**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 67/68 (1916)

**Heft:** 21

## Inhaltsverzeichnis

Band 68. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 21.

# Ueber die Bestimmung der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik.

Dr. Ing. *Otto Bloch*, Bern.

## I. Teil.

### Einleitung.

In Nr. 11 dieses Bandes vom 9. September 1916 der „Schweiz. Bauzeitung" wurde im Hinblick auf die Frage der „Berücksichtigung des Wicklungssinnes in der theoretischen Elektrotechnik" ein Beispiel gegeben. Im Verlauf der im übrigen rein graphischen Untersuchung jenes Motors sahen wir uns gezwungen, einen Vektor *rechnerisch* zu bestimmen, um die Vektordiagramme richtig aufzeichnen zu können. Es wurde zwar in einer Fussnote erwähnt, dass die Rechnung durch die Konstruktion des geometrischen Ortes jenes Vektors ersetzt werden könnte. Die Durchführung dieses Verfahrens mussten wir uns aber in jenem Zusammenhang versagen. Hier soll diese Lücke ausgefüllt werden.

Es ist nun aber von allgemeiner Bedeutung für die graphische Wechselstromtechnik, ein Verfahren zur Bestimmung der Ortskurven zu kennen. *Wir wollen deshalb hier das Problem gleich in seiner allgemeinen Form anpacken.* Indem wir uns gestatten werden, im folgenden wiederholt auf das erwähnte Beispiel hinzuweisen, wird es uns möglich sein, die Vorstellungen zu präzisieren und die Darstellung kürzer zu gestalten, während wir gleichzeitig den Vorteil geniessen, die Anwendung der zu entwickelnden Methode auf einen bestimmten Fall zeigen zu können. Der Leser ist also ersucht, beim Lesen des Folgenden sich den besagten Artikel vor Augen zu halten.

Wir beschränken unsere Betrachtungen hier ausschliesslich auf solche Wechselstromprobleme, bei denen die Wechselgrössen als *zeitlich rein sinusförmig veränderlich* angesehen werden dürfen. Für solche Aufgaben können die den zu untersuchenden Vorgang beherrschenden Grundgleichungen durch vektorielle Schreibweise äusserlich stets auf die Form einer reinen algebraischen Gleichung ohne transzendente Glieder gebracht werden. Diese Gleichungen werden nun tatsächlich zu algebraischen Gleichungen, wenn wir die einzelnen Vektoren als komplexe Zahlen auffassen, die ihre unmittelbare Abbildung als Vektoren in der Gauss'schen Zahlenebene finden.[1]) Dieser Weg ist auch in unserem Beispiel eingeschlagen worden. In der Tat haben wir dort mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln und der Grundgesetze des Elektro-Magnetismus und der Induktion 13 Bedingungsgleichungen aufgestellt, die sämtliche rein linear in den Amplituden der in Frage stehenden Wechselgrössen sind. Durch Elimination haben wir hierauf den Vektor $Fy$ durch Konstante des Problems und den als bekannt und konstant angenommenen Vektor $Fx$ ausgedrückt. Wir erhielten als Quotienten der beiden Vektoren den Quotienten zweier komplexer Zahlen, deren jede eine lineare Funktion des Parameters $v$ war.[2]). In unserem besondern Fall war der Parameter $v$ ein Mass für die Geschwindigkeit des Motors. Aber wir können auch die Veränderung irgend einer andern Grösse, wie z. B. des Widerstandes, der Kapazität, der Streuung, der Spannung, der Periodenzahl usw. durch den Parameter messen. Wir können daher allgemein sagen:

