

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 79/80 (1922)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Ueber das Pendeln von parallel geschalteten Wechselstrom-Generatoren  
**Autor:** Fischer-Hinnen, J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-38031>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**INHALT:** Ueber das Pendeln von parallel geschalteten Wechselstrom-Generatoren. — Die eisernen Ueberbauten der Centovalli-Bahn, Ferrovia Locarno-Domossola. — Wettbewerb zum Wiederaufbau von Sent. — Schifffahrt auf dem Oberrhein. — Miscellanea: Die unfreiwillige vorzeitige Ausrüstung einer Eisenbeton-Bogenbrücke. Schiffs-Dieselmotor mit grossem Hub. Eidgen. Technische Hochschule. Kraftgas aus

Kläranlagen. Wiederaufbau in Frankreich. Ausfuhr elektrischer Energie. Elektrifizierung der Chilenischen Staatsbahn. — Konkurrenzen: Neue Fünfzigfranken-Banknote der Schweizerischen Nationalbank. Erweiterung des Friedhofes Friedental in Luzern. Entwürfe für Linoleum-Muster. Neues Münzbild für das schweizerische Fünf frankenstück. — Nekrologie: J. Sulzer-Imhoof. — Korrespondenz. — Literatur. — Stellenvermittlung

**Band 79.**

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

**Nr. 2.**

### Ueber das Pendeln von parallel geschalteten Wechselstrom-Generatoren.

Von J. Fischer-Hinnen, Oerlikon.

Die bekannte Erscheinung des Pendelns von parallel laufenden Wechselstrommaschinen, mit deren Untersuchung sich die Elektrotechniker seit rund 30 Jahren befassen, hat auch heute noch nichts an Aktualität eingebüsst. Wohl schien es, als ob die ganze Frage durch die Einführung der Dampfturbinen endgültig erledigt sei, dafür mehrten sich aber die Schwierigkeiten bei Maschinen, die von Explosionsmotoren angetrieben sind. Wenn auch zugegeben werden muss, dass wir der Frage, ob ein Parallelbetrieb möglich sei oder nicht, dank der inzwischen veröffentlichten, zahlreichen Arbeiten<sup>1)</sup> über diesen Gegenstand, insbesondere aber den Untersuchungen von *Benischke* und *Punga* nicht mehr so hilflos wie früher gegenüberstehen, so gehen die Ansichten über die eigentlichen Ursachen der Störungen und die daraus zu ziehenden praktischen Schlüsse doch noch stark auseinander. Ja es hat beinahe den Anschein, als ob wir augenblicklich auf einem toten Punkte angelangt wären. Sicher ist nur, dass sich die Erscheinungen lange nicht so einfach abspielen, wie man früher annahm, und dass zu ihrer Untersuchung ein mathematischer Apparat erforderlich ist, der nicht jedem Techniker zur Verfügung steht.

Die nachstehende Abhandlung soll nun als Versuch gelten, der Aufgabe auf etwas elementarerem Wege beizukommen, sofern eben eine Untersuchung, die mit Differentialgleichungen zu operieren genötigt ist, überhaupt noch auf die Bezeichnung „elementar“ Anspruch erheben darf. Immerhin werde ich bemüht sein, mich in dem mathematischen Teil so kurz zu fassen, als für das Verständnis des Ganzen unumgänglich ist.

#### 1. Das Vektordiagramm.

Um die Aufgabe nicht gleich von Anfang an unnötig zu erschweren, werden wir zunächst den einfachen Fall betrachten, wo eine Maschine zu einer bereits im Betrieb befindlichen Gruppe gleichartiger Maschinen von verhältnismässig grosser Leistung und sehr grossem Gleichförmigkeitsgrad parallel geschaltet wird. Unter dieser Voraussetzung dürfen wir annehmen, dass weder eine merkliche Beeinflussung der Massen untereinander noch der Klemmenspannung stattfindet. Ebenso kann der Vektor der Netzspannung  $E$  als konstant und im Vektordiagramm als stillstehend angesehen werden.

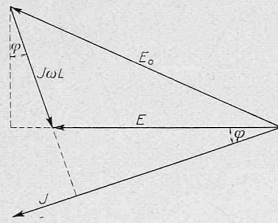


Abb. 1.

