Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 37/38 (1901)
Heft: 17

Artikel: Graphische Lösung höherer algebraischer Gleichungen
Autor: Sieber, Albert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22699

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

einigt, sodass der allgemeine Aufbau wenig verändert erscheint; vorteilhaft ist die seitliche Durchbrechung des Klinkenrades wegen der dadurch erzielten Zugänglichkeit zu den inneren Mechanismen.

Der hydraulisch mechanische Differentialregulator der Firma Th. Bell & Cie. beruht ebenfalls auf der Anwendung zweier Kapselwerke mit vom Centrifugalpendel beeinflusster Flüssigkeitssperrung; die Konstruktion desselben wird eventuell in einem Nachtrag zur Beschreibung gelangen.

In dieser Weise bot auch die Bell'sche Ausstellung hinsichtlich der Turbinen und deren Regulatoren ein Bild intensiver Thätigkeit und erfolgreichen Fortschrittes.

(Schluss folgt.)

Graphische Lösung höherer algebraischer Gleichungen.

(Schluss.)

Diese Operationen, welche bei kleinen n sehr einfach sind, sollen in einigen Beispielen vorgeführt werden. Zum voraus ist nur besonders zu erwähnen, dass dieselben in allen Fällen sich gleich anwendbar erweisen, wenn auch einzelne der Koeffizienten a_1, a_2 u. s. w. oder alle gleich Null sind, oder wenn auch der Punkt A mit dem Punkte C zusammenfallen sollte, wobei dann die Kreislinie verschwinden und die Punkte S ebenfalls auf C fallen würden.

Specielle Anwendungen. Bezüglich der *Gleichung zweiten Grades* mag lediglich bemerkt werden, dass deren bekannte

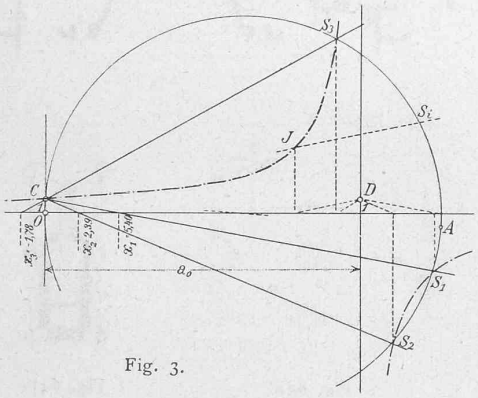

Fig. 3.

Konstruktion diesem Verfahren identisch ist, indem für dieselbe $p_s = -x$ ($+x$ wird entgegengesetzt von $+p_s$ abgeschnitten!), somit die Hülfskurve mit der Vertikalachse zusammenfällt.

Die Gleichung dritten Grades:

$$x^3 - 6x^2 - x + 23 = 0$$

(vergl. Culmann, Graph. Stat., 2. Aufl. pag. 19) ist in Fig. 3 gelöst. Man hat $p_a = 1$, $q_a = 23 + 6 = 29$, zur Aufzeichnung des Punktes A. Auf einer Vertikalen der Abscisse $a_0 = 23$ wird der Punkt D mit der Ordinate $+1$ bestimmt. Die Schnittpunkte der Horizontalachse mit Parallelen durch diesen Punkt D zu den Strahlen CS_i werden auf diese projiciert und dadurch die Punkte J der strichpunktierten Hülfskurve erhalten. Diese ist, wie man sofort erkennt, der durch C gehenden Hyperbel identisch, deren beide Asymptoten die Horizontalachse und die Ordinate a_0 sind. Die drei Strahlen der Schnittpunkte S_1, S_2, S_3 von Kreislinie und Hyperbel geben auf der Horizontalachse die drei reellen Wurzeln. Würde der Hyperbelast S_1 S_2 die Kreislinie nur berühren, so würden die zwei betreffenden Wurzeln gleich; fände kein Kontakt statt, so würden diese imaginär.

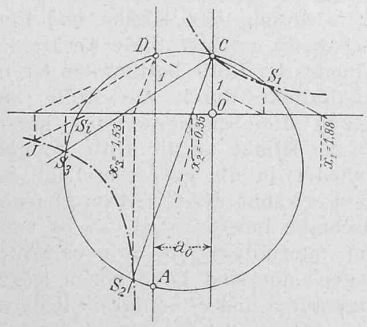

Fig. 3a.