Da die Grundgleichungen der uns hier interessierenden Probleme stets lineare algebraische Bedingungsgleichungen zwischen den Amplituden der Wechselgrössen sind, deren eine als bekannt vorausgesetzt ist, so ergibt die Berechnung notwendig jeden Vektor als ein von den Konstanten des Problems abhängiges Vielfaches des bekannten Vektors. Da ferner sämtliche Konstanten des Problems komplexe Grössen sein können, so wird im allgemeinen auch dieser Proportionalitätsfaktor $P$ zwischen den beiden Vektoren eine komplexe Zahl sein. Verändern wir nun irgend eine der Konstanten der Bedingungsgleichungen, indem wir einen sie messenden Parameter verschiedene Werte durchlaufen lassen, so wird die den berechneten Vektor darstellende komplexe Zahl als Funktion dieses Parameters erscheinen und in der Gauss'schen Zahlenebene einen geometrischen Ort durchlaufen. Ist im besondern, was wir voraussetzen wollen, *die zu messende Grösse eine rationale Funktion des Parameters, so wird auch der berechnete Vektor eine rationale, im allgemeinen gebrochene Funktion desselben sein.*

Bezeichnen wir allgemein den berechneten Vektor mit $V$, den als bekannt vorausgesetzten Vektor mit $U$ und konstante komplexe Zahlen mit $A, B, C$ usw., ferner mit $v$ einen beliebigen Parameter, so werden wir, nach dem Gesagten, durch unsere Probleme immer auf Ausdrücke geführt werden müssen, die sich auf folgende Form bringen lassen:

$$V = P\,U = \frac{A + Bv + Cv^2 + \ldots\ldots + Mv^m}{D + Ev + Fv^2 + \ldots\ldots + Nv^n} \quad . \quad . \quad (1)$$

Tatsächlich sind wir dieser Form auch in dem behandelten Beispiel begegnet. Zähler und Nenner waren dabei *lineare* Funktionen des Parameters.

*Es wird nun unsere Aufgabe sein, zu untersuchen, was für geometrische Oerter durch Ausdrücke von der Art der Gleichung* (1) *dargestellt werden.*

Wir werden das uns gesteckte Ziel *auf synthetischem Wege* zu erreichen suchen. Dabei entspricht es dem Zwecke dieser Darlegung, unser Augenmerk vor allem auf grösste Einfachheit und Anschaulichkeit der Darstellung zu richten und nur unmittelbar praktisch wichtige Konsequenzen zu ziehen. Vollständigkeit soll in diesem Zusammenhang nicht angestrebt werden.

### Gerade und Kreise.

Die Gauss'sche Zahlenebene ist bekanntlich das rechtwinklige Koordinatensystem, dessen horizontale Axe die *rein reelle* Zahlenreihe und dessen vertikale Axe die *rein imaginäre* Zahlenreihe darstellt. Alle andern Geraden durch den Axenschnittpunkt stellen irgendwelche *komplexe* Zahlenreihen dar.

Eine willkürliche komplexe Zahl $A$ lässt sich in verschiedenen Formen schreiben. Es ist:

$$A = Ae^{j\alpha} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha) = a_1 + j \cdot a_2$$

Die Grösse $e^{j\alpha}$ stellt die komplexe Einheit dar. Ihr absoluter Wert ist immer $\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = 1$, ihre Richtung die der betreffenden komplexen Zahlenreihe in der Gauss'schen Ebene, nämlich um den Winkel $\alpha$ verdreht gegenüber der rein reellen Halbaxe. Sind die *positiv reellen* Zahlen vom Koordinatenursprung nach rechts, die *positiv imaginären* vom Koordinatenursprung nach oben aufgetragen, so sind *positive Winkel* $\alpha$ gegen den Uhrzeigersinn aufzutragen.

Eine beliebige komplexe Zahl bestimmt also einen gewissen Punkt in der Gauss'schen Ebene; aber ebenso natürlich auch den Radius-Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems nach diesem Punkte hin.

#### *1. Die Gerade.*

Wir fragen uns zuerst nach der Bedeutung eines Ausdruckes von der Form

$$V = A + Bv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

[1]) Vergl. z. B. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik, 8 Aufl., S. 89.

[2]) Vergl. Seite 118 dieses Bandes, Gleichung (d).