Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 29/30 (1897)

Heft: 19

Inhaltsverzeichnis

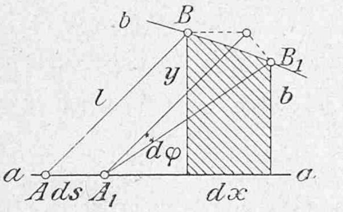
INHALT: Ein neues Momentenplanimeter. — Neue Zufahrtslinien zum Simplon-Tunnel. — Litteratur: Les locomotives suisses. — Konkurrenzen: Strassenbrücke über die Aare von der Stadt Bern nach dem Lorraine-Quartier. — Nekrologie: † Robert Landolt. † Paul Blondel. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Polytechniker, Sektion Zürich: Frühjahrsexkursion. Stellenvermittelung. XXVIII. Adressverzeichnis.

Ein neues Momentenplanimeter.

Von *A. Fliegner*.

In einem rechtwinkeligen Koordinatensystem, dessen horizontale Achse aa ist, Fig. 1, sei eine Kurve bb gegeben. Für das von aa, bb und zwei unendlich benachbarten Ordinaten y begrenzte Flächenelement ist dann:

Fig. 1.



der *Flächeninhalt*:

$$dF = y\,dx, \quad . \quad (1)$$

das *statische Moment* in Bezug auf die Achse aa:

$$dM = \frac{1}{2}\,y^2\,dx, \quad (2)$$

das *Trägheitsmoment* in Bezug auf die gleiche Achse:

$$dT = \frac{1}{3}\,y^3\,dx. \quad (3)$$

Will man auf ein Planimeter kommen, mit dem man diese Grössen unmittelbar messen kann, so muss man den analytischen Ausdruck für sie zunächst umformen. Zu diesem Zwecke denkt man sich eine gerade Linie AB von der konstanten Länge l so bewegt, dass ihr Endpunkt A stets auf der Achse aa, der Endpunkt B stets auf der Kurve bb bleibt. Für das betrachtete Flächenelement muss dann A auf aa um ds nach rechts fortrücken und die Linie AB sich gleichzeitig um den Winkel $d\varphi$ im Sinne des Uhrzeigers drehen. Dadurch ändert sich der Neigungswinkel α von l gegenüber aa um $-d\alpha$, und es ist:

$$d\varphi = -\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nach Fig. 1 bestehen zwischen den verschiedenen Grössen folgende Beziehungen: zunächst ist

$$dx = ds + l\,d\varphi \sin\alpha$$

oder, wegen (4)

$$dx = ds - l \sin\alpha\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Ferner ist

$$y = l \sin\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Setzt man (5) und (6) in die Ausdrücke (1) bis (3) ein, so folgt:

$$dF = l \sin\alpha\,ds - l^2 \sin^2\alpha\,d\alpha, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$dM = \frac{1}{2}\,l^2 \sin^2\alpha\,ds - \frac{1}{2}\,l^3 \sin^3\alpha\,d\alpha, \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$dT = \frac{1}{3}\,l^3 \sin^3\alpha\,ds - \frac{1}{3}\,l^4 \sin^4\alpha\,d\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Für ein endliches Kurvenstück bb müssten diese Ausdrücke zwischen den zugehörigen Grenzen integriert werden.

Bei den Anwendungen handelt es sich aber immer um Flächen, die von einer *geschlossenen* Kurve begrenzt sind. Dann geht die Anordnung eines Planimeters nur so zu treffen, dass die Gerade l durch *Rückdrehung* in ihre anfängliche Lage zurückkehrt, so dass also $\int_b d\alpha$ verschwindet. Gleichzeitig werden auch die drei negativen Integrale von der Gestalt

$$\int_b \sin^n\alpha\,d\alpha = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und die Integration der Ausdrücke (7) bis (9) ergiebt daher einfach:

$$F = l \int_b \sin\alpha\,ds, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$M = \frac{1}{2}\,l^2 \int_b \sin^2\alpha\,ds, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{3}\,l^3 \int_b \sin^3\alpha\,ds. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Die drei hier auftretenden Integrale sollen auf mechanischem Wege so ermittelt werden, dass man nach Umfahren der ganzen Fläche mit einem Fahrstifte die drei Grössen F, M und T unmittelbar an entsprechenden Teilungen ablesen kann.

