

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 29/30 (1897)
Heft: 10

Artikel: Der Uebegang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfzylinder
Autor: Fliegner, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-82447>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfzylinder. II. — Le Béton armé Systeme Hennebique. — Vereinheitlichung der Gewindesysteme. — Konkurrenzen: Ausschmückung des schweiz. Landesmuseums in Zürich. Neukanalisierung der schlesischen Landeshauptstadt Troppau. Bebauungsplan des Loberfeldes bei Erfurt. Palmengarten in Leipzig. Konzert- und Restaurationslokal in

Iserlohn. — Preisausschreiben: Eidg. Polytechnikum, Culmann-Stiftung. Preisausschreiben des Vereins deutscher Maschineningenieure. — Miscellanea: Untertunnelung der Newa in Petersburg. — Nekrologie: † G. H. Legler, Ehrenmitglied des Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Vereins. † Max Salzmann. — Vereinsnachrichten: Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Der Uebergang der Wärme zwischen dem Dampf und den Wandungen der Dampfzylinder.

Von Prof. A. Fliedner.

II.

Der folgenden Zahlenrechnung habe ich ein mittleres Indikatordiagramm zu Grunde gelegt, das sich aus einer früheren Versuchsreihe an der Dampfmaschine der mechanisch-technischen Abteilung des eidgenössischen Polytechnikums ergeben hatte. Es ist ein durchaus normales Diagramm einer mit Doppelschiebersteuerung arbeitenden Kondensationsmaschine, das keinerlei Besonderheiten zeigt, so dass ich es hier gar nicht wiedergebe. Ich habe nun vorausgesetzt, der Dampf bleibe während der ganzen Periode im gesättigten Zustande, dann konnte ich nach der Dampftabelle die Kurve der Dampftemperatur in Funktion des Drehwinkels φ der Kurbel bestimmen. Diese Temperaturen sind für 24 Kurbelstellungen in der nachstehenden Tabelle in der mit T_e überschriebenen Spalte angegeben.

φ	T_e	T_d	T_o	w_d	w_o	w_o'
	93,62	93,62	93,86	— 5,65	— 0,56	— 0,158
0	161,4	116,45	109,17	+239,51	+208,85	— 0,103
15	161,4	162,65	157,93	+105,08	+116,89	+ 0,010
30	161,4	164,56	160,01	+ 98,94	+103,13	+ 0,007
45	152,3	151,66	149,53	+ 33,91	+ 41,64	— 0,015
60	135,2	135,25	135,23	— 3,06	+ 8,01	— 0,059
75	124,1	123,48	123,98	— 14,41	— 6,66	— 0,087
90	116,2	116,40	117,14	— 21,07	— 12,44	— 0,104
105	110,3	112,00	112,38	— 9,88	— 4,06	— 0,114
120	105,9	105,25	105,95	— 16,45	— 11,57	— 0,138
135	102,2	101,51	102,51	— 25,49	— 18,52	— 0,139
150	98,9	99,54	100,31	— 19,94	— 13,34	— 0,143
165	96,0	96,41	97,15	— 18,27	— 12,40	— 0,154
180	92,3	92,46	93,38	— 22,28	— 16,62	— 0,160
195	85,2	76,42	86,18	— 41,75	— 34,17	— 0,177
210	76,0	76,38	78,40	— 50,89	— 42,69	— 0,198
225	69,0	69,74	71,64	— 46,49	— 39,84	— 0,214
240	63,8	63,78	65,76	— 48,47	— 42,01	— 0,228
255	59,6	59,80	61,66	— 44,65	— 39,13	— 0,249
270	55,8	54,54	56,67	— 51,60	— 45,50	— 0,250
285	53,0	53,79	55,76	— 49,15	— 41,63	— 0,252
300	51,7	54,03	55,21	— 26,77	— 22,85	— 0,251
315	50,8	49,03	50,60	— 35,58	— 32,25	— 0,263
330	50,1	47,95	49,99	— 50,76	— 43,15	— 0,265
345	54,8	56,86	57,33	— 16,06	— 10,85	— 0,245