Figur 3a enthält die Konstruktion der auch von Ing. Smreker behandelten Gleichung $x^3 - 3x - 1 = 0$, und Figur 3b diejenige von $x^3 - 3 = 0$ oder $x = \sqrt[3]{3}$. Besondere Erklärungen dürften dazu nicht notwendig sein.

Die Gleichung vierten Grades:

$$x^4 - 0{,}5\,x^3 - 4{,}5\,x^2 + 2x + 2 = 0$$

ist in Fig. 4 konstruiert. Zur Bestimmung von A hat man $p_a = 2 + 0{,}5 = 2{,}5$, $q_a = 2 + 4{,}5 = 6{,}5$. Ferner wird eine zweite Vertikale der Abscisse $+1$, sowie eine Horizontale der Ordinate $a_1 = 2$ gezogen und auf dieser der Punkt D mit der Abscisse $a_0 = 2$ abgetragen. Man erhält nun die Werte

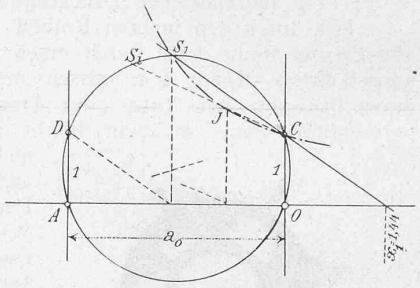

Fig. 3b.

$$p_s = a_1 + \frac{a_0}{x} + x$$

auf der Vertikalen $+1$, indem durch den Punkt D Senkrechte zu den Strahlen CS_i bis zur Vertikalachse, und durch die

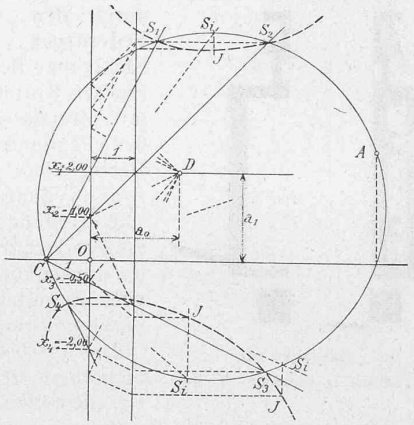

Fig. 4.

Schnitte daselbst Parallelen zu den CS_i gezogen werden. Die auf der Vertikalen $+1$ erzeugten Schnittpunkte werden auf Vertikale durch die S_i hinüberprojiciert und dadurch die Punkte J der gestrichelten Hülfskurve erhalten. Diese besteht aus zwei Zweigen, den positiven und negativen Wurzeln entsprechend, und hat in den Vertikalen durch C und A zwei Asymptoten. Die Wurzeln erhält man auf der Vertikalachse durch die Strahlen C nach den Schnitten S_1, S_2, S_3 und S_4.

Fig. 4a löst die Gleichung $x^4 - 4 = 0$ oder $x = \sqrt[4]{4}$. Beide Zweige der analog wie in Fig. 4 bestimmten Hülfskurve sind hier gestreckt Sförmig. Diese Konstruktion ist bloss zum Vergleiche dargestellt, da man die zweigliedrige Gleichung vierten Grades sonst wohl nur mittels der ebenfalls eingezeichneten Kreisbogen graphisch lösen wird.

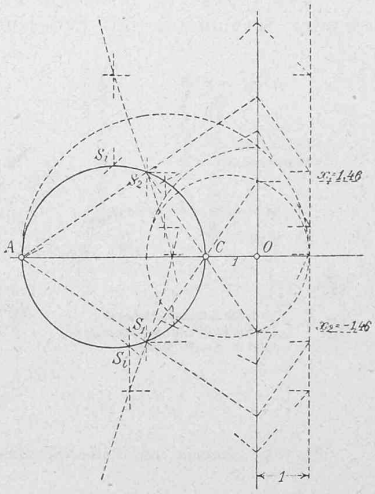

Fig. 4a.

In Figur 5 ist *die Gleichung fünften Grades:*

$$x^5 + 2{,}5\,x^4 - 2{,}5\,x^3 - 7x^2 - 0{,}5\,x + 1 = 0$$

behandelt.

