

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 79/80 (1922)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage  
**Autor:** Pasternak, P.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-38093>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage. — Der Abschluss der Elektrifizierungsarbeiten der Rhätischen Bahn. — Ideenwettbewerb für die Erweiterung des Friedhofs im Friedental in Luzern. — Die elektrischen Lokomotiven 1D1 der Paris-Orléans-Bahn und die Verbindung ihrer kritischen Geschwindigkeiten. — Miscellanea: Elektrifizierung der

Rhätischen Bahn. Der Ozeandampfer „Bismarck“. Die Bahn vom Katangabezirk zum untern Kongo. Vollbahn-Elektrifizierung in Frankreich. Die schweizerische Naturforschende Gesellschaft. Comptoir suisse Lausanne 1922. Eidgen. Techn. Hochschule. — Nekrologie: G. v. Hauberrisser. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Band 79.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 20

27

### Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage.<sup>1)</sup>

Von Ing. P. Pasternak, Privatdozent an der E. T. H., Zürich.

#### I. Die Berechnung des doppelt bewehrten Querschnitts.

Aus den angenäherten Untersuchungen Rossins<sup>2)</sup>, M. Mayers<sup>3)</sup>, ebenso aus den neuesten graphischen und tabellarischen Tafeln Mörschs<sup>4)</sup> und Saligers<sup>5)</sup> für einige besondere Fälle zulässiger Betondruckspannungen weiss man, dass die kleinste Doppelbewehrung eines rechteckigen Querschnitts bei Biegung mit Axialdruck gewöhnlich erhalten wird bei einer mehr oder weniger starken Ermässigung der zulässigen Eisenzugspannung.

Eine praktisch brauchbare, von der Wahl der zulässigen Betondruckspannung unabhängige, allgemeine Methode zur Bestimmung der günstigsten Eisenzugspannung ist bis jetzt nicht gegeben worden. Eine solche Methode ist besonders für schweizerische Verhältnisse notwendig, da nach den Vorschriften der S. B. B. vom 26. November 1915 die zulässigen Betondruckspannungen von der Zweckbestimmung des Baues und bei Gewölben von den Spannweiten abhängen, also ziemlich grossen Schwankungen unterworfen sind.

Die hier gezeigten Nomogramme (Abbildungen 2, 3, 5 und 6 auf den folgenden Seiten), gestatten für die Schweiz und die übrigen Länder die unmittelbare Entnahme des günstigsten Randspannungs-

verhältnisses  $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$  und der zugehörigen prozentualen Zug- und Druckbewehrungen. Sie haben sich aus folgender Untersuchung ergeben:

Eine Druckkraft  $P$ , die ausserhalb des Kerndrittels in der Symmetrieaxe eines rechteckigen (oder auch andern) Eisenbetonquerschnittes angreift, darf in ihrer Wirkung ersetzt werden durch das Biegemoment  $M = P e$  (siehe Abbildung 1) und durch die im Schwerpunkt der Zugeisen entlastend wirkende Druckkraft  $P$ . In der Tat, schreibt man die zulässigen Randspannungen  $\sigma_e$  und  $\sigma_b$  vor, oder, was schon genügt, allgemeiner das Randspannungsverhältnis  $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ , so liegt auch die neutrale Axe durch die einfache Beziehung

$$\xi = \frac{n}{n + \gamma}, \quad (1)$$

worin  $\xi = \frac{x}{h}$   $x$  und  $n = \frac{E \text{ Eisen-Zug}}{E \text{ Beton-Druck}}$ , fest. Man darf also bei der Dimensionierung die einzelnen Belastungsfälle einander überlagern, „superponieren“.

Führt man die weitem Bezeichnungen ein

$$m = \frac{M}{\sigma_b b h^2}, \quad p = \frac{P}{\sigma_b b h}, \quad \delta = \frac{e}{h},$$

$$\mu = \frac{50 \xi}{\gamma} \quad (\text{prozentuale, einseitige, zum gewählten } \gamma \text{ zuge-}$$

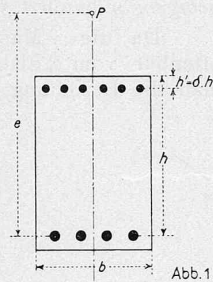


Abb. 1

hörige Zugarmierung), und  $K_1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\xi}{3} \right)$ , so können auf Grund des Superpositionsgesetzes für die prozentualen Zug- und Druckbewehrungen  $\mu_z$  und  $\mu_d$  unmittelbar die Ausdrücke angeschrieben werden

$$\mu_z = \mu + \frac{100 (m - k)}{(1 - \delta) \gamma} - \frac{100 p}{\gamma} \quad (2)$$

$$\mu_d = \frac{100}{n' (1 - \delta)} \left[ \frac{\xi}{\xi - \delta} (m - K_1) \right]$$

$n'$  ist das „Gewicht“ der Druckbewehrung

$$n' = \frac{E_e \text{ Druck}}{E_b}$$

Mit Berücksichtigung von (1) können die Formeln (2) sowohl als rationale Funktionen von  $\gamma$  als auch  $\xi$  allein ausgedrückt werden. Zur Bestimmung der kleinsten Bewehrungssumme ist die zweite Auffassung bequemer.

$(f + f')$  oder auch  $(\mu + \mu')$  wird ein Minimum für ein  $\xi$ , das der Bedingungsgleichung

$$\frac{d \mu_z}{d \xi} + \frac{d \mu_d}{d \xi} = 0 \text{ genügt.}$$

Offenbar kommt nur ein Minimum in Frage, da mit  $\xi = 0$ , also bei völligem Verzicht auf die Mitwirkung des Betons, die grösste Bewehrungssumme erhalten wird.

