

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67/68 (1916)
Heft: 21

Artikel: Ueber die Bestimmung der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik
Autor: Bloch, Otto
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-33111>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die Bestimmungen der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik. — Kleinwohnungsbauten der Architekten Fritschi & Zangerl in Winterthur. — Der Bruch des Staudamms an der Weissen Desse. — Miscellanea: Die „Old Trails“-Brücke über den Colorado River. XIII. Schweizer. Kunstausstellung 1917. Geschweisste Stahlröhren für Gasfernversorgung. British Association for the Advancement of Science. Eidgenössische Technische Hochschule. — Konkurrenzen: Schwei-

zerische Nationalbank in Zürich. Bebauungsplan Bözingen. — Korrespondenz: Zum Wettbewerb für Bahnhof und Postgebäude Biel. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Gesellschaft ehemaliger Studierender: Excursion des groupes romands de la G. e. P. au Chemin de fer Nyon-St-Cergue-Moretz; Stellenvermittlung.

Tafeln 33 u. 34: Kleinwohnungsbauten der Arch. Fritschi & Zangerl, Winterthur.

Band 68.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 21.

Ueber die Bestimmung der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik.

Dr. Ing. *Otto Bloch*, Bern.

I. Teil.

Einleitung.

In Nr. 11 dieses Bandes vom 9. September 1916 der „Schweiz. Bauzeitung“ wurde im Hinblick auf die Frage der „Berücksichtigung des Wicklungssinnes in der theoretischen Elektrotechnik“ ein Beispiel gegeben. Im Verlauf der im übrigen rein graphischen Untersuchung jenes Motors sahen wir uns gezwungen, einen Vektor *rechnerisch* zu bestimmen, um die Vektordiagramme richtig aufzeichnen zu können. Es wurde zwar in einer Fussnote erwähnt, dass die Rechnung durch die Konstruktion des geometrischen Ortes jenes Vektors ersetzt werden könnte. Die Durchführung dieses Verfahrens mussten wir uns aber in jenem Zusammenhang versagen. Hier soll diese Lücke ausgefüllt werden.

Es ist nun aber von allgemeiner Bedeutung für die graphische Wechselstromtechnik, ein Verfahren zur Bestimmung der Ortskurven zu kennen. *Wir wollen deshalb hier das Problem gleich in seiner allgemeinen Form anpacken.* Indem wir uns gestatten werden, im folgenden wiederholt auf das erwähnte Beispiel hinzuweisen, wird es uns möglich sein, die Vorstellungen zu präzisieren und die Darstellung kürzer zu gestalten, während wir gleichzeitig den Vorteil geniessen, die Anwendung der zu entwickelnden Methode auf einen bestimmten Fall zeigen zu können. Der Leser ist also ersucht, beim Lesen des Folgenden sich den besagten Artikel vor Augen zu halten.

Wir beschränken unsere Betrachtungen hier ausschliesslich auf solche Wechselstromprobleme, bei denen die Wechselgrössen als *zeitlich rein sinusförmig veränderlich* angesehen werden dürfen. Für solche Aufgaben können die den zu untersuchenden Vorgang beherrschenden Grundgleichungen durch vektorielle Schreibweise äusserlich stets auf die Form einer reinen algebraischen Gleichung ohne transzendente Glieder gebracht werden. Diese Gleichungen werden nun tatsächlich zu algebraischen Gleichungen, wenn wir die einzelnen Vektoren als komplexe Zahlen auffassen, die ihre unmittelbare Abbildung als Vektoren in der Gauss'schen Zahlenebene finden.¹⁾ Dieser Weg ist auch in unserem Beispiel eingeschlagen worden. In der Tat haben wir dort mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln und der Grundgesetze des Elektromagnetismus und der Induktion 13 Bedingungsgleichungen aufgestellt, die sämtliche rein linear in den Amplituden der in Frage stehenden Wechselgrössen sind. Durch Elimination haben wir hierauf den Vektor Fy durch Konstante des Problems und den als bekannt und konstant angenommenen Vektor Fx ausgedrückt. Wir erhielten als Quotienten der beiden Vektoren den Quotienten zweier komplexer Zahlen, deren jede eine lineare Funktion des Parameters v war.²⁾ In unserem besondern Fall war der Parameter v ein Mass für die Geschwindigkeit des Motors. Aber wir können auch die Veränderung irgend einer andern Grösse, wie z. B. des Widerstandes, der Kapazität, der Streuung, der Spannung, der Periodenzahl usw. durch den Parameter messen. Wir können daher allgemein sagen:

