarke die Einheit darstellt; dann wird man hinsichtlich des Wertes der ersten Ablesung sich selten unsicher fühlen.

6. Vorstehende Aufgaben können dadurch noch erweitert werden, dass man an Stelle der gegebenen Zahl a einen Bruch, und zwar $\frac{a}{b}$ oder $\frac{a^2}{b}$ setzt.

Beispielsweise zeigt Fig. 5 die Stellung des Schiebers für die Aufgabe $\frac{3^2}{4} + 4{,}5^2$. Man stellt die 4 des Schiebers über die 3 der untern Stabteilung, liest über 4,5 der unteren Teilung 9 ab, fügt Eins hinzu und findet auf der oberen Teilung über 10 das Ergebnis 22,5. Liest man unterhalb 10 ab, so erhält man

$$\sqrt{\frac{3^2}{4} + 4{,}5^2} = 4{,}74.$$

Um ferner $\sqrt{-\frac{5}{8} + 1{,}6^2}$ zu berechnen, stellt man die 8 des Schiebers unter die 5 der oberen Teilung, liest über 1,6 der unteren Teilung 4,1 ab, zieht eine Einheit ab und findet unter 3,1 des Schiebers das Ergebnis 1,39.

7. Man erkennt nun leicht, dass nach dem beschriebenen Verfahren eine ganze Reihe von Aufgaben gelöst werden können. Das *erste* Glied kann die Formen

$$a,\ a^2,\ \frac{a}{b},\ \frac{a^2}{b},$$

das *zweite* Glied die Formen

$$c,\ c^2$$

haben; das gibt 8 verschiedene Kombinationen. Nimmt man noch hinzu, dass man sowohl die Summe als die Differenz beider Glieder berechnen und aus dieser Summe, beziehungsweise Differenz zugleich die Quadratwurzel ziehen kann, so ergeben sich im Ganzen 32 verschiedene Aufgaben, die sämtlich mit einer einzigen Schieberstellung gelöst werden können.

8. Die Zahl der möglichen Aufgaben lässt sich durch eine gewisse Aenderung im Ablesen leicht noch vergrössern.

Geht man beispielsweise von der Aufgabe $a + c$ aus, vertauscht jedoch beim letzten Ablesen die obere Stabteilung mit der Schieberteilung, so bekommt man die Grösse $(a + c) : a^2$.

Fig. 1 zeigt die Stellung des Schiebers für die Aufgabe $3 + 5$; das Ergebnis 8 findet sich oberhalb der Schieberzahl 2,67. Vertauscht man dagegen beide Teilungen, so ergibt sich *unter* 2,67 der *oberen* Teilung die Zahl 0,89 des Schiebers. (Richtiger gesagt unter 26,7 die Zahl 8,9.) Das ist nichts anderes als $(3 + 5) : 3^2$.

Die nämliche Figur verdeutlicht die Aufgabe, $\sqrt{a + c}$ zu berechnen. Man findet $\sqrt{3 + 5} = 2{,}83$ auf der untern Stabteilung unter der Schieberzahl 2,67. Vertauscht man jedoch die untere Stabteilung mit der Schieberteilung, das heisst, liest man auf dem Schieber ab, was über 2,67 steht, so bekommt man $(a + c)^2 : a^3 = (3 + 5)^2 : 3^3 = 2{,}37$.

Ersetzt man in diesem Ausdrucke a durch $\frac{a^2}{b}$ und c durch c^2, was nach früher gestattet ist, so bekommt man $\left(\frac{a^2}{b} + c^2\right)^2 : \frac{a^6}{b^3} = \frac{b}{a^2}\left(1 + \frac{b\,c^2}{a^2}\right)^2$, ein Ausdruck, der sich ebenfalls mit einer einzigen Schieberstellung lösen lässt. Fig. 5 zeigt die Stellung für die Aufgabe $\sqrt{\frac{3^2}{4} + 4{,}5^2} = 4{,}74$. Vertauscht man bei der zweiten Ablesung die Schieberteilung mit der unteren Stabteilung, das heisst liest man über der 10 der letzteren ab, so findet man