Mit Vernachlässigung des ohm'schen Spannungsverlustes  $J_r$ , der ja höchstens  $1/15$  bis  $1/30$  des induktiven Spannungsabfalles beträgt, ergibt sich sodann das bekannte Vektordiagramm Abbildung 1, in dem bedeuten:  $E_0$  die EMK bei voller Erregung (pro Phase),  $E$  die Klemmenspannung (pro Phase),

<sup>1)</sup> Siehe unter Anderem: *Boucherot*, Lum. Electr., Bd. 45, 1902. — *Blondel*, Lum. Electr., Bd. 45 und 46, 1902. — *Kapp*, E. T. Z. 1899. — *Görge*, E. T. Z. 1900 und 1902. — *Fischer-Hinnen*, Electr. World 1901 sowie E. u. M. 1902. — *Rosenberg*, E. T. Z. 1902, 1903 und Z. V. D. I. 1904. — *Benischke*, E. T. Z. 1903 sowie E. u. M. 1907. — *Sommerfeld*, E. T. Z. 1904. — *Fleischmann*, E. T. Z. 1906, 1912 sowie E. u. M. 1908. — *Punga*, E. T. Z. 1911 und 1914. — *Weisshaar*, E. u. M. 1908. — *Sarfert*, Diss., Dresden 1908. — *Schüler*, E. T. Z. 1911.

$J$  den von der Maschine an das Netz abgegebenen Strom,  $\varphi$  den Phasenwinkel zwischen  $E$  und  $J$ ,  $\omega = 2\pi c$  die Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes,  $c$  die Periodenzahl des Wechselstromes, und  $\omega L$  den induktiven Widerstand bei der Phasenverschiebung  $\varphi$ .  
Ferner seien  $p$  die Polzahl und  $m$  die Phasenzahl.

Die gesamte von der Maschine ans Netz abgegebene Leistung ist somit

$$W = m E J \cos \varphi \quad (1)$$

Dieser Ausdruck lässt sich indessen noch in eine andere für unsern Zweck bequemere Form bringen. Aus Abb. 1 folgt nämlich

$$\omega L J \cos \varphi = E_0 \sin \beta,$$

oder

$$J \cos \varphi = \frac{E_0}{\omega L} \sin \beta.$$

Dabei ist zu beachten, dass der induktive Widerstand  $\omega L$  keine konstante Grösse ist, sondern mit der Phasenverschiebung zunimmt. Derselbe ist am grössten bei Kurzschluss, d. h.  $\cos \varphi = 0$  und beträgt bei  $\cos \varphi = 1$  noch etwa 60 % davon. Bezeichnen wir daher mit

$$\omega L_k = \frac{E_0}{J_k}$$

den aus der EMK und dem Kurzschlussstrom  $J_k$  berechneten Wert, so muss derselbe für irgend einen andern  $\cos \varphi$  noch mit einem Reduktionsfaktor  $\rho$  multipliziert werden, der sich mit genügender Genauigkeit durch die empirische Formel

$$\rho = 1 - 0,4 \cos \varphi$$

darstellen lässt. Auffallender Weise wird diese Tatsache, auf die der Verfasser bereits vor 24 Jahren (E. T. Z. 1897) aufmerksam machte und die auch der hauptsächlichste Grund war, warum die damalige Art der Berechnung des Spannungsabfalles so häufig versagte, in den meisten der bisherigen Theorien übersehen.

Der gefundene Wert von

$$J \cos \varphi = \frac{E_0}{\omega L_k \rho} \sin \beta$$

in die Gleichung (1) eingeführt gibt

$$W = m E \frac{E_0}{\omega L_k} \frac{\sin \beta}{\rho} = m E J_k \frac{\sin \beta}{\rho} \quad (2)$$

Hier stellt  $\beta$  den elektrischen Winkel dar, um den der Vektor  $E_0$  der Netzspannung vorseilt. Wir sehen sofort, dass  $W$  für  $\beta = \frac{\pi}{2}$  einen grössten Wert

$$W_{max} = m \frac{E J_k}{\rho} \quad (3)$$

erreicht, der etwa das 4 bis 5 fache der Normalleistung beträgt, worauf die Leistung wieder abnimmt. Bei Ueberschreitung dieses Winkels muss also die Maschine unfehlbar „aus dem Tritt“ fallen.