Da die Grundgleichungen der uns hier interessierenden Probleme stets lineare algebraische Bedingungsgleichungen zwischen den Amplituden der Wechselgrössen sind, deren eine als bekannt vorausgesetzt ist, so ergibt die Berech-

nung notwendig jeden Vektor als ein von den Konstanten des Problems abhängiges Vielfaches des bekannten Vektors. Da ferner sämtliche Konstanten des Problems komplexe Grössen sein können, so wird im allgemeinen auch dieser Proportionalitätsfaktor P zwischen den beiden Vektoren eine komplexe Zahl sein. Verändern wir nun irgend eine der Konstanten der Bedingungsgleichungen, indem wir einen sie messenden Parameter verschiedene Werte durchlaufen lassen, so wird die den berechneten Vektor darstellende komplexe Zahl als Funktion dieses Parameters erscheinen und in der Gauss'schen Zahlenebene einen geometrischen Ort durchlaufen. Ist im besondern, was wir voraussetzen wollen, *die zu messende Grösse eine rationale Funktion des Parameters*, so wird auch der berechnete Vektor eine rationale, im allgemeinen gebrochene Funktion desselben sein.

Bezeichnen wir allgemein den berechneten Vektor mit V , den als bekannt vorausgesetzten Vektor mit U und konstante komplexe Zahlen mit A, B, C usw., ferner mit v einen beliebigen Parameter, so werden wir, nach dem Gesagten, durch unsere Probleme immer auf Ausdrücke geführt werden müssen, die sich auf folgende Form bringen lassen:

$$V = PU = \frac{A + Bv + Cv^2 + \dots + Mv^m}{D + Ev + Fv^2 + \dots + Nv^n} \quad (1)$$

Tatsächlich sind wir dieser Form auch in dem behandelten Beispiel begegnet. Zähler und Nenner waren dabei *lineare* Funktionen des Parameters.

Es wird nun unsere Aufgabe sein, zu untersuchen, was für geometrische Oerter durch Ausdrücke von der Art der Gleichung (1) dargestellt werden.

Wir werden das uns gesteckte Ziel auf *synthetischem Wege* zu erreichen suchen. Dabei entspricht es dem Zwecke dieser Darlegung, unser Augenmerk vor allem auf grösste Einfachheit und Anschaulichkeit der Darstellung zu richten und nur unmittelbar praktisch wichtige Konsequenzen zu ziehen. Vollständigkeit soll in diesem Zusammenhang nicht angestrebt werden.

Gerade und Kreise.

Die Gauss'sche Zahlenebene ist bekanntlich das rechtwinklige Koordinatensystem, dessen horizontale Axe die *rein reelle* Zahlenreihe und dessen vertikale Axe die *rein imaginäre* Zahlenreihe darstellt. Alle andern Geraden durch den Axenschnittpunkt stellen irgendwelche *komplexe* Zahlenreihen dar.

Eine willkürliche komplexe Zahl A lässt sich in verschiedenen Formen schreiben. Es ist:

$$A = Ae^{j\alpha} = A(\cos \alpha + j \sin \alpha) = a_1 + j \cdot a_2$$

Die Grösse $e^{j\alpha}$ stellt die komplexe Einheit dar. Ihr absoluter Wert ist immer $\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = 1$, ihre Richtung die der betreffenden komplexen Zahlenreihe in der Gauss'schen Ebene, nämlich um den Winkel α verdreht gegenüber der rein reellen Halbaxe. Sind die *positiv reellen* Zahlen vom Koordinatenursprung nach rechts, die *positiv imaginären* vom Koordinatenursprung nach oben aufgetragen, so sind *positive Winkel* α gegen den Uhrzeigersinn aufzutragen.

