

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 63/64 (1914)
Heft: 20

Artikel: Berechnung der Veränderlichkeit von Maxima- und Minima-Funktionen mit Hilfe des Krümmungsradius
Autor: Fischer-Hinnen, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-31554>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

entlastet sind. Die Regulierung der Turbine geschieht durch einen speziellen Regulator, dessen Konstruktion prinzipiell gleich ist derjenigen der Universal-Oeldruck-Regulatoren. Die Pumpen zur Spur und zum Regler sind getrennt, jedoch zu einer gemeinsamen Gruppe miteinander vereinigt. In der Zentrale sind ferner zwei durch eine eigene Rohrleitung gespiesene ebenfalls vertikalachsige Erregerturbinen von je 600 PS und 600 Uml/min aufgestellt.

Die Rohrleitung wurde zum Teil in den Werkstätten von Escher Wyss & Cie., zum Teil in Spanien ausgeführt und in ihrem ganzen Umfange von dieser Firma montiert.

Bemerkenswert ist die kurze Zeit, in der dieses riesige Werk vollendet wurde. Im Dezember des Jahres 1912 erfolgte der erste Spatenstich, und schon im April 1914 konnte die Inbetriebsetzung stattfinden. (Forts. folgt.)

Berechnung der Veränderlichkeit von Maxima- und Minima-Funktionen mit Hülfe des Krümmungsradius.

Von J. Fischer-Hinnen, Oerlikon.

Der berechnende Ingenieur, sei er nun Maschinen- oder Elektroingenieur, kommt gelegentlich in die Lage, unter einer Anzahl von Ausführungsmöglichkeiten die Wahl zu treffen. Liegt die Aufgabe zufällig noch derart, dass sich durch eine bestimmte Annahme günstigste Verhältnisse, z. B. grösste Festigkeit, geringstes Gewicht, höchster Nutzeffekt usw. erzielen lassen, so wird er sich natürlich für diese Annahme entscheiden.

Nicht selten stehen aber der Ausführung in diesem Sinne gewisse konstruktive Schwierigkeiten oder auch Rücksichten auf die Form im Wege, welche ihn zu Konzessionen nötigen und es entsteht damit die Frage, inwieweit dadurch der günstigste Wert beeinflusst wird.

Angenommen, die gestellte Aufgabe lasse sich allgemein durch die Bezeichnung

$$y = f(x) \quad (1)$$

ausdrücken, wobei einem bestimmten Werte x_1 der günstigste Wert y_1 entspricht; und zwar kann dieser Wert ebenso gut ein Maximum wie in einem zweiten Falle ein Minimum sein.

Es fragt sich nun, wie stark wird y von y_1 abweichen, wenn sich x um den Betrag Δx von x_1 entfernt.

Die Lösung ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (1) selbst, wenn man für x den betreffenden Wert einsetzt und bedarf keiner weiteren Erklärung.

Sehr häufig liegt aber die umgekehrte Frage vor, d. h. man gibt sich Δy und hat daraus Δx zu bestimmen. In diesem Falle muss x als Funktion von y ausgedrückt werden, was unter Umständen ziemlich umständlich und zeitraubend ist.

Handelt es sich nur um Näherungswerte und kleine Änderungen Δy , so kann man sich die Aufgabe etwas vereinfachen, wenn man den „Krümmungsradius“ zu Hülfe zieht.

Aus der nebenstehenden Abbildung 1 folgt nämlich

$$\Delta x^2 = (2r - \Delta y) \Delta y = 2r \cdot \Delta y - \Delta y^2 \quad (2)$$

oder wenn man das zweite Glied rechts gegenüber dem ersten vernachlässigt:

$$\Delta x = \sqrt{2r \cdot \Delta y} \quad (3)$$

wobei r den Krümmungsradius durch den Punkt x_1, y_1 darstellt. Nun ist bekanntlich

$$r = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

oder mit genügender Annäherung:

$$r = \frac{1}{y''} = \frac{1}{f''(x_1)} \quad (4)$$

somit in Gleichung (3) eingesetzt:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \Delta y}{f''(x_1)}} \quad (5)$$

Das Gesagte mag an zwei einfachen Beispielen erläutert werden.