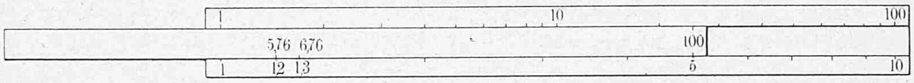
$$\frac{4}{3^2}\left(1 + \frac{4 \cdot 4{,}5^2}{3^2}\right)^2 = 44{,}4.$$

Man sieht aus diesen drei Beispielen, dass durch Vertauschung der beiden Teilungen bei der zweiten Ablesung eine Reihe neuer, zum Teil verwickelt aussehender Aufgaben hervorgeht. Doch verzichten wir auf eine Weiterführung dieses Gedankens; sie würde in Spielerei ausarten. Denn die neuen Ausdrücke kommen im praktischen Rechnen so selten vor, dass das Aufsuchen der Regel, nach der sie zu berechnen sind, mehr Zeit kostet als die gewöhnliche Rechnungsweise.

9. Eher findet eine andere kleine Gruppe von Aufgaben Verwendung, von der zum Schlusse noch kurz die Rede sein soll.

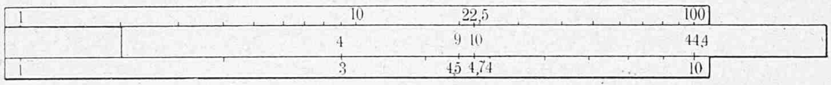
Es ist oben gezeigt worden, wie der Ausdruck

Fig. 4.



$$\sqrt{13^2 - 5^2} = 12.$$

Fig. 5.

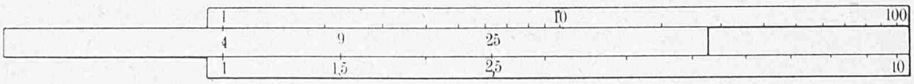


$$\frac{3^2}{4} + 4{,}5^2 = 22{,}5.$$

$$\sqrt{\frac{3^2}{4} + 4{,}5^2} = 4{,}74.$$

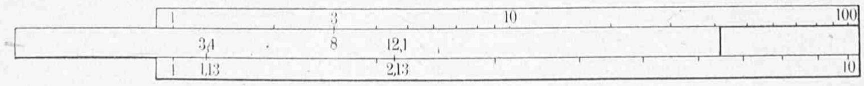
$$\frac{4}{3^2}\left(1 + \frac{4 \cdot 4{,}5^2}{3^2}\right)^2 = 44{,}4.$$

Fig. 6.



$$(\sqrt{4} + \sqrt{9})^2 = 25.$$

Fig. 7.



$$\left(\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{3{,}4}\right)^2 = 12{,}1.$$

$\sqrt{a^2 + c^2}$ berechnet wird. Man braucht dazu nur die untere Schieber- und die untere Stabteilung. Dadurch nun, dass man diese beiden Teilungen bei der ganzen Rechnung vertauscht, ergibt sich eine neue Aufgabe, nämlich $(\sqrt{a} + \sqrt{c})^2$.

Fig. 6 zeigt die Schieberstellung für die Aufgabe $(\sqrt{4} + \sqrt{9})^2$. Man stellt die Eins der unteren Teilung unter die 4 des Schiebers, liest unter 9 die Zahl 1,5 ab, vergrössert sie um eine Einheit und findet über 2,5 das Ergebnis 25.

Aehnlich kann $(\sqrt{a} - \sqrt{c})^2$ berechnet werden.

Ersetzt man ferner a durch $\frac{a}{b}$ und durch $\frac{a}{b^2}$, so gelangt man zu den Ausdrücken

$$\left(\sqrt{\frac{a}{b}} \pm \sqrt{c}\right)^2 \text{ und } \left(\frac{\sqrt{a}}{b} \pm \sqrt{c}\right)^2,$$

die ebenfalls mit einer einzigen Schieberstellung berechnet werden können. Z. B. zeigt Fig. 7 die Lösung für die Aufgabe $\left(\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{3{,}4}\right)^2$. Man stellt die 8 des Schiebers unter die 3 der oberen Stabteilung, liest unter 3,4 auf der unteren Teilung 1,13 ab, fügt eine Einheit hinzu und findet über 2,13 das Ergebnis 12,1.