Eine beliebige komplexe Zahl bestimmt also einen gewissen Punkt in der Gauss'schen Ebene; aber ebenso natürlich auch den Radius-Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems nach diesem Punkte hin.

1. Die Gerade.

Wir fragen uns zuerst nach der Bedeutung eines Ausdruckes der Form

$$V = A + Bv \dots \dots \dots (1)$$

¹⁾ Vergl. z. B. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik, 8 Aufl., S. 89.

²⁾ Vergl. Seite 118 dieses Bandes, Gleichung (d).

es sich ja um das Spiegelbild der Geraden $D + Ev$ handelt, in dem die imaginären Grössen das entgegengesetzte Vorzeichen annehmen. Der Punkt, den wir so erhalten, entspricht dem Wert $v=0$. Für den Wert $v=1$ addiert sich dazu noch die Strecke $(-j \cdot 8\phi)$. Die Punkte $-j\phi$ (12, 14, 16, 18, 20) entsprechen also den Werten $v=0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$, die in dem Beispiel verwendet wurden.

Die projizierenden Strahlen aus N durch diese Punkte schneiden aus dem Kreis die entsprechenden Endpunkte des Vektors F_y heraus. Dies für den Fall, dass wir $F_x=1$ gesetzt haben, was wir bei entsprechender Wahl des Massstabes immer tun können. Für die Genauigkeit der Konstruktion wird es vorteilhaft sein, ϕ so zu wählen, dass die Punkte und ihre Projektion möglichst nahe aneinander zu liegen kommen.

Für den Fall der zweiten Schaltung ist der Gang der Konstruktion selbstverständlich genau derselbe.

Aus Gleichung (D') (a. a. O.) entnehmen wir die Werte:
 $A = 6 + j \cdot 3$ $B = j \cdot 28$ $G = -3,5$
 $D = -28 + j \cdot 12$ $E = -j \cdot 8$ $H = -92 + j \cdot 45$

Die Gerade $D + Ev$ ist wiederum parallel zur imaginären Axe. Sie und ihr Spiegelbild in bezug auf die reelle Axe schneiden die letztere im Punkt (-28) . Der Mittelpunkt des Kreises $K(v)$ ist somit der Punkt $(-\frac{1}{56})$. Das Zentrum M des Kreises $H \cdot K(v)$ ist demnach

$$-\frac{1}{56}(-92 + j \cdot 45) = +1,64 - j \cdot 0,81.$$

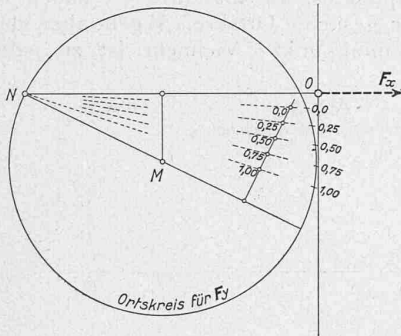


Abb. 4
Ortskreis f. d. zweite Schaltung

In Abbildung 4 ist dieser Kreis gezeichnet. Der Nullpunkt für die Vektoren F_y liegt gegenüber dem Punkte N um den Betrag $-G = 3,5$ verschoben. Wir gelangen auf diese Art zum Punkte O . Auf dem Durchmesser NM errichten wir hierauf im Abstand (28ϕ) ein Lot und tragen darauf die Strecke

$(j \cdot 12\phi)$ auf. Ihr Endpunkt entspricht dem Wert $v=0$ der Geschwindigkeitsskala auf der Geraden. Dem Wert $v=1$ entspricht der Punkt $j\phi$ (12-8). Den Werten $v=0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$ entsprechen also die Punkte $j\phi$ (12, 10, 8, 6, 4). Projizieren wir endlich diese Punkte von N aus auf den Kreis, so sind damit die Endpunkte der entsprechenden Vektoren F_y gefunden, wenn wieder $F_x=1$ gesetzt worden ist.