Die Koordinaten des Punktes A sind: $p_a = -0{,}5 + 2{,}5 = 2$ und $q_a = 1 + 7 + 2{,}5 = 10{,}5$. Ferner sind zu ziehen eine Horizontale der Ordinate $+1$ und eine Vertikale der Abscisse $a_0 - a_2 = 1 + 7 = 8$, worauf der Punkt D im Abstande $a_0 = +1$ von dieser Vertikalen und mit der Ordinate $a_1 = -0{,}5$ bestimmt wird. Indem man nun von D aus einen Senkrechtenzug von drei Strecken konstruiert, dessen Erste parallel mit CS_i geht und dessen beide Winkelpunkte auf der Vertikalen $a_0 - a_2$ und auf der

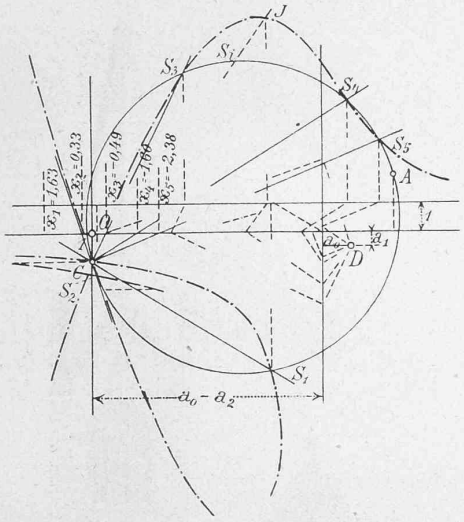

Fig. 5.

Horizontalachse liegen, erhält man auf der Horizontalen $+1$ den Wert $q_s = a_0 - a_2 - \frac{a_1}{x} - \frac{a_0}{x^2} - x$ abgeschnitten. Die in dieser Weise erhaltenen Punkte auf die Strahlen CS_i projiziert geben die strichpunktierte Kurve, deren Schnitte mit der Kreislinie die die reellen Wurzeln anzeigenden Strahlen CS_1, CS_2, CS_3, CS_4 und CS_5 bestimmen. In der Figur 5 ist S_2 genauer durch die gestrichelte Kurve fixiert, die durch Projizieren der Werte q_s auf Horizontale durch die Punkte S_i statt auf die Strahlen CS_i selbst erhalten

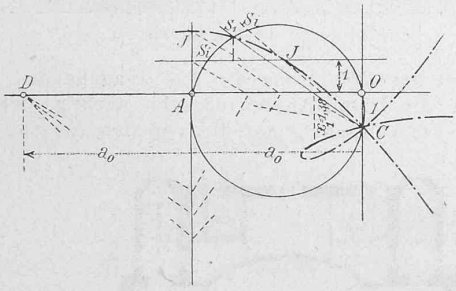

Fig. 5a.

wird. Der eine Zweig der Hülfskurve bildet eine Schleife während der andere offen ist, und in der Horizontalen und Vertikalen durch C hat dieselbe zwei Asymptoten. — Die zweigliedrige Gleichung $x^5 - 5 = 0$ oder $x = \sqrt[5]{5}$ ist durch Figur 5a in gleicher Art gelöst.

Die *Gleichung sechsten Grades:*

$$x^6 + x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 8x^2 + 1{,}5x - 1{,}5 = 0$$

wird durch Figur 6 dargestellt.

Für den Punkt A ist $p_a = 1{,}5 + 5 + 1 = 7{,}5$ und $q_a = -1{,}5 - 8 - 7 = -16{,}5$. Im Abstande $a_1 - a_3 = 1{,}5 + 5 = 6{,}5$ wird eine Horizontale, durch die Abscissen -1 und $-(a_2 - a_0) = -8 - 1{,}5 = -9{,}5$ werden Vertikale gezogen und der Punkt D mit den Abständen $a_1 = 1{,}5$ von jener Horizontalen und $a_0 = -1{,}5$ von der letztern Vertikalen eingezeichnet. Ein Senkrechtenzug aus D, dessen erste Strecke mit dem betreffenden CS_i einen rechten Winkel bildet und dessen Eckpunkte auf der Vertikalen $-a_2 + a_0$, der Horizontalen $a_1 - a_3$ und auf der Vertikalachse liegen, schneidet auf der Vertikalen -1 den Wert $p_s = a_1 - a_3 - \frac{a_2 - a_0}{x} - \frac{a_1}{x^2} - \frac{a_0}{x^3} - x$ aus, welcher auf die Vertikale S_i projiciert einen Punkt J der gestrichelten Hülfskurve gibt. Die Wurzeln erhält man nach Bestimmung einer hinlänglichen Anzahl Punkte J durch die Schnitte der Strahlen CS_1 u. s. w. mit der Vertikalachse.

