

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67/68 (1916)
Heft: 6

Artikel: Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger im Beton
Autor: Kasarnowsky, S.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-33045>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger in Eisenbeton. — Der Eidgenössische Tagsatzungssaal in Baden. — Die Ausbildung des Ingenieurs an der Eidgen. Technischen Hochschule. — Beitrag zum Studium der Druckverhältnisse bei Bügelstromabnehmern. — Schweizerische Maschinen-Industrie im Jahre 1915. — Die schweizerischen Eisenbahnen im Jahre 1915. — Miscellanea: Bebauungsplan der Stadt Luzern. Metallprüfung mittels Röntgenstrahlen. Eine Eisenbahn vor 38 cm Spurweite. Die Kohlenstationen am Panamakanal. Neue Oelrückkühlung für Transformatoren. Die

Deutsche Beleuchtungstechnische Gesellschaft. Der Energieverbrauch der elektrischen Traktion der Berner Alpenbahn. Eine volkswirtschaftliche Gesellschaft zur Förderung des Elektromobilverkehrs. Schweizerische Unfallversicherungsanstalt in Luzern. — Konkurrenzen: Bebauungsplan der Gemeinde Bözingen. Kantonalbankgebäude in Burgdorf. — Literatur. — Vereinsnachrichten Schweiz. Ingenieur- und Architektenverein. Gesellschaft ehemaliger Studierender. Tafeln 12 und 13: Der Eidgenössische Tagsatzungssaal in Baden.

Band 68.

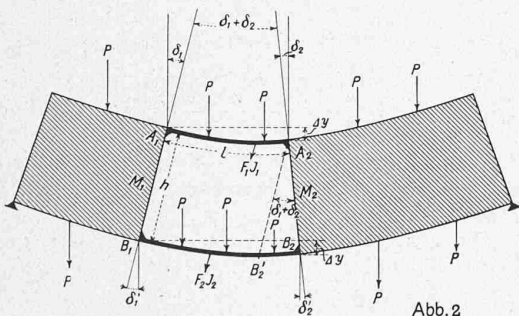
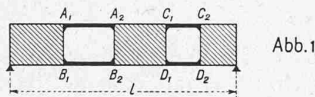
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 6.

Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger in Eisenbeton.

Von S. Kasarnowsky, Dipl.-Ing. E. T. H., Zürich.

Die im modernen Hochbau häufig vorkommenden Wand- und Fassadenverschiebungen verlangen besondere Entlastungsträger. Da die Konstruktionshöhe der Unterzüge gewöhnlich sehr beschränkt ist, wird oft eine Wand in der ganzen Stockwerkshöhe als solcher Träger ausgebildet. Durch die Türen, Korridore, usw., die in den betreffenden Wänden ausgespart werden müssen, wird deren Tragfähigkeit jedoch des öfteren gerade in den gefährlichen Querschnitten erheblich vermindert. Die Berechnung dieser geschwächten Stellen ist nun der wichtigste Teil der statischen Untersuchung eines Wandträgers. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Berechnung der Riegel $A_1 A_2, B_1 B_2, C_1 C_2$ usw. (Abbildung 1), die mit dem Wandträger starr verbunden sind. Es werden dabei Gleichungen entwickelt, die auch komplizierte Fälle verhältnismässig einfach zu berechnen gestatten.



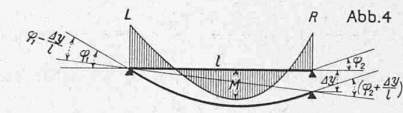
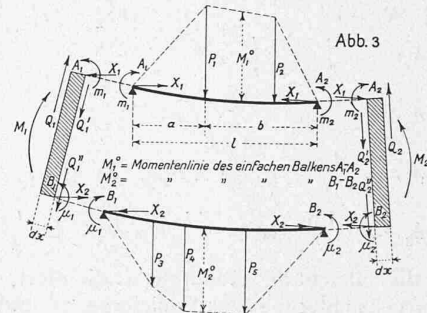
so erhält man (siehe Abbildung 3) drei Gleichgewichtsbedingungen:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_2 = X \\ M_1 &= Xh + m_1 + \mu_1 \dots \dots \dots 1) \\ M_2 &= Xh + m_2 + \mu_2 \dots \dots \dots 2) \end{aligned}$$