Nach einigen einfachen Umformungen liefert die Differentialquotientensumme der Gleichungen (2) die Bedingungsgleichung 5. Grades in  $\xi$ :

$$(1 - \delta) (\xi - \delta)^2 p - \left[ (\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2 \right] m + \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \left[ \frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2 \right] = 0 \quad (3)$$

die also in algebraisch geschlossener Form als Funktion gegebener  $m$ ,  $p$ ,  $\delta$  und  $\frac{n}{n'}$  nicht aufgelöst werden kann, insbesondere nicht bei Annahme der schweizerischen Eisenbeton-Verordnungen mit  $\frac{n}{n'} = \frac{20}{10} = 2$ .

Bemerkenswert ist die Reduktion der Extremalbedingung auf eine Gleichung 4. Grades bei  $\frac{n}{n'} = 1$ , also für alle übrigen Länder. Man erhält in diesem wichtigen Fall

$$(\xi - \delta)^2 p - (\xi^2 - \delta) m + \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \times \left[ 1 + \delta - 2 \xi \right] = 0 \quad (3a)$$

und eine geschlossene Darstellung von  $\xi$  wäre möglich als  $\xi = f(m, p, \delta)$ .

Für die Bedürfnisse der Praxis ist aber in beiden Fällen folgende graphische Lösung weitaus einfacher und bequemer.

Es seien  $u$  und  $v$  die laufenden Koordinaten eines Punktes in einem beliebigen schief- oder rechtwinkligen Axensystem. Wählt man

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1 - \delta) (\xi - \delta)^2}{(\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2} = f_1(\xi, \delta) \\ v &= \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{2}{3} \xi \right) \xi - (2 - \xi) \delta \right] \left[ \frac{\frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2}{((\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta (1 - \xi)^2)} \right] \\ &= f_2(\xi, \delta) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wobei für  $\frac{n}{n'} = 1$  die entsprechenden Vereinfachungen eintreten, so können nun die Extremalbedingungen (3) und (3a) auf die einfache Form gebracht werden

$$\frac{u}{\left( \frac{m}{p} \right)} + \frac{v}{m} - 1 = 0, \quad (5)$$

<sup>1)</sup> Manuskript eingegangen Anfang Oktober 1921.

<sup>2)</sup> «Ableitung von Formeln zur direkten Dimensionierung der Eisen-Einlagen in exzentrisch belasteten Eisenbetonquerschnitten» in «Armierter Beton», Juni 1911.

<sup>3)</sup> «Die Wirtschaftlichkeit als Konstruktionsprinzip im Eisenbetonbau», Berlin 1913, Verlag Julius Springer.

<sup>4)</sup> «Der Eisenbetonbau», I. Band, I. Hälfte, S. 412 bis 415, Stuttgart 1920, Verlag Konrad Wittwer.

<sup>5)</sup> «Der Eisenbeton», S. 267, Stuttgart 1920, Verlag Alfr. Kröner.

d. h. sie stellen jetzt die Gleichung einer Geraden dar mit den Axenabschnitten

$$u_0 = \frac{m}{p} = \frac{e}{h} \quad \text{und} \quad v_0 = m = \frac{M}{\sigma_b b h^2}$$

Die Gleichungen (4) sind die Parameterdarstellung zweier Kurvenschaaren, die man durch passende Varierung der  $\xi$  und  $\delta$  punktweise einzeichnen kann. Da für  $n$  nur zwei Werte in Frage kommen,  $n=20$  für die Schweiz und  $n=15$  für alle übrigen Länder, erscheint es bequemer, unmittelbar das Spannungsverhältnis  $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$  ganzzahlig zu variieren, also die  $\xi$  Werte der einfachen Beziehung  $\xi = \frac{n}{n + \gamma}$  zu entnehmen.

In der Schweiz kommt  $\gamma = \frac{1200}{45} = 26,67 \sim 27$ , in den übrigen Ländern  $\gamma = \frac{1200}{40} = 30$  als Höchstwert in Frage. Dementsprechend erteilt man etwa  $\gamma$  die ganzzahligen Werte  $5 \div 27$  bzw.  $5 \div 30$ .

Man wird den meisten Fällen der Praxis gerecht, wenn man andererseits  $\delta$  das Intervall  $\delta = 0,04 \div 0,14$  durchlaufen lässt. In diesen Grenzen sind die bezeichneten Punkte der krummlinigen  $\gamma$ - und  $\delta$ -Masstäbe in den Nomogrammen berechnet, die in den Abbildungen 2 und 3 wiedergegeben sind.

Sämtliche  $\gamma$ -Masstäbe und, bei genügender Verlängerung, auch sämtliche  $\delta$ -Masstäbe, gehen durch einen festen Grundpunkt  $G$  auf der  $u$ -Achse im Abstand  $u=1$  vom Koordinaten-Nullpunkt; denn mit

$$\frac{n}{n'}(1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2 = 0$$

gehen die Gleichungen (4) über in  $u=1, v=0$

Diese Eigenschaft der krummlinigen Masstäbe legt den Gedanken nahe, die  $v$ -Achse ebenfalls nach dem Grundpunkt  $G$  zu verschieben. Diese Verschiebung erlaubt die Nomogramme Abbildungen 2 und 3 in grösserem Masstabe zu zeichnen; denn der Abschnitt  $y$  der Geraden (5), in die

die Extremalbedingung übergegangen ist, auf der neuen  $v$ -Achse hat nur noch die Länge

$$y = (m - p),$$

wie dies aus der einfachen Proportion

$$\frac{y}{m} = \frac{m - p}{\frac{m}{p}} \quad \text{folgt.}$$

Die Nomogramme Abbildungen 2 und 3 bestehen also in ihrer endgültigen Form aus zwei gewöhnlichen, geradlinigen Masstäben für die  $\frac{m}{p} = \frac{e}{h}$  und  $(m - p)$ -Werte und aus den beiden Schaaren der krummlinigen Masstäbe für die  $\gamma$  und  $\delta$ . Die  $\gamma$ -Masstäbe sind natürlich gleichzeitig auch  $\xi$ -Masstäbe. Sämtliche Masstäbe gehen durch einen gemeinsamen Punkt.