Damit ist die Lücke ausgefüllt, die wir in der graphischen Lösung unserer Aufgabe in jener Studie über den Wicklungssinn gelassen hatten. Die hier graphisch gefundenen Endpunkte der Vektoren F_y stimmen tatsächlich mit den dort berechneten Zahlenwerten überein. Das zeichnerische Verfahren ist, wie man in der Durchführung sieht, um vieles einfacher als die Zahlenrechnung, die hier auf das unumgängliche Mindestmass zurückgeführt ist. Das Verfahren hat stets den Vorteil der Anschaulichkeit und gibt daher auch zu Fehlern weit seltener Anlass.¹⁾

Bevor wir unser Beispiel verlassen, soll die darin gestellte Aufgabe noch von einer andern Seite beleuchtet werden. Es wird sich dadurch auch die Brauchbarkeit der gewonnenen Kenntnisse unter einem neuen Aspekten zeigen.

Wir haben a. a. O. der Einfachheit halber $F_x = \text{konst.}$ gesetzt, während in Wirklichkeit die Klemmenspannung als konstant anzunehmen gewesen wäre. Wir mussten daher, um die dort in den Abbildungen 6 und 9 gegebenen Kurven

¹⁾ Ein Vergleich der Abbildungen 3 und 4 zeigt wieder in auffälliger Weise die grundsätzliche Bedeutung des Wicklungssinnes und die Notwendigkeit, ihn zu berücksichtigen.

zeichnen zu können, die gefundenen Diagramme nachträglich auf konstante Spannung reduzieren.

Wir wollen hier nun untersuchen, was für geometrische Orter sich für F_x und F_y ergeben, wenn wir von der Klemmenspannung U als der gegebenen konstanten Grösse ausgehen.

Aus der Gleichung (2) a. a. O. ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (5) und (9)

$$U = j\omega N \left(1 - a \frac{F_y}{F_x}\right) F_x.$$

Der Wert $\frac{F_y}{F_x}$ ist uns durch die Gleichung (d) in der Form

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{A + Bv}{D + Ev}$$

gegeben. Es ergibt sich also:

$$\frac{F_x}{U} = \frac{1}{j\omega N \left(1 - a \frac{F_y}{F_x}\right)} = \frac{D + Ev}{j\omega N \left[(D - aA) + (E - aB)v\right]}$$

Das ist aber wiederum die Form der allgemeinen Kreisgleichung. Der geometrische Ort von F_x bei konstanter Spannung und veränderlicher Umlaufzahl ist demnach ein Kreis. Seine Konstruktion ist ebenso einfach, wie in den angeführten Beispielen.

Nun fragen wir weiter nach dem geometrischen Ort von F_y bei konstanter Klemmenspannung. Es ist

$$\frac{F_y}{U} = \frac{F_y}{F_x} \cdot \frac{F_x}{U} = \frac{A + Bv}{j\omega N \cdot [(D - aA) + (E - aB)v]}$$

Also auch in diesem Fall, wenn nicht F_x sondern U als konstant vorausgesetzt ist, bleibt der geometrische Ort von F_y ein Kreis.

Es ist nun naheliegend noch zu fragen, in welcher Weise z. B. der Netzstrom I_{x1} bei konstanter Klemmenspannung in Abhängigkeit von der Umlaufzahl sich ändert.