Zur Berechnung der Koeffizienten der Reihe für T_d habe ich dagegen 36 Punkte der Kurve benutzt. Da aber die Zahlengrundlage der weiter nötigen Rechnung doch nur sehr unsicher ist, so bin ich dabei nur bis $n = 18$ gegangen. Die so gefundenen Werte von T_d sind in der folgenden Spalte der Tabelle angegeben, und in der ersten Zeile ist noch der Mittelwert von T_d , also das konstante Glied A der Reihe, hinzugefügt. Infolge der kleinen benutzten Gliederzahl der Reihe weichen die Werte von T_d teilweise nicht unbedeutend von den richtigen Werten ab und zeigen auch noch eine gewisse Ungleichförmigkeit, namentlich gleich nach $\varphi = 180^\circ$.

Ausser diesem Verlaufe der Temperatur ist von den Versuchen her die minutliche Umdrehungszahl der Maschine bekannt; sie betrug 46,2, so dass die Winkelgeschwindigkeit

$\omega = 4,8381$ wird. Die Maschine arbeitete mit Dampfmantel, und es ist $T_d = 162^\circ$ C. angenommen. Ferner ergab sich die Wanddicke zu rund $\delta = 25$ mm. Die übrigen bei der weiteren Rechnung nötigen Grössen müssen dagegen geschätzt werden.

Der Wärmeleitungskoeffizient des zu Cylindern und Cylindereinsätzen benutzten Gusseisens liegt nach neueren Versuchen von W. Beglinger¹⁾ zwischen 0,100 und 0,132. Ich habe hier den kleineren runden Wert 0,1 angenommen. Dieser Wert gilt aber für die Einheiten Centimeter-Gramm-Sekunde. Da hier die Querschnitte in Quadratmetern, die Längen in Millimetern, die Gewichte in Kilogrammen eingeführt sind, so muss hier mit $\lambda = 10$ gerechnet werden. Weiterhin habe ich das spezifische Gewicht des Gusseisens bei den benutzten Einheiten $\gamma = 7,25$ und seine spezifische Wärme $c = 0,12$ gesetzt.

Es fehlt jetzt noch der Wärmeübergangskoeffizient α zwischen dem Dampfe und den Cylinderwandungen. Ueber diesen sind mir aber keine Versuche bekannt. Nur so viel steht fest, dass er bei überhitztem Dampfe merkbar kleiner ist, als bei gesättigtem. Um nun wenigstens ungefähre Grenzwerte für α angeben zu können, habe ich für den einen auf eine früher einmal von mir veröffentlichte Untersuchung einiger Indikatordiagramme²⁾ zurückgegriffen. Bei dem dort mit II^b bezeichneten Diagramme, das übrigens in der hier folgenden Fig. 4 zu anderem Zwecke wiederholt ist, hatte ich auf Seite 86 in Tabelle II, allerdings mit einigen Annäherungen, die Wärmeübergänge im einzelnen für kleine Drehwinkel der Kurbel berechnet. Dabei hatte sich unter anderem ergeben, dass vom Anfange des Voreinströmens bei $\varphi = \varphi'$ bis zu $\varphi = 45/48$ der ganzen Umdrehung 0,449 Kalorien vom Dampfe an die Wandungen übergegangen waren, während der Dampfdruck von 3,50 bis 3,75 Atm. zugenommen hatte. Diesem Intervalle entspricht ein Drehwinkel der Kurbel von $4^\circ 18^{3/4}$, oder, da die Maschine mit 69,5 Minutenumdrehungen gelaufen war, eine Zeit von 0,01034 Sekunden. Die mittlere Oberfläche der Wandungen während dieser Zeit beträgt nach einer möglichst genauen Ausmessung an der Maschine $F = 0,27$ m². Die Temperatur des Dampfes steigt gleichzeitig von 138,099 bis 140,523° Cels., hat also einen Mittelwert von 139,311°. Dagegen ist die mittlere Temperatur der Wandungen unbekannt und muss geschätzt werden. Jedenfalls ist sie am Anfange der Periode noch kleiner als 138,099°, die gleichzeitige Dampftemperatur. Während der Periode steigt sie aber, und es dürfte 138° als ihr grösster denkbarer Mittelwert anzusehen sein. Rechnet man damit, so ergibt sich aus