Die Neigungswinkel φ_1, φ_2 eines Balkens CD (siehe Abbildung 4) mit der Momentenlinie M sind, konstantes Trägheitsmoment J vorausgesetzt, durch die Gleichungen gegeben:

$$\varphi_1 = \frac{R}{lJE} \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \frac{L}{lJE}$$

wobei, wenn x_1 bzw. x_2 die Abstände von M vom linken, bzw. rechten Auflager (Abb. 4) bezeichnen, $R = \int_0^l Mx_1 dx$ und $L = \int_0^l Mx_2 dx$ bedeuten (siehe z. B. Müller-Breslau, Graph. Statik der Baukonstruktionen, Bd. II, 2. Abt., S. 25 bis 31). Senkt sich das rechte Auflager D um Δy , so vergrößert sich φ_1 , wie aus der Figur ersichtlich ist, um $\frac{\Delta y}{l}$ und um den gleichen Betrag vermindert sich φ_2 .



Um die Rechnung nicht unnötig zu erschweren, wird die Annahme gemacht, dass die Geraden $A_1 B_1, A_2 B_2$ usw. nach der Deformation gerade bleiben. Diese Annahme ist ohne weiteres zulässig für praktische Fälle, in denen die Scheiben mindestens ebenso lang als hoch sind.

Bezeichnet man mit:
 δ_1, δ_2 die Neigungswinkel der elastischen Linie des Riegels $A_1 A_2$ in A_1 , beziehungsweise in A_2
 δ_1', δ_2' die Neigungswinkel der elastischen Linie des Riegels $B_1 B_2$ in B_1 , beziehungsweise in B_2
 so werden $\delta_1 = \delta_1'$ und $\delta_2 = \delta_2'$ (siehe Abbildung 2).

Denkt man sich ferner den Träger in $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ geschnitten, so können die beiden Riegel in Gleichgewicht erhalten werden, wenn in A_1, A_2, B_1, B_2 je drei Auflagerreaktionen: ein Kräftepaar, eine Horizontal- und eine Vertikalkraft angebracht werden (siehe Abbildung 3). Die Riegel können als einfache Balken aufgefasst werden, die durch äussere Kräfte $P_1, P_2 \dots$ belastet sind und in $A_1, A_2 (B_1, B_2)$ ihre Auflager haben, in denen die Kräftepaare m_1, m_2 beziehungsweise μ_1, μ_2 und axiale Kräfte X_1, X_2 (oben Druck, unten Zug) angebracht sind. Bedeuten ferner:
 h der Abstand der Schwerpunkte der Riegel,
 M_1 das Biegemoment des Wandträgers im Schnitt $A_1 B_1$,
 M_2 das Biegemoment des Wandträgers im Schnitt $A_2 B_2$,

Es werden nun folgende Bezeichnungen eingeführt:

- l die lichte Spannweite der Riegel
- E der Elastizitätsmodul des Materials
- $J_1 F_1$ das Trägheitsmoment und der Querschnitt des Riegels $A_1 A_2$
- $J_2 F_2$ das Trägheitsmoment und der Querschnitt des Riegels $B_1 B_2$
- Δy die Ordinatendifferenz der elastischen Linie der Punkte $A_1 A_2$ beziehungsweise $B_1 B_2$
- M_1^0 die Momentenlinie des einfachen Balkens $A_1 A_2$
- M_2^0 die Momentenlinie des einfachen Balkens $B_1 B_2$
- $R_1 L_1$ die statischen Momente der Momentenfläche M_1^0 bezogen auf das rechte bzw. auf das linke Auflager.
- $R_2 L_2$ die statischen Momente der Momentenfläche M_2^0 bezogen auf das rechte bzw. auf das linke Auflager.

[Für eine Einzellast P ist z.B.: $R = \frac{a \cdot b}{6} P (l + b)$ und $L = \frac{a \cdot b}{6} P (l + a)$, für eine gleichförmig verteilte Belastung p : $R = L = \frac{pl^4}{24}$]

Mit $a = \frac{J_1}{J_2}$ wird dann für den Riegel $A_1 A_2$:

$$E J_1 \delta_1 = \frac{R_1}{l} + (2 m_1 + m_2) \frac{l}{6} + \frac{\Delta y}{l} J_1 \dots 3)$$

$$E J_1 \delta_2 = \frac{L_1}{l} + (m_1 + 2 m_2) \frac{l}{6} - \frac{\Delta y}{l} J_1 \dots 4)$$

Für den Riegel $B_1 B_2$ wird:

$$E J_1 \delta_1 = \frac{R_2 a}{l} + (2 \mu_1 + \mu_2) \frac{l}{6} a + \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad 5)$$

$$E J_1 \delta_2 = \frac{L_2 a}{l} + (\mu_1 + 2 \mu_2) \frac{l}{6} a - \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad 6)$$