Die Gleichung (13) a. a. O. ergibt den Ausdruck:

$$\frac{1}{nN} F_y = -a I_{x1} + c I_{y2}.$$

Ferner lautet dort die Gleichung (c)

$$I_{y2} = \frac{\omega N}{jR} (c F_y + b F_x + jvc F_x).$$

Setzen wir diesen Wert für I_{y2} in die vorhergehende Gleichung ein, und bringen gleichzeitig I_{x1} allein auf die linke Seite, so erhalten wir

$$a I_{x1} = \left[\frac{\omega N}{jR} (bc + jvc^2) + \left(\frac{\omega N}{jR} c^2 - \frac{1}{nN} \right) \frac{F_y}{F_x} \right] F_x.$$

Zur Erleichterung der Uebersicht setzen wir nun den durch a dividierten Wert der eckigen Klammer identisch gleich dem Ausdruck

$$\left[H + Jv + L \frac{F_y}{F_x} \right] = \left[H + Jv + L \frac{A + Bv}{D + Ev} \right]$$

Setzen wir ferner den vorhin gefundenen Wert

$$\frac{F_x}{U} = \frac{D + Ev}{M + Nv},$$

so erhalten wir für

$$\frac{I_{x1}}{U} = \frac{(H + Jv)(D + Ev) + L(A + Bv)}{M + Nv}.$$

Ordnen wir den Zähler der rechten Seite nach Potenzen des Parameters v und definieren:

$$\begin{aligned} (HD + LA) &\equiv A'; \\ (JD + HE + LB) &\equiv B'; \\ JE &\equiv C', \end{aligned}$$

so ergibt sich der Ausdruck

$$\frac{I_{x1}}{U} = \frac{A' + B'v + C'v^2}{M + Nv}$$

als Ort des Netzstromes bei konstanter Spannung. Dieser Ausdruck ist komplizierter als die bisher behandelten. Wir werden seine geometrische Bedeutung im II. Teil dieser Arbeit zu

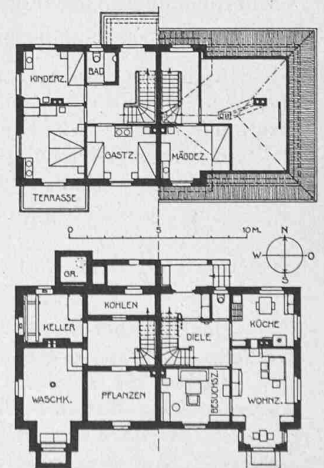


Abb. 1. Grundrisse Haus Oettli.

untersuchen haben und finden, dass er eine *zirkuläre Kurve 3. Ordnung* darstellt.¹⁾

Kurven dieser Art sind nicht mehr so einfach zu konstruieren wie Gerade und Kreise. Man wird deshalb, wenn nicht besondere Gründe vorliegen, die Vektordiagramme nicht auf solchen Ortskurven aufbauen, wenn einfachere zur Verfügung stehen. Wir ziehen also aus diesen Betrachtungen den Schluss, dass es in unserem bestimmten Fall angezeigt gewesen wäre, die Vektordiagramme

Kleinwohnungsbauten der Architekten Frittschi & Zangerl, Winterthur.

(Mit Tafeln 33 und 34.)

Vom volkswirtschaftlichen Standpunkt aus weit wichtiger als architektonische Glanzleistungen in künstlerisch interessanten Monumentalbauten ist die Pflege des Kleinwohnungsbaues, die Schaffung guter Typen für die Wohnbedürfnisse der erdrückend grossen Mehrheit der Bevölke-



Abb. 5. Dreifamilienhaus Thoma. — Südgiebel.



Abb. 6. Dreifamilienhaus Thoma. — Nordgiebel.