Sind  $\frac{m}{p}, (m - p)$  und  $\delta$  gegeben, so legt man in den Nomogrammen mit einem Lineal, oder besser mit einem durchsichtigen Papierstreifen die Gerade mit den Axenabschnitten  $\frac{m}{p}$  und  $(m - p)$  an und kann auf dem zum gegebenen  $\delta$  gehörigen  $\gamma$ -Masstab das gesuchte günstigste Spannungsverhältnis ablesen.

Die vorgeschlagenen Nomogramme gestalten sich in der Anwendung besonders einfach, da es für praktische Berechnungszwecke völlig genügt, sich auf ganze  $\gamma$  zu beschränken;  $\mu_e + \mu_d$  und damit  $(f + f')$  ändern sich nämlich innerhalb der in Frage kommenden Grenzen nur verschwindend wenig beim Uebergang von  $\gamma$  auf  $\gamma + 1$ . Ein in den Abbildungen 2 und 3 durchgerechnetes Beispiel erläutert das einfache Verfahren.

Das zweite, für  $n=15$  und  $\frac{n}{n'} = 1$  berechnete Nomogramm in Abbildung 3 kann natürlich auch zur Bestimmung des günstigsten Spannungsverhältnisses bei beliebigem  $n$  benutzt werden.

Da die  $\gamma$ -Masstäbe auf den  $\xi$ -Kurven liegen, die offenbar vom „Eisengewicht“  $n$  unabhängig sind, kann man die Beziehung anschreiben

$$\xi = \frac{15}{15 + \gamma} = \frac{n}{n + \gamma'}$$

woraus folgt

$$\gamma' = \frac{n}{15} \gamma \quad (6)$$

Als das, zum „Eisengewicht“  $n$  zugehörige günstigste Spannungsverhältnis  $\gamma'$  wird man die dem Ausdruck (6) nächstliegende ganze Zahl wählen.

Die unterhalb des Grundpunktes liegenden  $\gamma$  Linien kommen für

$$\frac{m}{p} = \frac{e}{h} < 1$$

in Betracht, d. h. für Druckkräfte innerhalb des Querschnittes. Sie liefern natürlich nur so lange richtige  $\gamma$ -Werte als  $\frac{m}{p} = \frac{e}{h} > 1 - \frac{\xi}{3}$

sich ergibt.

Ergibt sich aus dem Nomogramm

$$\gamma > \gamma_{zul} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b \text{ zul}},$$

so ist natürlich  $\gamma$  massgebend.

Es leuchtet ein, dass dann die Nomogramme

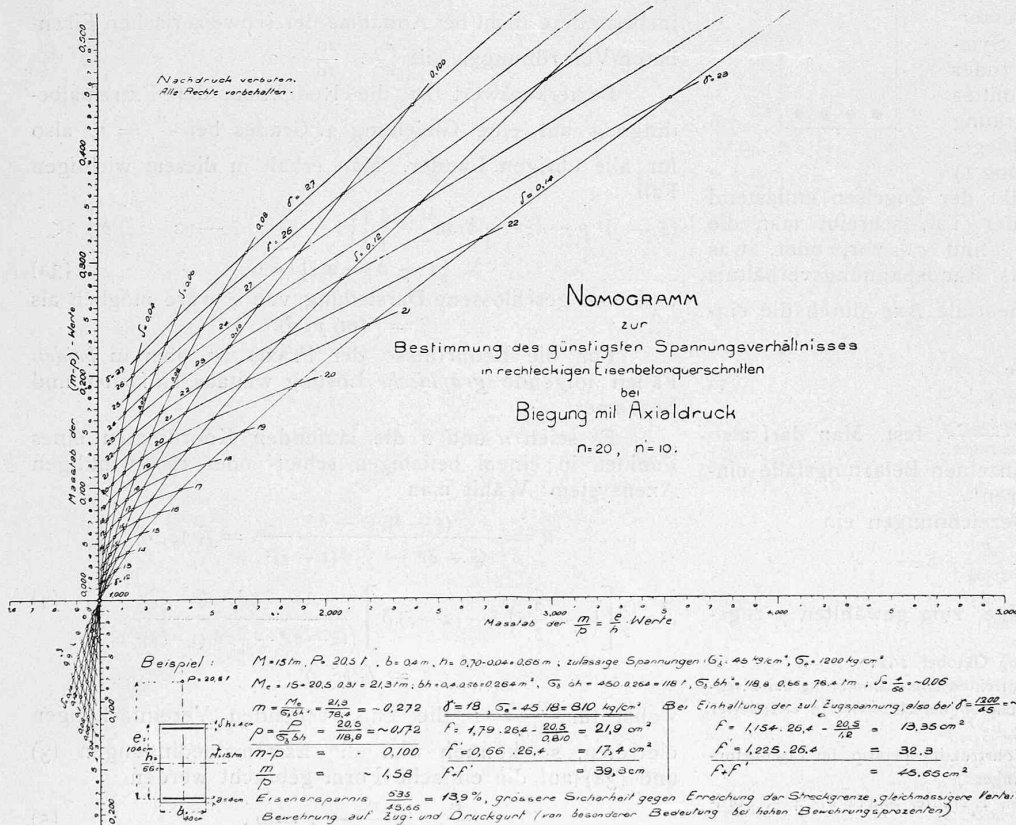


Abb. 2. Nomogramm zur Bestimmung des günstigsten Spannungsverhältnisses bei Annahme von  $n=20, n'=10$ .