Beispiel 1. Die betreffende Funktion laute:

$$y = \frac{54}{x} + 6x - 10$$

Daraus folgt:

$$f'(x) = -\frac{54}{x^2} + 6 = 0 \quad \text{oder} \quad x_1 = 3; \quad y_1 = 26$$

$$\text{Ferner: } f''(x) = \frac{108}{x^3}, \quad \text{daher } f''(x_1) = \frac{108}{3^3} = 4$$

Soll nun Δy nicht mehr als 1% vom günstigsten Werte 26 abweichen, also

$$\Delta y = 0,01 \cdot 26 = 0,26$$

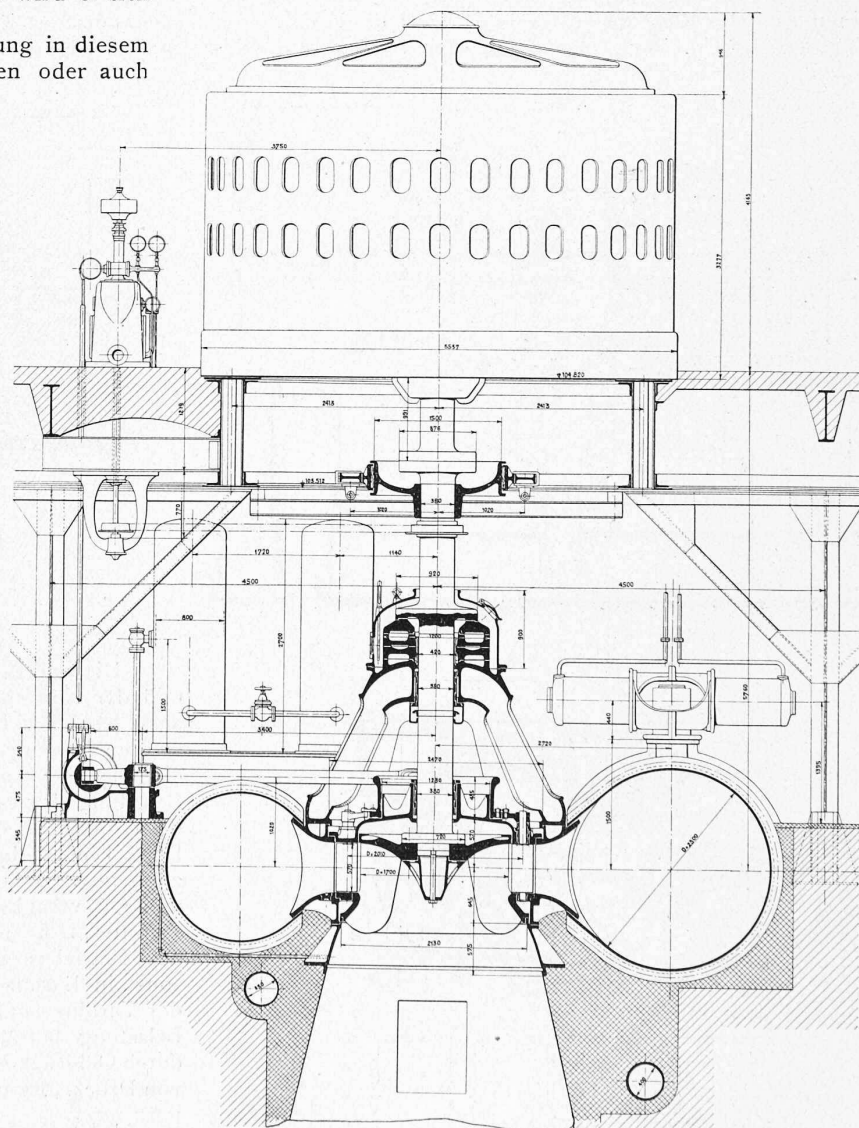


Abb. 13. Vertikalschnitt der Seros-Turbine von Escher Wyss & Cie. in Zürich.
H = 47 m, n = 250 Uml/min, N = 15 000 PS. — Masstab 1 : 80.