Lassen wir den Winkel  $\beta$  um den unendlich kleinen Betrag  $d\beta$  zunehmen, so nimmt auch die Leistung um

$$dW = m E J_k \frac{\cos \beta}{\rho} d\beta$$

zu. Nun handelt es sich bei allen derartigen Vorgängen nicht um unendlich kleine, sondern um messbare, aber immerhin verhältnismässig kleine Aenderungen des Winkels  $\beta$ , so dass man unbedenklich an Stelle des Differentiales

$$\Delta W = m E J_k \frac{\cos \beta}{\rho} \epsilon \quad (4)$$

setzen kann, worin jetzt  $\epsilon$  die kleine Abweichung aus der Mittellage bedeutet. Dieser Leistungsänderung entspricht bei der mittleren Geschwindigkeit  $v$  (bezogen auf den Schwungmassenmittelpunkt) eine bestimmte „synchronisierende Kraft“

$$P_s = \frac{\Delta W}{9,81 v} = \left( \frac{m E J_k \cos \beta \rho}{9,81 \rho 2 \pi n} \right) \frac{\epsilon}{r} = \frac{h}{r} \epsilon \text{ kg} \quad (5)$$

die je nach dem Vorzeichen von  $\epsilon$  das eine Mal als Bremskraft, das andere Mal als beschleunigende Kraft auftritt.

Die synchronisierende Kraft hat zur Folge, dass das Schwungrad neben den ihm von der Antriebsmaschine aufgedrückten „erzwungenen“ Schwingungen noch sogenannte „freie“ Schwingungen um die mit gleichmässiger Geschwindigkeit fortschreitende Mittellage vollführt, die zu den aus der Akustik bekannten *Interferenz-Erscheinungen* führen. Die Ausschläge werden also periodisch zu- und abnehmen, wobei die Amplituden der freien Schwingungen je nach dem Grade der *Dämpfung* rascher oder weniger rasch abklingen. Abb. 2a zeigt den Vorgang, wenn keine Dämpfung vorhanden ist, Abb. 2b bei Dämpfung. Trifft

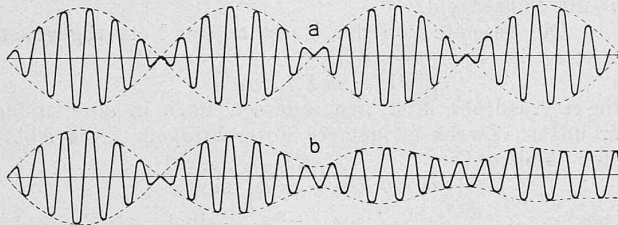


Abb. 2.

es sich nun, dass die von der Antriebsmaschine herrührenden Impulse gleiche oder nahezu gleiche Schwingungsdauer wie die freien Schwingungen haben, so nehmen die Ausschläge mehr und mehr zu, bis schliesslich die Maschine aus dem Tritt geschlagen wird. Aber selbst dann, wenn wir es durch geeignete Wahl der Konstanten nicht zu einer eigentlichen „Resonanz“ kommen lassen, kann sich der Betrieb durch das fortwährende Hin- und Herpendeln der Energie schon recht misslich gestalten.

Unsere nächste Aufgabe wird somit darin bestehen, zu untersuchen, welche maximalen Ausschläge unter der Einwirkung der erzwungenen und freien Schwingungen entstehen und welche Energieschwankungen dadurch hervorgerufen werden. Zu diesem Zwecke wenden wir uns für einen Moment zu der Antriebsmaschine.

2. Das Tangentialdruckdiagramm.

Hier liegen die Verhältnisse etwas weniger einfach. Zwar lassen sich die vorkommenden Kräfte bequem an Hand des Tangentialdruckdiagramms Abb. 3 überblicken, dieses Diagramm besitzt jedoch zwei grundsätzliche Fehler: 1. es stellt nur die Abhängigkeit des Tangentialdruckes von der Kurbelstellung dar, während wir, um dieses mathematisch verwerten zu können, eine Beziehung zwischen der Zeit und dem Druck benötigen; 2. es nimmt in der Regel einen ziemlich unregelmässigen, durch kein einfaches Gesetz darstellbaren Verlauf.