auch bei reiner Biegung gültig bleiben. Man hat mit  $p = 0$   $\frac{m}{p} = \infty$ ,  $m - p = m$ , hat also die  $\gamma$ -Masstäbe mit *Parallelen* zur  $\frac{m}{p}$ -Axe zum Schnitt zu bringen. Um die Nomogramme, besonders das schweizerische, auch bei *dünnen Platten* verwenden zu können, wäre freilich die Eintragung weiterer  $\gamma$ -Masstäbe für  $\delta > 0,14$  notwendig. Diese Ergän-

stöße für die natürlichen Zahlwerte  $m, \mu_z$ , bzw.  $\mu_z, \mu_d$ . Trägt man nämlich zugehörige Wertepaare  $u, v$  der linearen Beziehung  $f_2(\gamma, \delta) = f_1(\gamma, \delta)u + v$  (8) in beliebigen Masstäben und von beliebigen Nullpunkten ausgehend auf zwei parallelen  $u$ - und  $v$ -Achsen ab, bei *festgehaltenem* Wertepaar  $\gamma, \delta$ , so erhält man augenscheinlich auf diesen Achsen zwei ähnliche und ähnlich gelegene Punktreihen. Die Verbindungsgeraden entsprechender Punkte gehen also durch einen *festen Punkt*, dem Ähnlichkeitszentrum und offenbar Schnittpunkt zweier, im allgemeinen krummlinigen  $\gamma$ - und  $\delta$ -Masstäbe. Letztere kann man also rasch graphisch und punktweise bestimmen, indem man für passend gewählte Wertepaare  $\gamma, \delta$  die Verbindungsgeraden zweier entsprechender Punkte, am bequemsten der Punktepaare  $u=0, v=f_2(\gamma, \delta)$  und  $u=1, v=f_2(\gamma, \delta) - f_1(\gamma, \delta)$  zum Schnitt bringt (siehe nebenstehende Abb. 4).

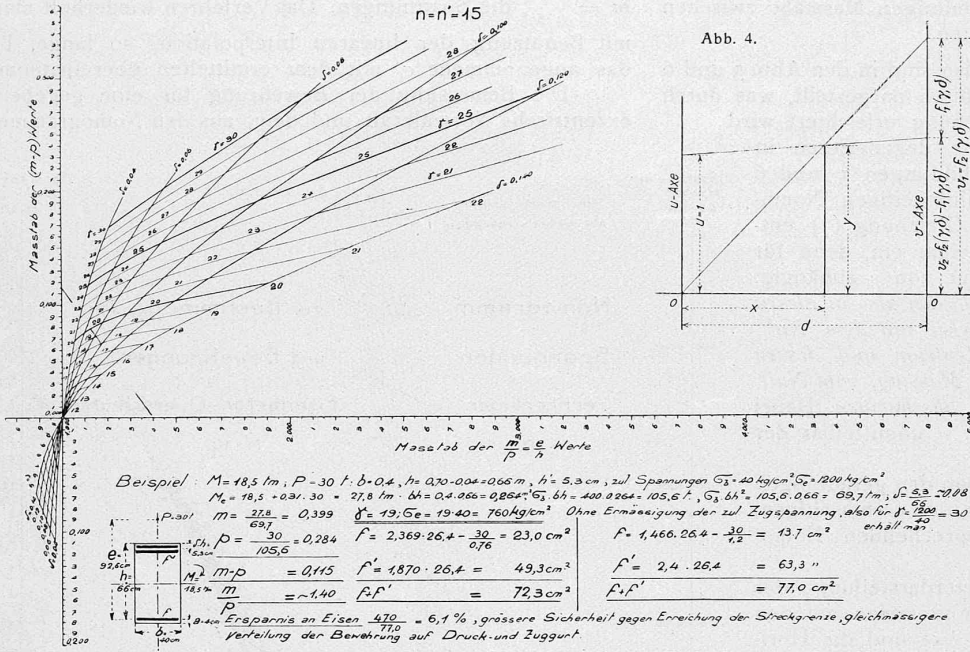
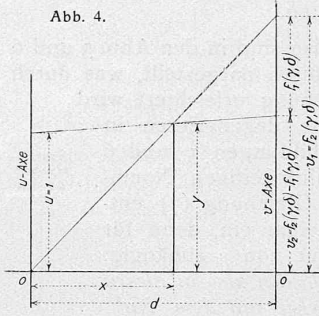


Abb. 3. Nomogramm zur Bestimmung der günstigsten Spannungsverhältnisse bei Annahme von  $n = n' = 15$ .



Man kann aber auch die gewünschten Teilpunkte auf den  $\gamma, \delta$ -Masstäben durch rechtwinklige Koordinaten einrechnen, was bei schleifenden Schnittbildungen zu empfehlen ist. Die in Abb. 4 angegebene Konstruktion gestattet, solches Koordinatenpaar unmittelbar abzulesen:

zung meiner Nomogramme behalte ich mir vor. Jenes in Abbildung 3 zeigt, dass eine Ermässigung der zulässigen Zugspannung bei reiner Biegung und  $n = n' = 15$  gewöhnlich nicht in Frage kommt. Abbildung 2 mit  $n = 20$ ,  $n' = 10$  lässt hingegen erkennen, dass nach den schweizerischen Normen eine solche Ermässigung auch bei reiner Biegung wirtschaftlich sein kann.

Hat man das günstigste Spannungsverhältnis  $\gamma$  den Abbildungen 2 bzw. 3 entnommen, so geben die Formeln (2) die zugehörigen Armierungsprozente. Ihre Auswertung wird erleichtert durch die beigelegte *Tabelle I* der *Koeffizienten der rechteckigen, einseitig zugbewehrten Eisenbeton-Querschnitte*, die für die ganzzahligen  $\gamma$ -Werte 5 ÷ 110 u. a. die zugehörigen  $\xi, K_1$  und  $\mu$ -Werte enthält. *Diese Tabelle erledigt sämtliche praktisch vorkommenden Spannungs- und Bemessungsaufgaben einseitig zugbewehrter Rechteckquerschnitte bei reiner Biegung und Biegung mit Axialkraft und zwar nicht nur für  $n = 20$ , sondern für jedes beliebige statische Gewicht der Bewehrung.* Auf die weiteren Anwendungsmöglichkeiten dieser grundlegenden Tabelle werde ich im zweiten Teil dieser Abhandlung hinweisen. Noch einfacher ist aber die Benützung der in den Abbildungen 5 und 6 wiedergegebenen Nomogramme.