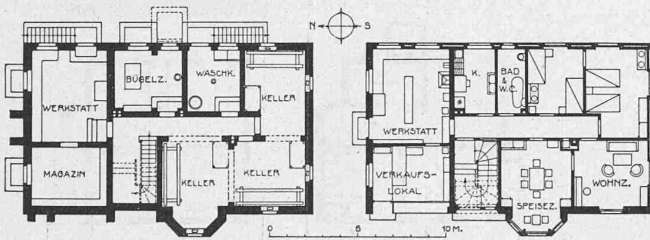
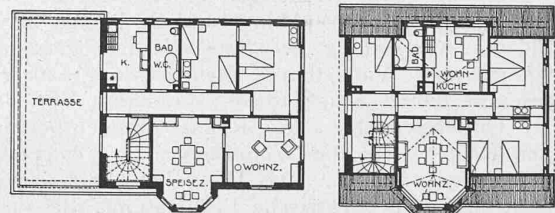


Abb. 4. Grundrisse des Dreifamilien-Wohnhauses Thoma, mit Laden- und Werkstatt-Anbau. — Masstab 1 : 400.



auf den Ortskreisen der Flüsse F_x und F_y aufzubauen. Wir hätten uns dadurch die nachträgliche Reduktion der Diagramme auf konstante Spannung ersparen können.²⁾ Dagegen würde es sich nicht empfohlen haben, direkt auf das Netzstromdiagramm für konstante Spannung hinzu-
steuern.³⁾

Nach dieser Anwendung der gewonnenen Kenntnisse auf einen bestimmten Fall, werden wir zum weitem Ausbau der entwickelten Methode zurückkehren. Der zweite Teil wird uns zu den *Kegelschnitten*, sowie zu *Kurven 3. Ordnung* führen, die alle bei Aufgaben aus der Alltags-Praxis der Elektrotechnik eine Rolle spielen. (Schluss folgt.)

¹⁾ Vergl. z. B. Algebraische Kurven, Sammlung Göschen, Nr. 435/36.

²⁾ In jenem Zusammenhang wurde dies aber unterlassen, um möglichst alle Ueberlegungen auszuschalten, die sich nicht mit der Hauptfrage des Wicklungssinnes berühren.

³⁾ Diese Ueberlegungen werfen ein Licht auch auf die Frage nach der Zweckmässigkeit der bisher ausschliesslich üblichen Verwendung der Inversion für den Uebergang von *Spannungsdiagrammen* bei konstantem Strom auf *Stromdiagramme* bei konstanter Spannung. Man kennt die Denkweise, die durch erzwungene, der Natur der Probleme häufig fremde Analogieschlüsse zu dieser einseitigen Entwicklung unserer Methoden geführt hat. Die obigen Darlegungen setzen die Inversion gewissermassen in ihre natürlichen Rechte ein und erhöhen dadurch ihre Leistungsfähigkeit um ein Vielfaches.

rung. Als solche vorbildliche Typen hatten wir u. a. vor etwas mehr als Jahresfrist¹⁾ die Häuser der Eisenbahnerkolonie Vogelsang in Winterthur sowie einige ähnliche gezeigt. Heute lassen wir aus dem Tätigkeitsgebiet der gleichen Architekten einige weitere Beispiele folgen. Wie

¹⁾ In Band LXVI, Seiten 42 und 52 (Juli 1915).

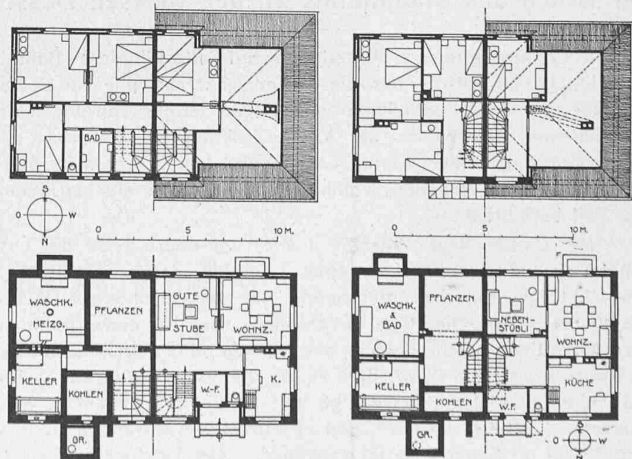


Abb. 2. Typ I. — Doppel-Einfamilienhäuser Bernet. — Abb. 3. Typ II.