Schlussbemerkung. Man sieht, dass die entwickelte Methode noch bei der Gleichung sechsten Grades verhältnismässig leicht zum Ziele führt, eine speditivere wird sich kaum finden lassen. Eine besondere Untersuchung der jeweils zu konstruierenden Hülfskurven, die für jeden Grad eigene charakteristische Formen annehmen, erscheint nicht angezeigt, da man für die Fälle der praktischen Anwendung sich meistens mit kurzen, die Kreislinie treffenden Teilen derselben begnügen wird. Immerhin liessen sich aus dem Verhalten dieser Kurven bei Aenderungen der Koeffizienten a leicht Schlüsse auf das Verhalten der Wurzeln ziehen doch gehört dies nicht in den Rahmen dieses Artikels.

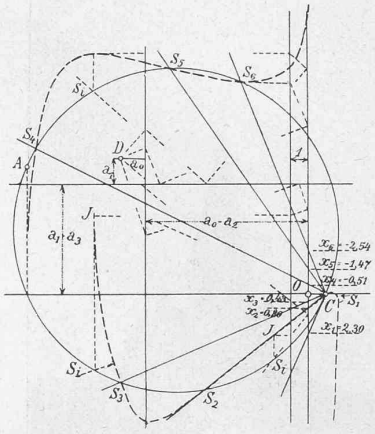

Fig. 6.

Zürich. *Albert Sieber*, Ing.

Wettbewerb für eine evangelisch-reformierte Kirche in Bern.[1])

I.

Der erste Preis bei diesem Wettbewerbe ist Herrn Architekt *Karl Moser* in Aarau, Verfasser des Entwurfes Nr. 70 mit dem Motto „15. II. 01" zuerkannt worden. Auf den Seiten 182 und 183 sind Ansichten, Grundrisse und Schnitte, sowie eine Perspektive dieses Projektes wiedergegeben. In der nächsten Nummer hoffen wir das Gutachten des Preisgerichtes mitteilen zu können, nebst Abbildungen der mit dem II. und III. Preise ausgezeichneten Entwürfe. (Schluss folgt.)

Der VI. internationale Eisenbahn-Kongress im September 1900 zu Paris.

In der Eisenbahn-Abteilung des kgl. niederländischen Ingenieur-Instituts im Haag hielt Ingenieur *J. W. Post* — der beim letztjährigen Pariser internationalen Eisenbahn-Kongresse Hauptsekretär der Sektion „Bahn und Bauten" und Berichterstatter war — einen Vortrag über die internationalen Eisenbahn-Kongresse im allgemeinen und betreffend den letzten Kongress im besondern. — Folgender Auszug ist diesem Vortrage entnommen:

„Ueber den Nutzen von Kongressen überhaupt bestehen sehr verschiedene Auffassungen, was wohl daher rührt, dass auch der Erfolg der Kongresse sehr verschieden ist, je nachdem sie ordentlich vorbereitet werden oder nicht. — Im vergangenen Jahr wurden in Paris nicht weniger als 127 Kongresse abgehalten. Da wurde rapportiert, debattiert, dejeuniert, konkludiert, exkursioniert und bankettiert, und es ist zu hoffen, dass nicht alle Verbesserungen, welche in *vœux* und Toasten vorgeschlagen wurden, zu bald in Erfüllung gehen: es bliebe sonst für die nächste Generation vielleicht zu wenig zu verbessern und zu wünschen übrig! Es gab Kongresse, die, von einigen Personen in aller Eile veranstaltet, für jedermann zugängig waren, der 10 oder 20 Fr. beitrug.

[1]) Bd. XXXVI S. 128, Bd. XXXVII S. 86 und 95.