Ersetzt man nun, wie dies gewöhnlich geschieht, die auf eine Umdrehung entfallenden, in Winkelgraden ausgedrückten Abszissen, einfach durch die Zeit einer Umdrehung, so stimmt dieser neue Masstab nur für jene Punkte, wo die Druckkurve die mittlere Drucklinie schneidet, dagegen fällt er infolge der ungleichförmigen Bewegung links und rechts von den Punkten b und d zu gross, in der Nähe von a und c zu klein aus. Auf „Zeitabszissen“ bezogen müsste folglich das Diagramm im Sinne der punktierten Linie korrigiert werden. Glücklicherweise sind aber die Abweichungen in Wirklichkeit kleiner als hier angedeutet, indem der räumliche Winkel  $\epsilon'$  selten einen Grad überschreitet, sodass sich eine Korrektur erübrigt. Viel unangenehmer dagegen macht sich die unregelmässige Kurvenform bemerkbar. Hier gibt es nur zwei Auswege: Entweder liegen die Verhältnisse so, dass sich die wirkliche Kurve durch eine *idealisierte* Sinuskurve ersetzen lässt, oder es bleibt nichts anderes übrig, als sie in eine Fouriersche Reihe zu entwickeln.

Wir werden den letztern Fall auf den Schluss versparen und vorderhand annehmen, der augenblickliche

Tangentialdruck  $P_t$  zur Zeit  $t$  lasse sich mit genügender Genauigkeit durch die Formel

$$P_t = P + \Delta P \sin \omega_1 t$$

darstellen, wobei  $P = \frac{W}{9,81 v} \dots \dots \dots$  (6)

den konstanten mittleren Druck und  $\Delta P$  die Amplitude der zusätzlichen Kraft (beide bezogen auf den Schwungradmassen-Durchmesser) bedeutet.

Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  der Antriebsmaschine ergibt sich aus der Beziehung

$$\omega_1 = 2 \pi c_1 = \frac{2 \pi}{t_1} = \frac{2 \pi n a}{60} \dots \dots \dots$$
 (7)

- $n$  = Umdrehungszahl/min.,
- $a$  = Zahl der Impulse pro Umdrehung,
- $t_1$  = Zeit zwischen zwei Impulsen.

Die Grösse  $a$  kann der folgenden Tabelle entnommen werden.

Einzylinder-Viertakt-Gasmotoren	$a = 1/2$
Zwei „ „ „ (Kurbeln gleich)	= 1
Vier „ „ „ unter 180°)	= 2
Einzylinder- und Tandem-Dampfmaschinen	= 2
Zwillingsmaschinen (Kurbeln unter 90°)	= 4
Dreifach Expansionsmaschinen (Kurbeln unter 120°)	= 6

Neben diesen erzwungenen Schwingungen höherer Ordnung können aber noch langsam verlaufende Schwingungen von der Grundperiodenzahl auftreten, wenn die beiden Zylinderseiten infolge von Unvollkommenheiten der Steuerung verschiedene Füllung erhalten, und zwar sind es gerade diese Schwingungen, die in der überwiegenden Mehrzahl von Fällen zu Störungen Veranlassung geben. Das missliche daran ist, dass sich solche Störungen häufig nur schwer beheben lassen, da man durch Abänderung der Steuerung höchstens erreicht, dass die Störungen bei einer andern Belastung auftreten. Das Verdienst, auf diese Schwingungen aufmerksam gemacht zu haben, gebührt vor allen *Rosenberg* und *Punga*.

Im übrigen sind auch Wasserturbinen keineswegs frei von Schwankungen in der Tangentialkraft. So z. B. sollen nach einer privaten Mitteilung, die ich Herrn Oberingenieur *R. Dubs* verdanke, Versuche an Freistrahlturbinen ergeben haben, dass sich die Tangentialkraft während des Durchganges der Schaufel durch den Strahl im Verhältnis 1:2 ändern kann, während die mittlere Tangentialkraft etwa 80 bis 90 % der maximalen beträgt. Bedeutend geringer sind die Schwankungen bei Francisturbinen mit grösserer Schaufelzahl, wo sie etwa 2 bis 3 % der mittleren Kraft betragen. Immerhin können auch hier unter ungünstigen Umständen Schwankungen von 8 bis 10 % entstehen. Inwieweit diese den Parallelbetrieb zu gefährden im Stande sind, ist natürlich schwer vorauszusagen und lässt sich nur an konkreten Fällen entscheiden. Im allgemeinen sind aber Störungen bei Turbinenbetrieb