Die Bestimmung des ersten Integrals und damit die des Flächeninhaltes der Figur erfolgt mit dem bekannten Linear-Planimeter in seinen verschiedenen Anordnungen.

Um die beiden anderen Integrale finden zu können, ist man bisher so vorgegangen, dass man die Potenzen des Sinus durch Sinus und Kosinus von *Vielfachen* des Winkels α ausgedrückt hat, nach den Beziehungen:

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}\,(1 - \cos 2\,\alpha) \text{ und}$$

$$\sin^3\alpha = \frac{1}{4}\,(3 \sin\alpha - \sin 3\,\alpha).$$

Damit werden die beiden Momente, da im ersten $\int_b ds$ verschwindet

$$M = -\frac{1}{4}\,l^2 \int_b \cos 2\,\alpha\,ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$T = \frac{1}{4}\,l^3 \int_b \sin\alpha\,ds - \frac{1}{12}\,l^3 \int_b \sin 3\,\alpha\,d\alpha. \quad . \quad (15)$$

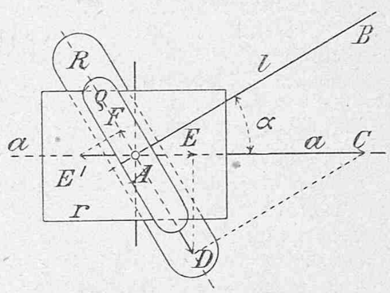
Hiernach sind die *Amsler*'schen Momentenplanimeter konstruiert, die einzigen, die ich auf der Landesausstellung in Genf vorgefunden habe. Sie erfordern Zahnräder, durch die die Drehung des Fahrarmes auf zwei andere Arme verdoppelt und verdreifacht übertragen wird. Durch diese Zahnräder erhält aber der ganze Apparat senkrecht zur Achse aa eine verhältnismässig grosse Ausdehnung. Ausserdem müssen zur Bestimmung des Trägheitsmomentes *zwei* Ablesungen und eine kleine Rechnung vorgenommen werden. Und endlich gleiten die drei Messrollen in ihren Achsrichtungen stark auf dem Papier oder ihrer sonstigen Unterlage hin und her.

Diese Uebelstände kann man jedoch umgehen. Es sind Momentenplanimeter möglich, die keine Zahnräder brauchen, die daher kleiner ausfallen, bei denen jedes Moment durch nur eine einzige Ablesung unmittelbar gefunden werden kann, und die auch ein bedeutend geringeres schädliches Gleiten der Messrollen zeigen.

Zunächst soll das geometrische Gerippe eines solchen Planimeters entwickelt werden.

In Fig. 2 sei wieder aa die Achse, in Bezug auf welche die Momente gesucht sind. A sei der Drehpunkt des Fahrarmes AB am Apparat. An diesem Arme ist eine Rolle vom Halbmesser R vorausgesetzt, deren Drehachse im gezeichneten Grundrisse mit der Richtung des Fahrarmes zusammenfällt und die die Zeichnungsebene in dem Punkte berührt, in dem die verlängerte Drehachse A des Fahrarmes die Zeichnungsebene schneidet. Wird der Punkt A auf aa um $ds = \overline{AC}$ nach rechts zu bewegt, so rückt die Drehachse der Rolle R sich selbst parallel um

Fig. 2.



$$\overline{AD} = \sin\alpha\,ds \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

nach rechts unten zu fort. Dabei dreht sich die Rolle so, dass ihr Berührungspunkt mit der Zeichnungsebene um die gleiche Strecke nach links oben fortschreitet, während sich