$$0,449^{cal} = \alpha \cdot 0,27^{qm} \cdot 0,01034 (139,311 - 138^\circ):$$

$$\alpha = 133.$$

Der Dampf ist am Anfange des Einströmens jedenfalls gesättigt, und man wird daher schliessen dürfen, dass der Wärmeübergangskoeffizient für solchen Dampf keinesfalls grösser sein kann als 133. Ob er aber diese Grösse wirklich erreicht, lässt sich hieraus nicht entscheiden. Für die folgenden Rechnungen habe ich den Wert noch etwas kleiner eingeführt, nämlich mit $\alpha = 114,69$, damit der Wert von μ den bequemen, runden Betrag $\mu = 0,04$ erhielt. Die so gefundenen Ergebnisse werden dann angenähert den kleinsten Betrag des Einflusses darstellen, den der Widerstand beim Wärmeübergange zwischen Dampf und Wandungen ausübt.

Mit diesen Werten von α und μ habe ich nun die Temperatur T_o der Innenfläche der Wand nach der Reihe

¹⁾ Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses in Preussen, 1896, Seite 33—61. Tabelle auf Seite 53.

²⁾ Schweiz. Bauzeitung, 1888, Bd. XII Seite 80 u. ff.

(13) berechnet und dabei, wie bei T_d , auch 18 Glieder der Reihe benutzt. Die erhaltenen Werte sind in der mit T_o überschriebenen Spalte der Tabelle angegeben. Es zeigt sich, dass die Mitteltemperatur der Innenfläche der Wand mit $93,86^\circ$ um nur etwa $1/4^\circ$ grösser ist, als die mittlere Temperatur des Dampfes mit $93,62^\circ$. Beim raschen Ansteigen der Temperatur am Anfange des Einströmens bleibt T_o dagegen bedeutend gegen T_d zurück, im toten Punkte über 7° . Bei der späteren langsameren Abnahme der Temperatur ist T_o ununterbrochen grösser als T_d , aber im allgemeinen nur wenig. Die Grenzwerte von T_o bleiben, der grösste etwa $4\frac{1}{2}^\circ$ kleiner, der kleinste etwa 2° grösser, als die Grenzwerte von T_d . Wären die Reihen mit einer grösseren Gliederzahl berechnet worden, so hätten sich natürlich etwas andere Zahlenwerte ergeben.

In den beiden folgenden Spalten der Tabelle sind die Ordinaten w_d und w_o der Wärmekurven nach (37) und (36) aufgenommen. Die positiven Werte entsprechen einem Wärmeübergang vom Dampfe an die Wandungen, die negativen dem umgekehrten. Das gegenseitige Verhältnis zwischen w_o und w_d ist wesentlich das gleiche, wie das zwischen T_o und T_d .

Wenn z wirklich den grossen Wert von über 100 haben würde, so könnte man hiernach unbedenklich $z = \infty$, und $\mu = 0$ einführen, also die Temperatur der Innenfläche der Wand gleich der Dampftemperatur setzen. Die übrigen bei solchen Untersuchungen unvermeidlichen Unsicherheiten würden doch keine grössere Genauigkeit verbürgen. Nur müsste man sicher sein, dass der Dampf während des ganzen Aufenthaltes im Cylinder im gesättigten Zustande bleibt.