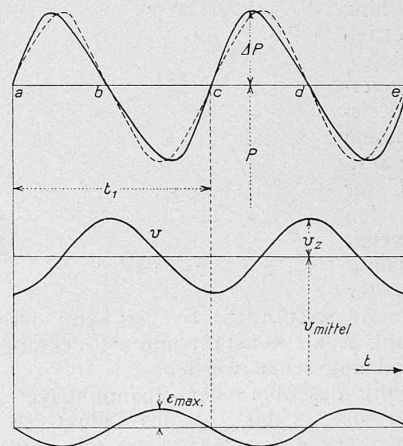


Abb. 3.

höchst selten, und wo solche bisher beobachtet wurden, handelte es sich in der Regel um ein Mitschwingen des Regulators.

3. Aufstellung der Kräftegleichung.

Um zu einer möglichst allgemeinen Lösung zu gelangen, legen wir unserer Untersuchung den Fall zu Grunde, wo eine Maschine bestimmter Gattung I mit einer zweiten Maschine oder ganzen Maschinengruppe der Gattung II zu



sammenarbeitet. Dann ist ohne weiteres klar, dass jede Aenderung in der relativen Lage des Vektors  $E_0$  der Maschine I gegenüber dem gemeinsamen Netzvektor  $E$  einer bestimmten synchronisierenden Kraft  $P_s$  ruft, die nicht nur an der Maschine I angreift, sondern auf sämtliche übrigen Maschinen zurückwirkt. Es hängt also lediglich von den Massenverhältnissen und elektrischen Konstanten der Gruppe II ab, inwieweit diese an den Schwingungen teilnimmt. Damit wird natürlich die weiter oben gemachte Voraussetzung einer konstanten Lage des Netzvektors  $E$  unhaltbar und muss vielmehr angenommen werden, dass auch dieser kleine Schwankungen um die mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreitende Mittellage vollziehe. Selbstverständlich wird jetzt die synchronisierende Kraft nicht mehr proportional  $\varepsilon$ , sondern  $\varepsilon - \gamma$  zunehmen, wenn wir mit  $\gamma$  den Winkel bezeichnen, um den der Netzvektor von der Mittellage abweicht.

Bei allen derartigen Betrachtungen ist es ferner vorzuziehen, nicht mit dem räumlichen Winkel  $\varepsilon'$  der Schwungmassen, sondern mit dem elektrischen Winkel, bezogen auf das zweipolige System, zu rechnen. Der letzte ergibt sich aus dem ersten durch die Beziehung

$$\varepsilon' = \frac{2}{p} \varepsilon \dots \dots \dots (8)$$

Es seien ferner

- $M_1$  und  $M_2$  die Schwungmassen der Maschine I, bezw. aller Maschinen der Gruppe II zusammen,
- $r_1$  und  $r_2$  die Schwungmassenradien in m,
- $p_1$  und  $p_2$  die Polzahlen,
- $\Delta P_1$  und  $\Delta P_2$  die Amplituden der zusätzlichen Tangentialkräfte (auf den Schwungmassenradien bezogen) und
- $\omega_1$  und  $\omega_2$  die Winkelgeschwindigkeiten der Antriebsmaschinen.

Sieht man zunächst vom Einflusse der „Dämpfung“ ab, auf den wir weiter unten zurückkommen werden, so sind an der Maschine I drei Kräfte wirksam, nämlich

- a) die beschleunigende Kraft:  $M_1 r_1 \frac{d^2 \varepsilon'}{dt^2} = M_1 r_1 \frac{2}{p_1} \frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2}$
- b) die synchronisierende Kraft:  $h_1 (\varepsilon_1 - \gamma) = h_1 \frac{2}{p_1} (\varepsilon_1 - \gamma)$
- c) die treibende Kraft:  $\Delta P_1 \sin \omega_1 t$ .