Zieht man in Abbildung 2 von A_2 eine Parallele zu $A_1 B_1$, so schliesst sie mit $A_2 B_2$ einen Winkel $(\delta_1 + \delta_2)$ ein. Wird berücksichtigt, dass der Riegel $A_1 A_2$ sich um $\Delta l_1 = \frac{X l}{F_1 E}$ komprimiert, der Riegel $B_1 B_2$ dagegen sich um $\Delta l_2 = \frac{X l}{F_2 E}$ ausdehnt, so erhält man

$$B'_2 B_2 = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{X l}{E} \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right)$$

und durch Setzen von

$$(\delta_1 + \delta_2) = \frac{B'_2 B_2}{h} \quad \text{und} \quad r = \left(\frac{J_1}{F_1} + \frac{J_1}{F_2} \right) E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{X l}{h} r \quad 7)$$

Es empfiehlt sich, um die Rechnung zu vereinfachen, als neue Unbekannte die Summen und die Differenzen der Randmomente $\mu_1 \mu_2 m_1 m_2$ einzuführen

$$\begin{aligned} m &= m_1 + m_2 & \mu &= \mu_1 + \mu_2 \\ \Delta m &= m_1 - m_2 & \Delta \mu &= \mu_1 - \mu_2 \end{aligned}$$

Durch Addition und Subtraktion der Gleichungen 3), 4) und 5), 6) ergeben sich mit

$$\begin{aligned} S_1 &= R_1 + L_1 & \text{und} & & S_2 &= R_2 + L_2 \\ \Delta S_1 &= R_1 - L_1 & & & \Delta S_2 &= R_2 - L_2 \end{aligned}$$

$$E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{S_1}{l} + \frac{l}{2} m \quad 8)$$

$$E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{S_2}{l} a + \frac{l}{2} a \mu \quad 9)$$

$$E J_1 (\delta_1 - \delta_2) = \frac{\Delta S_1}{l} + \frac{l}{6} \Delta m + 2 \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad 10)$$

$$E J_1 (\delta_1 - \delta_2) = \frac{\Delta S_2}{l} a + \frac{l}{6} \Delta \mu a + 2 \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad 11)$$

Wird die Gleichung 9) durch a dividiert, so erhält man mit Berücksichtigung der Gleichung 7) und Addition von 8) und 9)

$$\frac{X l r}{h} \left(1 + \frac{1}{a} \right) = \frac{S_1 + S_2}{l} + \frac{l}{2} (m + \mu) \quad 12)$$

werden ferner die Gleichungen 1) und 2) addiert, so ergibt sich:

$$X h = (M_1 + M_2) - (m_1 + m_2) - (\mu_1 + \mu_2)$$

$$\text{oder} \quad X h = (M_1 + M_2) - (m + \mu) \quad 13)$$

Aus den Gleichungen 12) und 13) lässt sich X bestimmen zu

$$X \left[\frac{r}{h} \cdot \frac{1+a}{a} + h \right] = \frac{S_1 + S_2}{l^2} + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) \quad 14)$$

Gewöhnlich kann $\frac{r}{h} \cdot \frac{1+a}{a}$ gegenüber h vernachlässigt werden. Man erhält dann als Näherungswert von X

$$X = \frac{S_1 + S_2}{h l^2} + \frac{1}{2 h} (M_1 + M_2) \quad 15)$$

Diese Gleichung eignet sich für überschlägige Rechnung, weil sie von den Dimensionen der Riegel unabhängig ist.

Ist X berechnet, so lassen sich m und μ aus den Gleichungen 7), 8) und 9) bestimmen zu:

$$m = \frac{2 X}{h} r - \frac{2 S_1}{l^2} \quad 16)$$

$$\mu = \frac{2 X}{h a} r - \frac{2 S_2}{l^2} \quad 17)$$

Durch Subtraktion der Gleichung 2) von 1) erhält man

$$M_1 - M_2 = (m_1 - m_2) + (\mu_1 - \mu_2)$$

und mit $M_1 - M_2 = \Delta M$ wird

$$\Delta M = \Delta m + \Delta \mu \quad 18)$$

Aus den Gleichungen 10), 11), 7) und 18) lassen sich Δm und $\Delta \mu$ bestimmen; aus 10) und 11) folgt

$$\frac{\Delta S_1}{l} + \frac{l}{6} \Delta m = \frac{\Delta S_2}{l} a + \frac{l}{6} \Delta \mu \cdot a$$

$$\text{und} \quad \Delta m - a \Delta \mu = \frac{6}{l^2} (\Delta S_2 a - \Delta S_1) \quad 19)$$