Für den Fall, dass sich der Dampf ununterbrochen im überhitzten Zustande befinden würde, muss der Wert von z neu geschätzt werden. Das geht durch folgende Ueberlegung: Ueberhitzter Dampf verhält sich sonst ähnlich, wie ein vollkommenes Gas. Das wird man auch von seiner Fähigkeit Wärme abzugeben erwarten dürfen. Bei Gasen lässt sich diese Grösse aber aus den bekannten Verhältnissen der Dampfkesselheizungen mit ziemlicher Sicherheit herleiten. Setzt man den Wärmeübergang proportional mit der ersten Potenz der Temperaturdifferenz zwischen Feuergasen und Kesselwasser, so ist der Koeffizient bei mittlerer Reinheit des Bleches bekanntlich 23, während er bei ganz reinem Blech bis 36 steigt, beide Werte bezogen auf 1° Temperaturdifferenz, $1 m^2$ Fläche und 1 Stunde. In einer Sekunde würden also im günstigsten Falle $36/3600 = 0,01$ Cal. übergehen. Das Blech hat nun in seiner ganzen Dicke angenähert die Temperatur des Wassers, $z = 0,01$ wäre daher auch angenähert der Koeffizient für den Uebergang der Wärme von den Feuergasen an das Blech. Wirklich ist die Temperaturdifferenz zwischen Feuergasen und Blech etwas kleiner, z also entsprechend grösser.

Der Wärmeübergangskoeffizient zwischen überhitztem Dampfe und Cylinderwandungen ist also jedenfalls $> 0,01$ zu erwarten. Ich führe ihn als angenäherte untere Grenze mit $z = 0,011469$ ein, und wähle gerade diesen Wert, damit, wie vorhin, μ einen bequemereren runden Wert, $\mu = 400$, annimmt. Der untere angenäherte Grenzwert von z wäre hiernach nur 0,0001 des oberen. Ein so grosser Unterschied könnte auffallen. Ich erinnere aber in dieser Richtung an den ähnlich grossen Unterschied des Wärmeüberganges zwischen einem Honigmann'schen Natronkessel und einem gewöhnlichen Dampfkessel. Ausserdem sind die hier benutzten Werte von z auch nur als äusserste Grenzwerte anzusehen, von denen sich die wirklichen Werte vielleicht stark entfernen.

Berechnet man nun mit $\mu = 400$ die Reihe (13) für T_o aus derselben Reihe für T_d , wie vorhin, so ergibt sich zunächst das konstante Glied zu $a = 160,09$. Die Mitteltemperatur der Innenfläche der Wand ist also um nur knapp 2° niedriger, als die mit 162° angenommene Temperatur im Mantel. Daraus folgt schon, dass die Schwankungen der Temperatur gegenüber ihrem Mittelwerte unter 2° bleiben müssen. In der That werden die Werte von $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ für die ersten Glieder der Reihe:

$n =$	1	2	3	4	5	6	7
$\sqrt{a_n^2 + b_n^2} =$	0,073	0,048	0,014	0,008	0,005	0,003	0,002

Es erscheint hiernach zwecklos, die Reihe für T_o noch besonders zu berechnen.

Dagegen habe ich die Wärmekurve nach (36) berechnet und die gefundenen Werte in die letzte mit w_o überschriebene Spalte der Tabelle aufgenommen. Wie nach dem Verlaufe von T_o zu erwarten war, bleibt hier der Wärmeaustausch sehr klein, so dass man ihn mit genügender Annäherung ganz vernachlässigen könnte. Ausserdem ist die Kurve gegenüber w_d stärker verschoben, als w_o .

Die bisherigen Untersuchungen setzen voraus, dass sich der Dampf während des ganzen Prozesses entweder im gesättigten oder dann im überhitzten Zustande befindet. Ununterbrochene Sättigung kann vielleicht gelegentlich bei Maschinen ohne Dampfmantel vorkommen, während ununterbrochene Ueberhitzung bisher noch nicht erreicht worden ist, weil man dazu den Dampf vor dem Einströmen in den Cylinder viel zu hoch überhitzen müsste. Bei den gewöhnlichen mit Dampfmantel, aber ohne Ueberhitzung arbeitenden Maschinen geht dagegen der anfangs gesättigte Dampf während des Ausströmens jedenfalls in den überhitzten Zustand über. Dadurch ändern sich während des Vorganges die Werte von z und μ , wahrscheinlich für die einzelnen Teile der Wandung zu verschiedenen Zeiten, je nachdem der beim Einströmen entstandene Wasserbeschlag früher oder später verschwindet. Aus dem Indikatorgramme allein lässt sich diese Frage nicht entscheiden, dazu wären noch Temperaturbeobachtungen nötig.