Zwischen diesen drei Kräften besteht die Gleichung

$$M_1 r_1 \frac{2}{p_1} \frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2} + \frac{h_1}{r_1} (\varepsilon_1 - \gamma) = \Delta P_1 \sin \omega_1 t \quad (9)$$

oder  $\frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2} + \frac{p_1 h_1}{2 M_1 r_1^2} (\varepsilon_1 - \gamma) = \frac{p_1 \Delta P_1}{2 M_1 r_1} \sin \omega_1 t \quad (10)$

In ähnlicher Weise lässt sich aber auch für die Gruppe II die Gleichung

$$\frac{d^2 \varepsilon_2}{dt^2} + \frac{p_2 h_2}{2 M_2 r_2^2} (\varepsilon_2 - \gamma) = \frac{p_2 \Delta P_2}{2 M_2 r_2} \sin (\omega_2 t + \psi) \quad (11)$$

aufstellen, wobei  $\psi$  den Winkel darstellt, um den das zweite System gegenüber dem ersten verschoben ist (Vor- oder Nacheilung der Kurbeln). Wir machen dabei allerdings die etwas willkürliche, für die mathematische Behandlung aber unerlässliche Voraussetzung, dass die Impulse aller Maschinen II synchron erfolgen.

Da in den Gleichungen (10) und (11) drei Unbekannte  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  und  $\gamma$  auftreten, so muss noch eine dritte Gleichung hinzukommen, zu der uns die Ueberlegung verhilft, dass die Netzleistung erfahrungsgemäss selbst bei starkem Pendeln ziemlich konstant bleibt. Das ist aber nur möglich, wenn die algebraische Summe der synchronisierenden Leistungen gleich Null ist, d. h. wenn

$$h_1 (\varepsilon_1 - \gamma) \frac{2 \pi n_1}{60} + h_2 (\varepsilon_2 - \gamma) \frac{2 \pi n_2}{60} = 0$$

ist, woraus sich der Winkel

$$\gamma = \frac{\varepsilon_1 h_1 n_1 + \varepsilon_2 h_2 n_2}{h_1 n_1 + h_2 n_2} \dots \dots \dots (12)$$

berechnen lässt. Diesen Wert führen wir in die Gleichungen (10) und (11) ein und setzen zur Abkürzung

$$\frac{h_2 n_2}{h_1 n_1 + h_2 n_2} \frac{p_1 h_1}{2 M_1 r_1^2} = b_1 \dots \dots \dots (13)$$

und

$$\frac{h_1 n_1}{h_1 n_1 + h_2 n_2} \frac{p_2 h_2}{2 M_2 r_2^2} = b_2 \dots \dots \dots (14)$$

Wir erhalten dann zwei neue Gleichungen

$$\frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2} + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) b_1 = \frac{p_1 \Delta P_1}{2 M_1 r_1} \sin \omega_1 t \dots \dots (15)$$

$$\frac{d^2 \varepsilon_2}{dt^2} - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) b_2 = \frac{p_2 \Delta P_2}{2 M_2 r_2} \sin (\omega_2 t + \psi) \quad (16)$$

oder wenn man die zweite von der ersten abzieht

$$\frac{d^2}{dt^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) (b_1 + b_2) = \frac{p_1 \Delta P_1}{2 M_1 r_1} \sin \omega_1 t - \frac{p_2 \Delta P_2}{2 M_2 r_2} \sin (\omega_2 t + \psi) \quad (17)$$

Da zur Einschaltzeit  $t = t_1$  sowohl  $\varepsilon_1$  als  $\varepsilon_2$  gleich Null sein muss, so lautet die Lösung dieser Gleichung

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{p_1 \Delta P_1}{2 M_1 r_1} \left[ -\sin \omega_1 t + \sin \omega_1 t_1 \cos \omega_3 (t - t_1) + \frac{\omega_1}{\omega_3} \cos \omega_1 t_1 \sin \omega_3 (t - t_1) \right] \frac{1}{\omega_1^2 - \omega_3^2} + \frac{p_2 \Delta P_2}{2 M_2 r_2} \left[ \sin (\omega_2 t + \psi) - \sin (\omega_2 t_1 + \psi) \cos \omega_3 (t - t_1) - \frac{\omega_2}{\omega_3} \cos (\omega_2 t_1 + \psi) \sin \omega_3 (t - t_1) \right] \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \quad (18)$$