Unterdrückt man in der ersten der Gleichungen (2) den von der Druckkraft  $P$  herrührenden Beitrag, so lassen sich diese Gleichungen durch die folgenden Beziehungen ersetzen:

$$\frac{(1 - \delta) \gamma}{100} \mu_z = \left[ (1 - \delta) \frac{\xi}{2} - K_1 \right] + m \quad (7)$$

$$\mu_z - \frac{n'}{n} \frac{(\xi - \delta)}{(1 - \xi)} \mu_d = \mu$$

Die Gleichungen (7) sind *lineare* Verknüpfungen von  $m, \mu_z$ , bzw.  $\mu_z, \mu_d$ , wobei die in ihnen vorkommenden Koeffizienten einfache Funktionen der  $\gamma$  und  $\delta$  darstellen. Man könnte sie wieder auf die Form (5) bringen; bequemer ist aber hier die Einführung zweier parallelen Mas-

Tabelle I, Koeffizienten der rechteckigen, einseitig zugbewehrten Eisenbeton-Querschnitte für  $n = 20$ .

$\gamma$	$\xi$	$q$	$k_1$	$k_2$	$\mu$	$\gamma$	$\xi$	$q$	$k_1$	$k_2$	$\mu$
$\sigma_s \cdot \sigma_b$	$x \cdot t \cdot h$	$h \cdot \xi \cdot q$	$\sigma_{u, M}$	$\sigma_{r, M}$	$f_e \cdot l \cdot b \cdot h$						
5	0,800	0,733	293	587	8,00	58	256	9145	1172	202	221
6	769	7436	286	477	641	59	253	9156	1159	1964	2145
7	741	753	279	398	529	60	250	917	1146	1940	208
8	714	762	272	340	446	61	247	918	1133	1857	202
9	690	770	2655	295	383	62	244	919	1120	1807	197
10	667	778	259	259	333	63	241	920	1108	1759	192
11	645	785	253	230	293	64	238	921	1096	1712	186
12	623	792	247	206	260	65	235	9216	1084	1668	181
13	606	798	242	1860	233	66	2323	922	1073	1625	1762
14	588	804	236	1689	210	67	230	923	1061	1584	1715
15	571	8095	231	1542	1905	68	227	924	1050	1544	1671
16	556	815	226	1415	174	69	225	925	1039	1506	163
17	5405	820	222	1303	159	70	222	926	1029	1470	159
18	526	8245	217	1206	1462	71	220	927	1018	1434	155
19	513	829	2126	1149	135	72	217	9275	1008	1400	151
20	500	833	208	1042	125	73	215	928	998	1367	1475
21	488	837	204	973	1161	74	213	929	988	1336	144
22	476	841	200	910	1082	75	2105	930	979	1305	1404
23	465	845	1965	854	1011	76	208	9305	969	1275	1371
24	4545	848	1928	804	947	77	206	931	960	1247	134
25	444	852	1893	757	889	78	204	932	951	1219	131
26	435	855	1859	715	836	79	202	9327	942	1192	128
27	4255	858	1826	676	788	80	200	933	933	1167	125
28	417	861	1794	641	744	81	198	934	925	1142	1222
29	408	864	1763	608	704	82	1961	9346	916	1117	120
30	400	867	1733	578	667	83	1942	935	908	1094	117
31	392	869	1704	550	6325	84	1923	936	900	1071	11445
32	385	872	1677	524	601	85	1905	9365	892	1049	112
33	377	874	1649	500	572	86	1887	937	884	1028	110
34	370	8765	1623	477	545	87	1870	938	876	1007	1074
35	364	879	1598	457	519	88	1852	938	869	987	1052
36	357	881	1573	437	496	89	1835	939	861	968	1031
37	351	883	1549	419	474	90	1820	939	854	949	1010
38	345	885	1526	402	454	91	1802	940	847	931	990
39	339	887	1503	385	4346	92	1786	940	840	913	9705
40	333	889	1481	370	417	93	1770	941	833	895	9516
41	328	891	1460	356	400	94	1754	9415	826	879	933
42	3226	8925	1439	343	384	95	1740	942	818	861	915
43	317	894	1419	330	369	96	1724	9425	8125	846	898
44	3123	896	1400	318	355	97	1710	943	806	831	884
45	308	897	1381	307	342	98	1695	9435	800	816	865
46	303	899	1362	296	329	99	1681	944	793	801	849
47	2985	9005	1344	286	3176	100	1667	944	787	787	833
48	294	902	1326	276	306	101	1653	945	781	773	818
49	290	9034	1309	267	296	102	1640	945	775	760	804
50	286	905	1293	259	286	103	1630	946	769	7465	789
51	282	906	1276	250	276	104	1613	946	763	734	775
52	278	907	1260	242	267	105	1600	947	757	721	762
53	274	909	1245	234	258	106	1590	947	751	709	749
54	270	910	1230	228	250	107	1575	9475	746	697	736
55	267	911	1215	221	242	108	1562	948	740	685	723
56	263	912	1200	214	235	109	1550	948	735	674	711
57	260	913	1186	208	228	110	1538	949	730	663	699

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{d}{1+f_1(\gamma, \delta)}, \quad \frac{y}{f_2(\gamma, \delta)} = \frac{x}{d} \text{ oder} \\ y &= \frac{f_2(\gamma, \delta)}{1+f_1(\gamma, \delta)} \end{aligned} \right\} (9)$$

Tritt  $u$  oder  $v$  in der Bedingungsgleichung (8) beständig mit dem negativen Zeichen auf, wie z. B. in den Gleichungen (7), so erteilt man den parallelen  $u$ - und  $v$ -Masstäben (im gegebenen Falle den  $m$ - und  $\mu_z$ , bzw.  $\mu_z$ - und  $\mu_d$ -Masstäben) entgegengesetzte Sinne, wodurch es in allen Fällen gelingt, die krummlinigen Masstäbe zwischen die Parallelmasstäbe einzuschalten.