Wird noch die Gleichung 18) berücksichtigt, so ergeben sich

$$\Delta m (1 + a) = a \Delta M + \frac{6}{l^2} [a \Delta S_2 - \Delta S_1] \quad 20)$$

$$\Delta \mu (1 + a) = \Delta M - \frac{6}{l^2} [a \Delta S_2 - \Delta S_1] \quad 21)$$

Sind die beiden Riegel symmetrisch belastet, so werden

$$R_1 = L_1 = \frac{l}{2} F_1$$

$$R_2 = L_2 = \frac{l}{2} F_2$$

wobei $F_1 = \int_0^l M_1^0 dx$ und $F_2 = \int_0^l M_2^0 dx$ bedeuten; es folgen dann $S_1 = l F_1$; $S_2 = l F_2$ und $\Delta S_1 = 0$; $\Delta S_2 = 0$.

Wir erhalten dann

$$X \left[\frac{r}{h} \left(\frac{1+a}{a} \right) + h \right] = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) + \frac{F_1 + F_2}{l} \quad 22)$$

und

$$\left. \begin{aligned} m &= 2 \left(\frac{X r}{h} - \frac{F_1}{l} \right) & \Delta m (1 + a) &= a \Delta M \\ \mu &= 2 \left(\frac{X r}{h a} - \frac{F_2}{l} \right) & \Delta \mu (1 + a) &= \Delta M \end{aligned} \right\} 23)$$

Sind auch die beiden Biegemomente M_1 und M_2 einander gleich, so erhält man mit $M_1 = M_2 = M$

$$X \left[\frac{r}{h} \left(\frac{1+a}{a} \right) + h \right] = M + \frac{F_1 + F_2}{l}$$

$$m_1 = m_2 = \frac{m}{2} = \left(\frac{X r}{h} - \frac{F_1}{l} \right); \quad \Delta m = 0$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \frac{\mu}{2} = \left(\frac{X r}{h a} - \frac{F_2}{l} \right); \quad \Delta \mu = 0$$

Hat man die Momente m , Δm , μ , $\Delta \mu$ berechnet, so lassen sich die Randmomente m_1 , m_2 , μ_1 , μ_2 ermitteln aus:

$$m_1 = \frac{m + \Delta m}{2} \quad \text{und} \quad \mu_1 = \frac{\mu + \Delta \mu}{2}$$

$$m_2 = \frac{m - \Delta m}{2} \quad \mu_2 = \frac{\mu - \Delta \mu}{2}$$

Zur vollständigen Berechnung der Riegel gehört nun noch die Berechnung der Querkräfte: Bezeichnet man mit $Q'_1 Q'_2 Q''_1 Q''_2$ die totalen Auflagerreaktionen in den Riegeln und mit $A^0_1 A^0_2 B^0_1 B^0_2$ die Auflagerreaktionen in den Riegeln infolge Belastung durch $P_1 P_2 \dots$, so werden

$$Q'_1 = A^0_1 + \frac{\Delta m}{l} \quad Q''_1 = B^0_1 + \frac{\Delta \mu}{l}$$

$$Q'_2 = A^0_2 - \frac{\Delta m}{l} \quad Q''_2 = B^0_2 - \frac{\Delta \mu}{l}$$

In der vorliegenden Untersuchung ist ein Wandträger mit einer Oeffnung behandelt worden. Die Resultate sind aber sowohl von der Lage dieser Oeffnung als von den Abmessungen der Tragwand unabhängig. Es hat somit die Deformation der Tragwand keinen Einfluss auf die Momente und Normalkräfte in den Riegeln einer Oeffnung, solange die Grundbedingung, dass die Geraden $A_1 B_1$, $A_2 B_2 \dots$ nach der Formänderung gerade bleiben, erfüllt ist. Sind also mehrere Oeffnungen vorhanden, so kann, wenn der Abstand der Oeffnungen gross genug ist, d. h. wenn die Scheiben $A_2 B_2 D_1 C_1$ (Abb. 1) der Grundbedingung genügen, die vorliegende Rechnung für jedes Riegelpaar getrennt erfolgen.

Die Berechnung einiger praktisch wichtigen Fälle, bei denen die Grundbedingung nicht zutrifft, bleibt einer spätern Arbeit vorbehalten.