worin  $\omega_3$  zur Abkürzung steht für

$$\omega_3 = \sqrt{b_1 + b_2} \dots \dots \dots (19)$$

Nun interessiert uns weniger diese Grösse an und für sich, als vielmehr die Leistungschwankungen, die dadurch die Maschine I erfährt. Diese kann aber jetzt leicht aus Gleichung (5) berechnet werden, wenn man  $\varepsilon$  durch

$$\varepsilon - \gamma = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{h_2 n_2}{h_1 n_1 + h_2 n_2} \text{ (vergl. Gl. 12)}$$

ersetzt. Es ist dann

$$\frac{\Delta W_1}{W_1} = \frac{P_s}{P_1} = \frac{h_1}{P_1 r_1} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{h_2 n_2}{h_1 n_1 + h_2 n_2}$$

Führt man hierin für  $h_1$  und  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$  die Werte aus Gleichung (5) bzw. (16) ein und setzt man zur Vereinfachung

$$\frac{h_1 p_1}{2 M_1 r_1^2} = \frac{p_1^2 m E J k_1 \cos \beta_1}{2 \pi c G_1 D_1^4 \varrho_1} = \omega_{10}^2 \dots \dots (20)$$

$$\frac{h_2 p_2}{2 M_2 r_2^2} = \frac{p_2^2 m E J k_2 \cos \beta_2}{2 \pi c G_2 D_2^4 \varrho_1} = \omega_{20}^2 \dots \dots (21)$$

$$\frac{J k_1 \cos \beta_1}{Q_1} = \alpha_1 \quad \text{und} \quad \frac{J k_2 \cos \beta_2}{Q_2} = \alpha_2 \dots \dots (22)$$

$$\frac{D_1 \pi n_1}{60} = v_1 \quad \text{und} \quad \frac{D_2 \pi n_2}{60} = v_2 \dots \dots (23)$$

$$\omega_3^2 = \frac{\omega_{10}^2 \alpha_2 + \omega_{20}^2 \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \dots \dots \dots (24)$$

so folgt ausgerechnet

$$\frac{\Delta W_1}{W_1} = \frac{\Delta P_1}{P_1} \left[ -\sin \omega_1 t + \sin \omega_1 t_1 \cos \omega_3 (t - t_1) + \frac{\omega_1}{\omega_3} \cos \omega_1 t_1 \sin \omega_3 (t - t_1) \right] \frac{\omega_{10}^2}{\omega_1^2 - \omega_3^2} \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\Delta P_2 v_2}{P_1 v_1} \left[ \sin (\omega_2 t + \psi) - \sin (\omega_2 t_1 + \psi) \cos \omega_3 (t - t_1) - \frac{\omega_2}{\omega_3} \cos (\omega_2 t_1 + \psi) \sin \omega_3 (t - t_1) \right] \frac{\omega_{20}^2}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (25)$$

In dieser Gleichung können  $\omega_{10}$  und  $\omega_{20}$  gewissermassen als die „theoretischen“ Winkelgeschwindigkeiten der freien Schwingungen der beiden Maschinen aufgefasst werden, weil beide Grössen ausschliesslich von den Konstanten der betreffenden Maschine abhängen. Sie dürfen aber nicht etwa mit der „wirklichen“ Winkelgeschwindigkeit  $\omega_3$  verwechselt werden, die von den Konstanten aller im Betrieb befindlichen Maschinen abhängt und unter Umständen von den ersteren etwas abweichen kann. (Schluss folgt.)

### Die eisernen Ueberbauten der Centovalli-Bahn, Ferrovie Locarno-Domodossola.

Von Ing. P. Sturzenegger, Direktor der Löhle & Kern Aktiengesellschaft für Eisenbau, Zürich.

(Schluss von Seite 10)

Von besonderem Interesse dürfte der Aufstellungsvorgang sein. Es wurden verschiedene Aufstellungsmöglichkeiten in Erwägung gezogen, wobei in erster Linie die Kosten einer durchgehenden Gerüstung geprüft wurden. Die tief eingeschnittenen Brückenbaustellen verlangten aber im Verhältnis zum leichten Ausführungsgewicht der Ueberbaute selbst sehr viel Gerüstholz, wobei zudem, weil in der Gegend selbst nicht erhältlich, mit der Beschaffung dies-