Auf die beschriebene Weise sind in den Abb. 5 und 6 die Gleichungen (7) nomographisch dargestellt, was durch eine bemerkenswerte Vereinfachung erleichtert wird:

Die Träger der  $\delta$ -Masstäbe degenerieren in beiden Nomogrammen der Abbildungen 5 und 6 zu geraden Linien. Für die linksseitigen Nomogramme, welche der zweiten Gleichung (7) entsprechen, leuchtet dies unmittelbar ein, denn für  $\mu_d = 0$  wird  $\mu_z = \mu$ , d. h. nur von  $\gamma$  abhängig.

Die Träger der  $\delta$ -Masstäbe bilden also in diesen Nomogrammen ein Strahlenbüschel mit dem Nullpunkt des  $\mu_d$ -Masstabes als Zentrum und dessen Strahlen auf dem parallelen  $\mu_z$ -Masstab, vom Nullpunkt aus, die Strecken  $\mu_z = \mu$  abschneiden. Dabei können, für ganzzahlige  $\gamma$ , die  $\mu$  unmittelbar der Tabelle I entnommen werden.

Weniger einfach erkennt man den geradlinigen Charakter der  $\delta$ -Trajektorien in den rechtsseitigen, der obern Gleichung (7) entsprechenden Nomogrammen.

Bezieht man die Parameterdarstellung der  $\gamma$ - $\delta$ -Trajektorien in diesen Nomogrammen auf den rechtsseitigen  $\mu_d$ -Masstab als  $\gamma$ -Achse und die Horizontale durch  $\mu_z = 0$  als  $x$ -Achse, so kann man aus einer der Abbildung 4 entsprechenden Skizze mit Leichtigkeit ablesen

$$x = \frac{d}{1 + \frac{(1-\delta)\gamma}{100}}, \quad y = \frac{h + \left[ (1-\delta) \frac{\xi}{2} - K_1 \right]}{1 + \frac{(1-\delta)\gamma}{100}}$$

oder

$$\frac{y}{x} = \frac{h + (1-\delta) \frac{\xi}{2} - K_1}{d} \quad (10)$$

wo  $d$ , wie früher, den Abstand und  $h$  die Länge der Parallelmasstäbe bedeuten. Hält man  $\gamma$ , also auch  $\xi$  und  $K_1$  fest und denkt sich aus der letzten Gleichung mit Hilfe der ersten  $(1-\delta)$  eliminiert, so übersieht man, dass  $y$  und  $x$  linear miteinander verknüpft sind. Die  $\delta$ -Trajektorien sind also auch hier geradlinig. Wir bestimmen sie wieder am einfachsten durch ihre Schnittpunkte mit den Parallelmasstäben. Man erhält mit

$$\begin{aligned} \delta = 1 & : x = d, \quad y = h - K_1 \\ \delta = -\infty & : x = 0, \quad y = \frac{100 \xi}{2 \gamma} = \mu \end{aligned}$$

also folgendes interessante Resultat:

Die  $\delta$ -Trajektorien in den Nomogrammen, welche  $m, \mu_z, \gamma$  und  $\delta$  miteinander verknüpfen, sind die Verbindungsgeraden der zu gleichen  $\gamma$ -Werten zugehörigen Punktpaare  $m = K_1, \mu_z = \mu$  auf den entsprechenden Parallelmasstäben. Die  $K_1$  und  $\mu$  können für ganze Zahlwerte  $\gamma$  der Tabelle I entnommen werden. — Umgekehrt erkennt man, dass die Nomogramme der Abbildungen 5 und 6 auch zur Berechnung und Bemessung einseitig zugbewerter Rechteckquerschnitte benutzt werden können, in Ersatz der Tabelle I.

Der Ersatz der Bedingungsgleichung zwischen  $m$  und  $\mu_d$  durch die Gleichung zwischen  $\mu_z$  und  $\mu_d$  ist vorgenommen worden, um diese Nomogramme auch zu Spannungsermittlungen benutzen zu können. In der Tat liefern, bei gegebenen  $\mu_z, \mu_d$  und  $\delta$ , die linksseitigen  $\gamma$ -Kurven das zugehörige  $\gamma$ . Mit Hilfe der rechtsseitigen  $\gamma$ -Kurven erhält man hierauf  $m$  und, bei reiner Biegebeanspruchung, die Spannungen selbst aus:

$$\sigma_b = \frac{M}{m b h^2}, \quad \sigma_e = \gamma \sigma_b.$$

Durch Versuchsrechnungen lassen sich auch die Spannungen bei exzentrischer Normalkraft mittels der Abbildungen 5 und 6 rasch ermitteln.

Man schätzt  $\sigma_e$ ,<sup>1)</sup> macht zur Zugbewehrung den Ab- oder Zuschlag  $\frac{P}{\sigma_e}$ , je nachdem  $P$  eine Druck- oder Zugkraft ist, und bestimmt wie gezeigt für das gegebene  $m = \frac{P_e}{\sigma_b b h^2}$  die Spannungen. Das Verfahren wiederholt man, mit Benützung der linearen Interpolation, so lange, bis das angenommene  $\sigma_e$  mit dem ermittelten übereinstimmt.