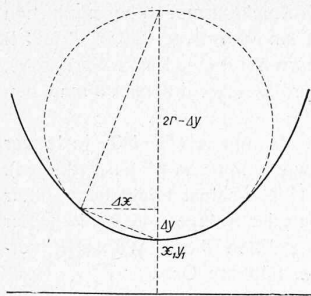


Abbildung 1.

so folgt aus Gleichung (5) mit Berücksichtigung des gefundenen Wertes von $f''(x_1)$:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,26}{4}} = 0,36$$

oder in Prozenten ausgedrückt:

$$\frac{100 \Delta x}{x_1} = \frac{100 \cdot 0,36}{3} = 12\%$$

Beispiel 2. Es sei die Funktion

$$y = 2x^2 - 8x + 14$$

gegeben und man bestimme die Abweichung Δx von x_1 , wenn für Δy eine Abweichung von 1% vom günstigsten Werte y_1 zugelassen wird. Es ist zunächst

$$f'(x) = 4x - 8 = 0 \text{ oder } x_1 = 2; y_1 = 6;$$

ferner

$$f''(x) = f''(x_1) = 4,$$

und

$$\Delta y = 0,01 \cdot 6 = 0,06$$

und die Werte von Δy und $f''(x_1)$ in Gleichung (5) eingesetzt:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,06}{4}} = 0,173$$

oder in Prozenten: $\frac{100 \Delta x}{x_1} = \frac{100 \cdot 0,173}{2} = 8,65\%$.

Der neue Badische Bahnhof in Basel.

Architekten Curjel & Moser.

(Mit Tafeln 33 bis 36, Schluss von Seite 209.)

Der nachfolgenden Darstellung des Innern sei innernd vorausgeschickt, dass die Eigentümlichkeit des Aufnahmegebäudes darin besteht, dass es einer Grenzstation mit Zollrevision dient. Doch kommt neben dem *Uebergangsverkehr* zwischen Schweiz und Deutschland auch *interner Verkehr* in Frage, und zwar beidseitig, sowohl innerhalb deutschen (Freiburg-Basel-Waldshut-Konstanz ohne Aussteigen in Basel), wie innerhalb schweizerischen Zollgebietes (Basel-Riehen und S.B.B.-Zentralbahnhof). Diese mannigfachen Anforderungen erschwerten die Grundrisslösung und waren auch mitbedingend für die Aussenarchitektur, in der durch den Turm der Zugang zum schweizerischen Bahnhof (rechter Flügel, Abb. 5 und 6, Seite 217), durch den Giebelbau der Eingang zum deutschen Bahnhof (linker Flügel, Abb. 1 und 2, Seite 216) gekennzeichnet erscheint. Ueber die betriebstechnischen Verhältnisse des Badischen Bahnhofes in Basel lassen wir der architektonischen Beschreibung des Aufnahmegebäudes im Rahmen einer Buch-

besprechung auf Seite 218 nähere Angaben folgen, zu denen wir in der Skizze auf Seite 219 eine allgemeine Orientierung geben. Ueber die Architektur sagt Bernoulli in dem Werke des Frobenius-Verlags weiter:

„Der erste Eindruck des Innern, die grosse Schalterhalle, ist auch gleich der stärkste Raumeindruck des Gebäudes (Tafel 33, Grundrisse Deutsche Seite, Abb. 1 u. 2., Seite 216). Eine mächtige Tonne überspannt den Raum, ihm die knappsten und klarsten Formen verleihend. Die Schalter und Verkaufsstände sind nicht als leichtes Mobiliar, sozusagen nachträglich, eingebaut, sondern bilden in ihren dunkeln Massen integrierende Bestandteile des Raumes. Die leicht kassettierte Tonne zeigt ihr Material, einen schönen, gekörnten, dunkelgrauen Beton. Die Schaltereinbauten und mit ihnen die Wände des Raumes ringsum bis zu einer Höhe sind aus einer homogenen Masse hergestellt, die bisher noch kaum zur Anwendung gelangt ist, ein geschliffener Vorsatzbeton mit Basalteinlagen; der Fussboden besteht aus Granitplatten in schönem Muster gelegt. Die sorgfältige Behandlung im einzelnen: die Anlage der Zugänge zu den Schaltern mit den festen, wohlgeformten Tischchen, die Abrundung der Ecken an den Durchgängen, die Anordnung der Schriften, der Rahmen für Anschläge, die Platzierung und ornamentale Durchbildung der Uhr, die Konzentration der künstlichen Lichtquelle auf einen Punkt, all' das dient dem Raum und weiss seinen Eindruck zu befestigen und zu steigern.

Die grosse Zolhalle, die man darnach betritt, wirkt vor allem durch den schönen Lichteinfall und gibt einen klaren Kontrast zur Schalterhalle.