Ich bemerke noch, dass ich einige der vorstehenden Lösungen Herrn Ingenieur J. Müller verdanke.

Wettbewerb zur Erlangung von Entwürfen für das neue Aufnahmsgebäude des Personenbahnhofs in Luzern.

II. (Schluss.)

Auf Seite 40 und 41 der heutigen Nummer sind die Entwürfe der HH. Arch. *Jean Béguin* in Neuchâtel und *F. Walser* in Basel in Aussen-Perspektive und Hauptgrundriss dargestellt. Der erstgenannte Entwurf wurde vom Preisgericht im Rang demjenigen des Herrn Professor Hubert Stier gleichgestellt, während der Entwurf „Watt“, wie bereits bemerkt, namentlich seines praktischen Grundrisses wegen zum Ankauf empfohlen worden ist.

Ueber die Veränderlichkeit der Nivellier-Latten.

Von *Dr. J. B. Messerschmitt* in Zürich.

(Schluss.)

Zwei Beispiele mögen noch zur Erläuterung angeführt werden, um zu zeigen, welche Unterschiede bei grösseren Nivellements aus den Lattenänderungen vorkommen. Als erstes diene die Strecke von Cully am Genfersee nach dem Rhonegletscher, welche in zwei Abschnitten und zwar zu zwei verschiedenen Zeiten einnivelliert wurde, wie in der nachfolgenden Tabelle angegeben ist.

Man erkennt deutlich aus dieser Zusammenstellung, dass ein konstanter Längenunterschied der Latten zwischen beiden Nivellements vorhanden war. In den beiden extremen Fällen beträgt der Unterschied 0,343 *m*, das ist fast $^3/_{10000}$ des ganzen Höhenunterschiedes, welcher Betrag schon das erlaubte Mass übersteigt, da man die Höhen auf etwa $^1/_{10000}$ genau erhalten soll. Auf den Kilometer berechnet ist allerdings der Fehler noch gering genug. Infolge des Umstandes aber, dass die Fehler in den beiden Teilstrecken mit entgegengesetzten Zeichen auftreten, wird die schliessliche Differenz auf einen ganz geringen Betrag herabgemindert, was auch durch den geringen Schlussfehler des Polygons, in welches diese Linie eingeht, bestätigt wird.

Als zweites Beispiel sei das Nivellement der Linie von Brienz über die Grimsel nach dem Rhonegletscher angeführt, welches durch Ing. Autran vom 16. Juni bis 30. Oktober 1880 in der Weise doppelt ausgeführt wurde, dass zuerst von Brieg nach dem Rhonegletscher hinauf und dann wieder von oben herab nivelliert wurde. Hierbei ist beide Mal die Latte Nr. I verwendet worden.

Linie Cully-Brieg.

(Nivell. de préc. 4. Lief., Seite 264—270 und 8. Lief., Seite 534—539).
1. Nivellement 1870, Ing. *Benz* mit Latte Nr. I.
2. „ 1881, Ing. *Kuhn* mit Latte Nr. II.