Die Bemessung der Bewehrung für eine gegebene exzentrische Normalkraft und dem, aus den Nomogrammen

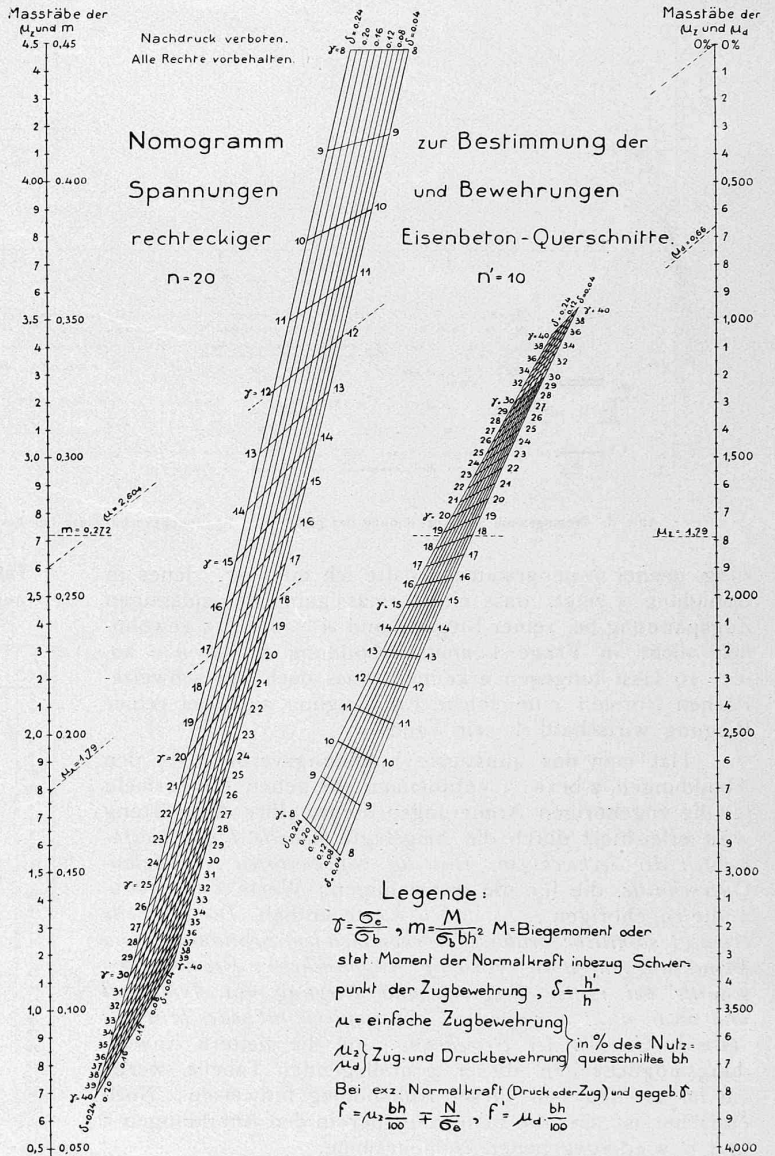


Abb. 5. Nomogramm zur Bestimmung der Spannungen und Bewehrungen für  $n=20, n'=10$ .

Abbildungen 2 und 3 entnommenen günstigsten  $\gamma$  erfolgt natürlich genau, auf umgekehrtem Wege. Man bestimmt zunächst  $\mu_z$  aus  $m, \gamma, \delta$ ; hierauf  $\mu_d$ .  $\mu_d$  ist richtig; zur Zugbewehrung ist aber noch der Ab- oder Zuschlag  $\frac{P}{\sigma_e}$  zu machen, je nachdem auf den Querschnitt eine Druck- oder Zugkraft wirkt.

Die mit  $n=n'=15$  berechneten Nomogramme der Abbildung 6 können, wie das zugehörige Nomogramm der

<sup>1)</sup> Z. B. durch erstmalige Vernachlässigung der Druckarmierung, wobei  $\sigma_e$  sich sehr einfach mit Hilfe der Tabelle I ergibt.

Abbildung 3, für ganz beliebige  $n$  benutzt werden. Der  $m$ -Masstab bleibt für alle  $n$ -Werte erhalten; den Teilpunkten der  $\gamma$ -,  $\mu_z$ - und  $\mu_d$ -Masstäbe entsprechen aber, bei einem andern  $n$ , die Werte

$$\gamma' = \frac{n\gamma}{15}, \quad \mu_z' = \frac{15\mu_z}{n}, \quad \mu_d' = \frac{15\mu_d}{n} \quad (10)$$

Die Richtigkeit dieser einfachen Uebergangsformeln erhellt aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (7), die zeigt, dass  $\frac{\gamma}{n}$ ,  $n\mu_z$  und  $n\mu_d$  nur von  $\xi$ ,  $\delta$  und nicht von  $n$  abhängen.<sup>1)</sup>

Die Beziehungen der Statik steifer Baukonstruktionen, insbesondere der Eisenbeton-Statik sind dank der, aus praktischen Gründen, erzwungenen Gültigkeit des Super-

dass selbst die neuesten Auflagen der bekannten deutschen Lehrbücher über Statik und Eisenbetonbau vollständig auf diese neue und bequeme Darstellung von Funktionen mehrerer Variablen verzichten.

Es schien mir deswegen nützlich, wenn auch in knapper Form, auf die beiden möglichen nomographischen Darstellungsverfahren in dieser Arbeit einzugehen. Vielleicht gibt sie die Anregung zur weiteren Verwertung, in der Bau- und Eisenbetonstatik, des bei Lichte besehen so einfachen und elementaren Grundgedankens der Nomographie.

Bei der umfangreichen Rechen- und Zeichenarbeit, die das Auftragen der Nomogramme erforderte, war mir teilweise mein seither verstorbener Hörer Diplom-Ingenieur J. Steevensz in lebenswürdiger Weise behülflich. So hat er namentlich, nach dem Vorbild des Nomogramms 2, das Nomogramm 3 berechnet und gezeichnet. (Schluss folgt.)

### Der Abschluss der Elektrifizierungsarbeiten der Rhätischen Bahn.

Von W. Dürler, Ober-Elektroingenieur der Rh. B.

(Fortsetzung von Seite 254.)