Die sich nun anschliessenden Durchgangsräume sind formal beherrscht durch das Einordnen der Türen in eine dunkle Wandbekleidung, über der sich die Schriften wie ornamentale Zutaten klar und sicher abheben. Auch hier wieder zeigt sich das sorgfältige und liebevolle Durchbilden im Einzelnen: Die Plakate, die sonst unordentlich und bekritzelt die Wände unserer Bahnhöfe verunstalten, erscheinen hier unter Glas und Rahmen angenehm als reicher und wohlgeordneter Wandschmuck. Der Architekt hat es durchzusetzen gewusst, dass auch in Zukunft alle Plakate im Bau unter Glas und Rahmen gesetzt werden, sodass auf alle Zeiten der heitere und saubere Eindruck dieser von Menschen durchströmten Gänge gewahrt bleibt.

Rings an diesen Durchgang reihen sich die Restaurations- und Wartesäle an; zunächst der dunkelrote Wartesaal der I. und II. Klasse, ein Raum, dessen Physiognomie vor allem durch die mächtigen hochlehnigen, festeingebauten Sophas gegeben ist (Tafel 35). Die Wand über diesen Holzeinbauten besteht aus rot gefärbtem Putz mit einer diskreten Felderteilung. Auf dem etwas rauhen Material wirken die zierlichen Beleuchtungskörper doppelt kostbar.

Der folgende Restaurationsraum (Tafel 36 unten) weist eine schöne Täferung von graubrauner Tönung auf; die hochlehnigen schwarzen Stühle setzen sich in schönen Gegensatz zu den hellern Wänden; der Lichteinfall durch den halbrunden Vorbau hat etwas Festliches. Auch hier wieder muss man die Durchbildung der Einzelheiten, besonders an der Anlage des Buffets, die Anordnung der Heizkörper, die Platzierung der Tische bewundern. Eine hübsch eingekapselte Treppe führt von hier in ein höher gelegenes Sälchen (Tafel 34), das in Ausnützung des Raumes über der niedrigen Küche angelegt ist.

Das Restaurant III. Klasse (Tafel 36) in einfacherer Ausstattung gewährt einen Blick und Zugang auf die dem Brunnenhof vorgelagerte Terrasse. Die Bekleidung des Ausschanktisches und des anstossenden Fussbodens in Marmor, die Durchbildung des Ausschanks im einzelnen, zeigt wieder die sorgfältige Hand, die es nicht verschmäht, das scheinbar Untergeordnete dem Eindruck des Ganzen dienstbar zu machen. Die Wände sind durch Einteilungen aufgelöst, jeden Schmuckes an Bildwerk oder Ornament bar, doch beruhigend und freundlich in der Wirkung.

Aehnlich gehalten ist der daneben liegende Wartesaal III. Klasse (Abb. 4); die Aufstellung der festen Bänke, die sich hier dunkel, fast

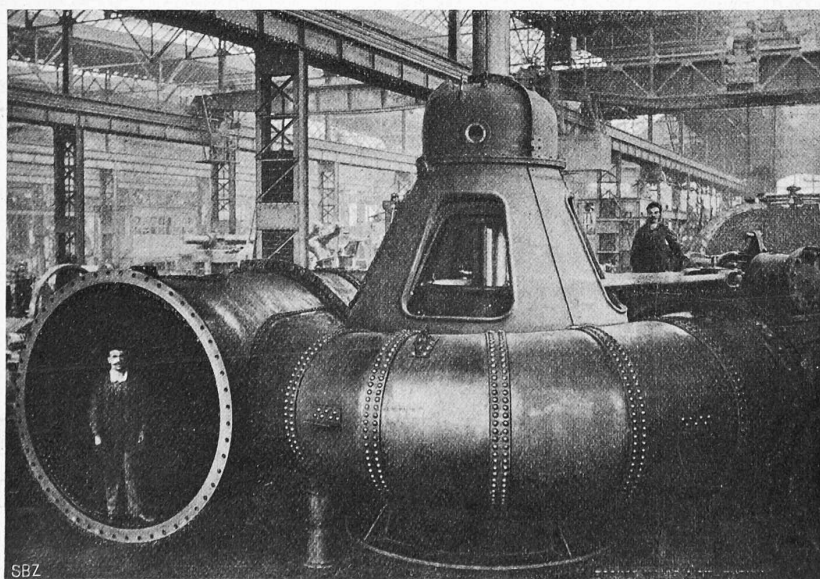


Abb. 14. Spiralgehäuse mit Spurlager-Träger der Seros-Turbine.