Höhenmarke	Entfernung	Höhenunterschied zwischen zwei Repèren		1. Messg. — 2. Messg.
		1. Messung	2. Messung	
	km	*m*	*m*	*mm*
NF 71 Vevey — NF 70 Cully	10,24	— 0,180	— 0,179	— 1
NF 72 Vernex — NF 71	6,55	+ 1,968	+ 1,970	— 2
NF 73 Chillon — NF 72	3,21	+ 2,762	+ 2,746	+ 16
NF 74 Villeneuve — NF 73	2,15	— 4,480	— 4,493	+ 13
NF 75 Aigle — NF 74	10,44	+ 45,511	+ 45,508	+ 3
NF 76 Bex — NF 75	9,40	+ 7,016	+ 7,006	+ 10
NF 77 St. Maurice — NF 76	4,20	— 9,681	— 9,686	+ 5
NF 78 Martigny — NF 77	15,41	+ 56,388	+ 56,370	+ 18
NF 79 Riddes — NF 78	14,95	+ 0,524	+ 0,512	+ 12
NF 80 Sion — NF 79	12,81	+ 44,055	+ 44,013	+ 43
NF 81 Sierre — NF 80	15,59	+ 20,026	+ 20,018	+ 8
NF 82 Tourtman — NF 81	14,99	+ 91,477	+ 91,430	+ 47
NF 83 Visp — NF 82	14,53	+ 34,400	+ 34,393	+ 7
NF 84 Brieg — NF 83	9,28	+ 17,056	+ 17,041	+ 14
NF 84 Brieg — NF 70 Cully	143,73	+ 306,843	+ 306,649	+ 194

Linie Brieg-Rhonegletscher.

(Nivell. de préc. 4. Lief. Seite 260 und 8. Lief. Seite 540.)

	km	*m*	*m*	*mm*
NF 165 Fiesch — NF 84 Brieg	18,24	+ 386,975	+ 387,082	— 107
NF 164 Niederwald — NF 165	6,40	+ 184,295	+ 184,311	— 16
NF 163 Biel — NF 164	3,45	+ 62,820	+ 62,824	— 2
NF 161 Obergestelen — NF 163	11,43	+ 50,922	+ 50,933	— 11
NF 159 Rhonegletsch. — NF 161	8,37	+ 345,790	+ 345,801	— 11
NF 159 Rhonegletsch. — NF 84 Brieg	47,89	+ 1030,802	+ 1030,951	— 149

Linie Brienz-Rhonegletscher.

(Nivell. de Préc. Lief. 8, Seite 525—528).

Höhenmarke	Entfernung.	Höhenunterschied zwischen zwei Repèren		1. Messg. — 2. Messg.
		1. Messung	2. Messung	
	km	*m*	*m*	*mm*
NF 236 Meiringen — NF 187 Brienz	11,51	+ 25,940	+ 25,893	+ 47
NF 237 Guttannen — NF 236	15,40	+ 463,805	+ 463,646	+ 159
NF 238 Grimsel — NF 237	12,73	+ 816,522	+ 816,379	+ 143
NF 239 Grimsel — NF 238	2,23	+ 299,391	+ 299,394	— 3
NF 159 Rhonegletscher — NF 239	3,51	— 460,730	— 460,782	+ 52
NF 159 Rhonegletscher — NF 187 Brienz	45,38	+ 1144,928	+ 1144,530	+ 398

Der Unterschied zwischen den beiden Nivellements ist ziemlich bedeutend. Es ergibt sich darnach auf den Kilometer ein Fehler von 9 *mm*. Betrachtet man aber die Differenzen der einzelnen Teilstrecken, so erkennt man, dass der Hauptfehler sich zwischen Brienz und der Höhenmarke NF 238 beim Grimselhospitz befindet und zwar ist das zweite Resultat stets kleiner, welcher Unterschied durch die 30 dazwischenliegenden Höhenmarken zweiter Ordnung vollständig bestätigt wird.

Der Höhenunterschied zwischen diesen beiden Repères beträgt 1306 *m* und die Differenz zwischen beiden Messungen 0,349 *m*, das ist für den Meter 0,267 *mm*. Nimmt man an, dass im Durchschnitt um diesen Betrag bei der zweiten Messung der Lattenmeter beständig grösser war, als bei der ersten Messung, so wird die Differenz vollständig erklärt. Das zweite Nivellement dieser Strecke geschah im Oktober, zu welcher Zeit ja im Gebirge leicht Nebelbildung und dergleichen auftreten und somit die Latte jenen grösseren Feuchtigkeitsgrad, also auch eine grössere Länge annahm, so dass man obige Erklärung als sehr wahrscheinlich betrachten kann.

Aus den meteorologischen Beobachtungen vom Jahre 1880 einiger Stationen, welche in nicht zu grosser Enfernung