Einige Daten der Probefahrten mit den C-C-Lokomotiven sollen hier noch angeführt werden:

Anhängegewicht . . . . . t	258	214	214	203
Steigung . . . . . ‰	20	18	25	35
Fahrgeschwindigkeit . . km/h	33	32	32	31
Fahrdrahtspannung . . . Volt	10280	10390	9910	10280
Stromstärke primär . . . Amp.	112,5	68,5	95,5	120,5
Leistungsaufnahme primär kW	1028	653	830	1098
Leistungsfaktor $\cos \varphi$ . . .	0,89	0,92	0,88	0,89
Frequenz . . . . . Per/sek	18	18	16	17 <sup>1/2</sup>

Bei den gemäss den aufgestellten Vorschriften vorgenommenen zwei Doppelfahrten Chur-St. Moritz und zurück sind die Temperaturen der Motorwicklungen mit Thermoelementen ermittelt worden. Von den acht angewendeten Elementen hat das in der Erregerwicklung im Nutteil gegen den Kollektor eingebaute die höchste Temperatur gezeigt. Die Transformator-Temperatur wurde lediglich durch Widerstandsmessung bestimmt, da ein Thermoelement beschädigt war (Thermoelement-Messungen sind übrigens hier, wie bei den Motoren, auch im Probierraum gemacht worden).

Die höchsten Temperaturen treten bei jeder Fahrt am Ende der grossen Rampe, d. i. in Preda auf. Es wurden dort nach der ersten und nach der zweiten Bergfahrt folgende Werte ermittelt:

#### Traktionsmotoren:

Thermoelement in der Erregerwicklung, gemessene Ueber-  
temperatur . . . . . 75° 79,5° C.

Nach V. D. E. 1914 für  
glimmerisolierte Wicklung  
von Bahnmotoren zulässig 100° C.

#### Transformator:

Hochspannungswicklung: Tem-  
peraturzunahme . . . . . 33° 44,5° C.

Niederspannungswicklung: Tem-  
peraturzunahme . . . . . 33,8° niedriger  
als oben

Nach V. D. E. für Trans-  
formatorwicklung mit Iso-  
lierung durch imprägnierte  
Baumwolle in Luft zulässig  
(§ 19 der Vorschriften) wurde  
hier ausgeschlossen) . . . . . 60° C.

Ein Anfahrversuch auf 35 ‰ Steigung mit einem Anhängegewicht von 201 t zeigte, dass die Geschwindigkeit von 30 km/h schon in 65 sek erreicht werden kann. Es entspricht dies einer mittlern Anfahrbeschleunigung von 0,132 m/sek<sup>2</sup>. Auf 25 ‰ Steigung wurde die gleiche Geschwindigkeit bereits in 38 sek erreicht, die mittlere

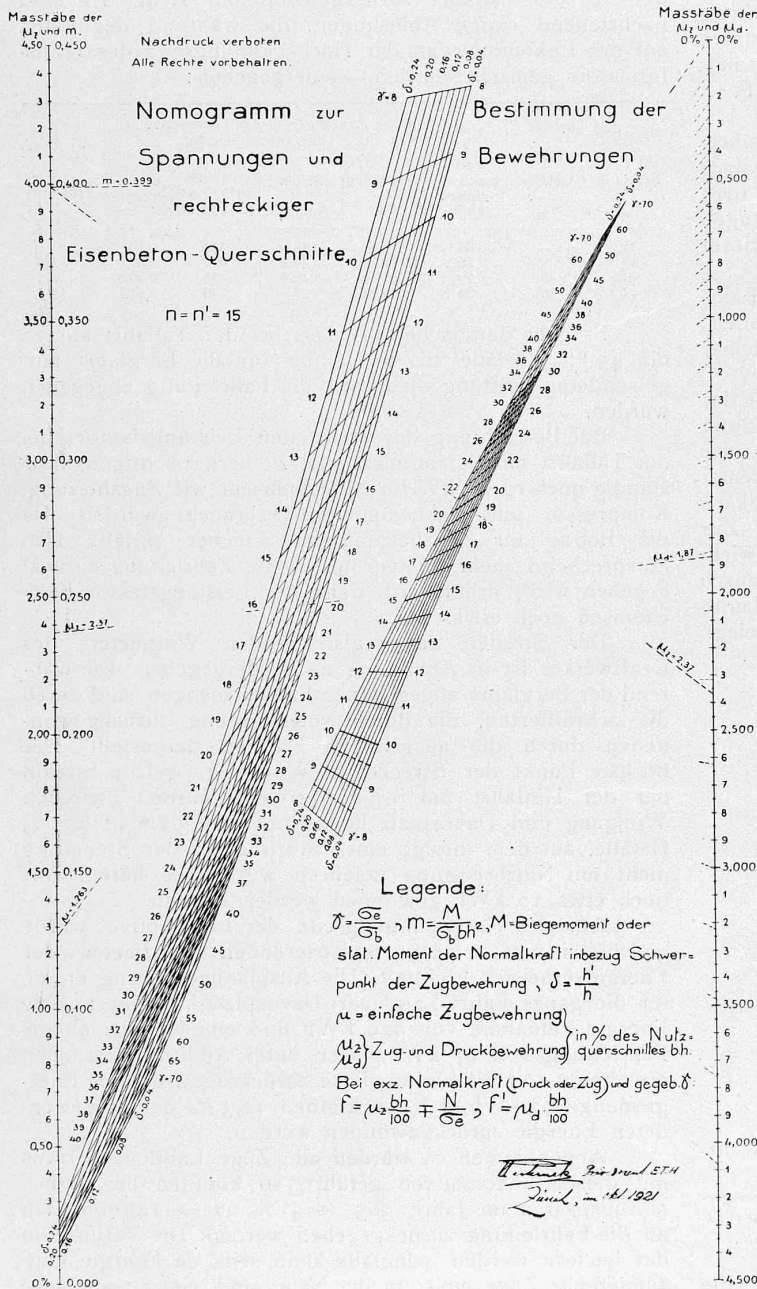


Abb. 6. Nomogramm zur Bestimmung der Spannungen und Bewehrungen für  $n = n' = 15$ .

positionsgesetzes, immer in den äussern, angreifenden Kräften (äussern Deformationsursachen) linear. Die Anwendung der Nomographie auf diesen Gebieten drängt sich deswegen geradezu auf. Umsomehr erscheint es unerklärlich,

<sup>1)</sup> Die Nomogramme können in Originalgrösse beim Verfasser zum Selbstkostenpreise bezogen werden.