Jedenfalls verlaufen aber die Aenderungen von z und μ im Beharrungszustande der Maschine periodisch, so dass man sie für irgend einen Teil der Wandung auch durch eine Fourier'sche Reihe dargestellt denken kann. Eine solche Reihe für μ würde die Form haben:

$$\mu = \alpha + \sum (a_n \cos n\varphi + \beta_n \sin n\varphi). \quad (45)$$

Mit diesem Werte von μ würden die beiden letzten Glieder auf der linken Seite von (18) die Gestalt annehmen:

$$\left\{ \alpha + \sum (a_n \cos n\varphi + \beta_n \sin n\varphi) \right\} \left\{ b - \sum [\sqrt{n} (a_n + b_n) \cos n\varphi + \sqrt{n} (b_n - a_n) \sin n\varphi] \right\}.$$

Multipliziert man aus, so erhält man in (18) ausser der Summe auch noch ein Produkt zweier Fourier'scher Reihen. Dieses Produkt geht aber noch umzuformen. Die trigonometrischen Teile des Produktes zweier allgemeiner Glieder mit $p\varphi$ und $q\varphi$ lassen sich nämlich bekanntlich schreiben:

$$\left. \begin{aligned} \cos p\varphi \cos q\varphi &= \frac{1}{2} \left[\cos (p+q)\varphi + \cos (p-q)\varphi \right] \\ \cos p\varphi \sin q\varphi &= \frac{1}{2} \left[\sin (p+q)\varphi - \sin (p-q)\varphi \right] \\ \sin p\varphi \cos q\varphi &= \frac{1}{2} \left[\sin (p+q)\varphi + \sin (p-q)\varphi \right] \\ \sin p\varphi \sin q\varphi &= \frac{1}{2} \left[-\cos (p+q)\varphi + \cos (p-q)\varphi \right] \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Nach diesen Beziehungen kann man das Produkt zweier Fourier'schen in eine gewöhnliche solche Reihe verwandeln. Die Koeffizienten dieser Reihe sind Funktionen von $\alpha_p, \beta_p, a_q, b_q$ und \sqrt{q} . Jedes n^{te} Glied der schliesslichen Reihe wird aber von all den Gliedern der beiden ursprünglichen Reihen beeinflusst, für die $p+q$ oder $p-q$ gleich n wird. Und da $p-q = n$ unendlich viel mal vorkommt, so sind die Koeffizienten des Produktes selbst Summen von je unendlich vielen Summanden.

Bei einer Zahlenrechnung müsste man sich natürlich auf eine endliche Anzahl von Gliedern beschränken. Dann könnte man nach dem oben zwischen (18) und (19) angegebenen Grundsätze Gleichungen aufstellen, aus denen die gesuchten Koeffizienten a, b, a_n, b_n zu berechnen wären. Man erhielte so für n Glieder $2(n+1)$ Gleichungen ersten Grades, von denen eine nur a und b enthält, während in jeder der übrigen Gleichungen alle Unbekannten ausser a

aufzutreten. Die Rechnung würde also bald sehr umständlich werden. Trotzdem ergibt sie, wie ein Paar durchgeführte Versuche gezeigt haben, keine genügende Genauigkeit. Die Koeffizienten der Produktenreihe sind eben von vorneherein zu ungenau. Ich unterlasse daher weitere Angaben über die Ergebnisse dieser Rechnungen.

Dagegen ist es für diesen Fall doch möglich, den Verlauf der Temperatur T_0 an der Innenseite der Wand auf Grund der vorangegangenen Untersuchungen wenigstens seinem Wesen nach anzugeben. Vom Anfange des Einströmens an und während der ganzen Expansionsperiode ist der Dampf jedenfalls gesättigt. Die Temperatur T_0 muss daher bald den Verlauf annehmen, der für gesättigten Dampf gefunden wurde. Sie muss also rasch ansteigen, ohne aber die höchste Temperatur des Dampfes zu erreichen. Beginnt die Dampftemperatur T_d zu sinken, so schneiden sich die beiden Temperaturkurven bald, T_0 folgt dann T_d , bleibt aber ununterbrochen etwas grösser. Mit dem Beginne des Ausströmens nimmt der Dampfdruck rasch ab, T_d also auch, und das muss mit einer gleichfalls rascheren Abnahme von T_0 verbunden sein. Der Dampf geht aber während des Ausströmens früher oder später in den überhitzten Zustand über. So wie das geschehen ist, entzieht er den Wandungen bedeutend weniger Wärme. Die in den äusseren Schichten zurückgebliebene Wärme von noch höherer Temperatur teilt sich dann den inneren Schichten mit, ohne dass der Dampf diese wieder abkühlen könnte, und daher muss T_0 wieder zunehmen. Liegen keine anderen Einflüsse vor, so sollte diese Zunahme, immer langsamer werdend, andauern, bis die Dampftemperatur bei der Kompression oder beim Voreinströmen die Temperatur T_0 erreicht hat. In diesem Augenblicke beginnt wieder die raschere Zunahme von T_0 .

Vor einiger Zeit hat ein amerikanischer Ingenieur, M. E. T. Adams, Versuche zur unmittelbaren Bestimmung von T_0 angestellt und sie in *Cassier's Magazine* veröffentlicht. Die Originalarbeit ist mir hier nicht zugänglich; ich kenne sie nur aus einer Mitteilung des bekannten Lütticher Dampfmaschinen-theoretikers, Hrn. Prof. V. Dwelshauwers-Dery, in der Revue générale des sciences, 1895, Seite 773—774. Adams hat in die Cylinderwandung von aussen her Löcher gebohrt, bis auf $\frac{1}{4}$ mm von der Innenfläche, und dort ein Thermolement angebracht. Das kann allerdings nicht genau T_0 annehmen, weil es sich etwas weiter aussen befindet und weil es selbst der Temperaturänderung der umgebenden Wand infolge der unvermeidlichen Widerstände für den Wärmeübergang etwas nacheilen muss. Doch kann man immerhin erwarten, dass es den wesentlichen Verlauf von T_0 wiedergeben wird. An der Galvanometernadel war ein Spiegel angebracht, der einen Lichtstrahl auf eine photographische Platte reflektierte. Die Platte wurde parallel zur Drehachse des Spiegels und proportional mit dem

Fig. 2.

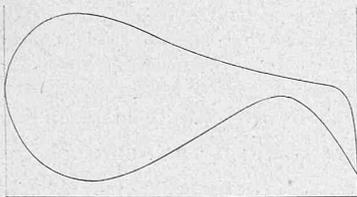
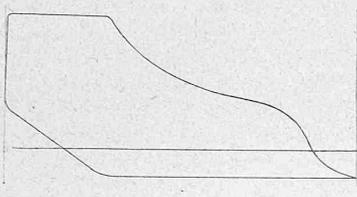


Fig. 3.



verschobenen atmosphärischen Linie. Von Massen ist nur angegeben, dass der Druck (jedenfalls Ueberdruck) $3,5 \text{ kg/cm}^2$ betragen habe.

Die Temperatur, sie soll auch mit T_0 bezeichnet werden, ändert sich nach Fig. 2 anfangs wirklich so, wie es vorhin als wahrscheinlich entwickelt wurde. Vom Anfange des Kolbenhinganges an steigt sie rasch, sinkt während der Expansion langsam, beim Vorausstreten sehr rasch. Aus einer Vergleichung der beiden Diagramme an dieser Stelle folgt aber auch, dass die aufgezeichnete Temperaturänderung der Aenderung des Druckes bedeutend nacheilt. Mit Beginn des Kolbenrückganges steigt T_0 sofort rasch, woraus zu schliessen sein wird, dass der Dampf bei der untersuchten Maschine schon ungefähr beim Kolbenwechsel in den überhitzten Zustand übergegangen ist. Der weitere Verlauf von T_0 entspricht aber den Erwartungen nicht mehr. Anstatt während des ganzen Kolbenrückganges ununterbrochen, wenn auch immer langsamer, zuzunehmen, nimmt T_0 wieder ab, um erst nach Ueberschreitung eines Minimums während der Kompression neuerdings zu wachsen. Leider sind die Angaben über die Maschine nicht ausführlich genug, um diese Abweichung mit Sicherheit erklären zu können. Das Temperaturdiagramm ist am Cylinderdeckel abgenommen worden, es ist aber nicht gesagt, ob der Deckel und die Maschine überhaupt mit einem Dampfmantel versehen waren. Durch den abweichenden Verlauf von T_0 wird man auf die Vermutung geführt, dass jedenfalls der Deckel nicht geheizt war. Dann liesse sich die Temperatursenkung durch Strahlungsverluste nach aussen erklären, die hier einen verhältnismässig bedeutenden Betrag erreichen konnten, weil die Maschine mit nur 40 Minutenumdrehungen arbeitete. Es ist auch nicht ausgeschlossen, dass die Anbringung des Thermolementes die Ausstrahlung nach aussen, wenigstens in seiner Nähe, begünstigt hat.

Die den bisherigen Untersuchungen zu Grunde gelegte Lösung (11) der Differentialgleichung (10) genügt für alle die Teile der Cylinderwandungen, die auf der als „äusseren“ bezeichneten Seite unter angenähert konstanter Temperatur stehen. Der Exponentialfaktor $e^{-\xi\sqrt{n}}$ nimmt nämlich in Wirklichkeit nach aussen zu so rasch ab, dass man aus dem Ausdrucke (11) bald keine nennenswerte Aenderung der Temperatur mehr erhält und dass man daher bei allen praktischen Anwendungen die Temperatur bald konstant setzen darf. Dagegen genügt der Ausdruck (11) nicht mehr für den Kolben, weil auf dessen anderer Seite angenähert die gleichen Temperaturänderungen auftreten, wie auf der betrachteten, nur mit um π verschobenen Phasen. Man muss also noch einen allgemeineren Ausdruck für T suchen. Nun erhält man auch ein richtiges Integral der Differentialgleichung (10), wenn man in (11) $-\xi\sqrt{n}$ überall durch $+\xi\sqrt{n}$ ersetzt. Daher muss die allgemeinste Lösung die Gestalt annehmen:

$$T = a + b\xi + \sum e^{+\xi\sqrt{n}} \left[a_n \cos(n\varphi - \xi\sqrt{n}) + b_n \sin(n\varphi \xi\sqrt{n}) \right] + \sum e^{-\xi\sqrt{n}} \left[c_n \cos(n\varphi + \xi\sqrt{n}) + d_n \sin(n\varphi + \xi\sqrt{n}) \right]. \quad (47)$$

Zur Bestimmung der Konstanten muss hier der Verlauf von T für zwei verschiedene Werte von ξ gegeben sein, beim Kolben also z. B. an seinen beiden Stirnflächen. Dann kann man für jeden dieser Werte von ξ den Ausdruck für T in eine einzige Fourier'sche Reihe gewöhnlicher Art umformen und ist ferner im stande, eine genügende Anzahl von Gleichungen aufzustellen, um die Koeffizienten a_n, b_n, c_n, d_n berechnen zu können. Die Ausdrücke für diese Grössen fallen aber ziemlich verwickelt aus, so dass ich die Frage hier nicht weiter verfolgen will. Ich kann das um so eher unterlassen, als sich die Veränderung der Temperatur T_0 an der Endfläche des Kolbens doch wieder auf die Form (13) bringen lässt, nur sind dann a_n und b_n nicht dieselben Grössen, wie in (47). Auch würde bei einer Zahlenrechnung (23) nicht mehr gelten. Statt ihrer müsste man vielmehr berücksichtigen, dass am Kolben die transierende Wärme verschwinden muss. In den Ausdrücken für die Wärmekurven w , (36) und (37), fielen daher das

