

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 81/82 (1923)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Die Drehstrom-Induktionsmaschine als erweiterter Sonderfall der Gleichstrommaschine mit Fremderregung  
**Autor:** Kummer, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-38921>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 29.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Die Drehstrom-Induktionsmaschine als erweiterter Sonderfall der Gleichstrommaschine mit Fremderregung. — Das Bürgerhaus in der Schweiz; XI. Band, Kanton Bern. — Das Kraftwerk Ritom der S. B. B. — Zentralfriedhof am Hörnli bei Basel. — Miscellanea: Schweizerische Bundesbahnen. Erhöhung und Verstärkung einer Stauwand. Untersuchungen über Erhärtung von Zement nach Einwirkung niedriger

Temperaturen. Der XI. Kongress für Heizung und Lüftung. Hochbrücke über den Kleinen Belt. Die Sektion Ostschweiz des Schweizer. Rhone-Rhein-Schiffahrtsverbandes. Eidgenössische Technische Hochschule. — Konkurrenzen: Gebäude für das Internationale Arbeitsamt in Genf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Band 81. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 23.

### Die Drehstrom-Induktionsmaschine als erweiterter Sonderfall der Gleichstrommaschine mit Fremderregung.

Von Professor Dr. W. Kummer, Ingenieur, Zürich.

In unserem Aufsatz: „Betriebskurven und Betriebssicherheit verschiedener Verfahren der Nutzbremmung bei elektrischen Bahnen“, in Band 77 dieser Zeitschrift<sup>1)</sup> haben wir bei der Behandlung des fremderregten Bahnmotors darauf hingewiesen, dass die Arbeitsweise dieser Maschine sowohl in ihrer Ausführung als fremderregte Gleichstrom-

geht, so sei hier zunächst ihre mechanische Charakteristik in der Form:

$$D = 2 \cdot D_{\max} \cdot s_m \cdot \frac{s}{s_m^2 + s^2}$$

vorgeführt, wie wir sie in dieser Zeitschrift vor 16 Jahren<sup>1)</sup> abgeleitet haben, und in der neben dem variablen Drehmomente  $D$  die variable Schlüpfung  $s$  erscheint, während  $D_{\max}$  und  $s_m$  Drehmoment und Schlüpfung im „Abfallpunkte“  $B$  der Abbildung 2 für die als Motor betriebene Maschine bezeichnen. Die variable Schlüpfung steht mit der variablen Rotor-Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und mit der konstanten Drehfeld-Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  im bekannten Zusammenhänge:

$$s = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$$

während sie mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  der, nur die Rotor-Kupferverluste (d. h. die sekundären Kupferverluste) aufweisenden, sonst aber verlustlosen Maschine, im Bereiche von Schlüpfungen, für die  $0 < s < 1$  ist, im Zusammenhänge:

$$s = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - \eta$$

steht. Die Charakteristik lässt sich auch in der Form:

$$\frac{D}{D_{\max}} \cdot \left( \frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} \right) = 2$$

schreiben, wofür, bei Einführung des expliziten Werts von  $s$ , die Beziehung:

$$\frac{D}{D_{\max}} \cdot \left( \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \cdot \frac{1}{s_m} + \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega} \cdot s_m \right) = 2$$

zwischen den eigentlich interessierenden Betriebsgrößen  $D$  und  $\omega$  erscheint, deren Verlauf wir in Abbildung 2 für alle denkbaren Schlüpfungs- bzw. Drehzahlwerte darstellen. Dass im Bereiche  $AS A_1$  praktischer Verwendung die Kurve in Abbildung 2, für die  $AS$  das Verhalten der Maschine als Motor,  $A_1 S$  dagegen ihr Verhalten als Nutzbremse darstellen, als gerade Linie gelten darf, also mit der Charakteristik der fremderregten Gleichstrommaschine übereinstimmt, kann folgenderweise gezeigt werden.

<sup>1)</sup> Band 50, Seite 112 und 153 vom 31. August und 21. September 1907. Vergl. auch Seite 130 des I. Bandes des vom Verfasser 1915 herausgegebenen Werks: „Die Maschinenlehre der elektrischen Zugförderung“.

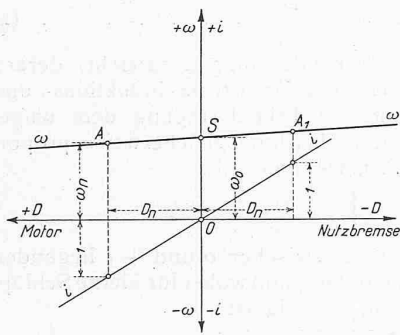


Abbildung 1.

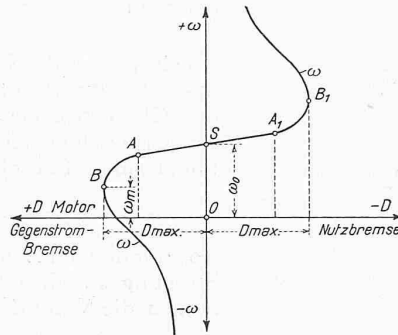


Abbildung 2.

Maschine als auch in der Ausführung als Drehstrom-Induktionsmaschine im Teilgebiete kleiner Schlüpfungen durch die gleichen Betriebskurven veranschaulicht werde. Die bezügl. Betriebskurven, die auf Grund von Maschinen, die von den berücksichtigten Rotor-Kupferverlusten abgesehen, als verlustlos aufgefasst wurden, bestehen im wesentlichen aus der sogen. mechanischen Charakteristik und aus der Stromstärke-Beziehung. Die erstere gaben wir in der Form:

$$D \cdot (1 - \eta_n) = D_n \cdot \left( m - \frac{\eta_n}{\omega_n} \cdot \omega \right) \quad (1)$$

und die letztere in der Fassung:

$$i = \frac{J}{J_n} = \frac{D}{D_n} \quad (2)$$

Dabei bezeichnen  $D$  und  $\omega$  das variable Drehmoment und die variable Winkelgeschwindigkeit,  $D_n$  und  $\omega_n$  dieselben Größen bei Normlast, bei der der Wirkungsgrad  $\eta_n$  und die Stromstärke  $J_n$  herrschen, während  $J$  die variable Stromstärke des beliebigen Betriebszustandes bedeutet, bei dem  $D$  und  $\omega$  gelten;  $m$  ist weiter der Parameter, nach dem die aufgedrückte Spannung in  $m$  Stufen (Serie- und Parallel-Schaltungen) geregelt werden kann. Für  $m = 1$  lautet Gleichung (1):

$$D \cdot (1 - \eta_n) = D_n \cdot \left( 1 - \frac{\eta_n}{\omega_n} \cdot \omega \right)$$

während sie im allgemeinen überhaupt nur für wenige Werte von  $m$ , die in der Regel  $= 1, = 1/2, = 1/4$  sind, in Betracht fällt<sup>2)</sup>. Bei Beschränkung auf  $m = 1$  geben wir in Abbildung 1 nochmals die bildliche Darstellung der mechanischen Charakteristik und der Kurve  $i$ .

Was nun die Betriebskurven der asynchronen Drehstrommaschine (d. h. der Drehstrom-Induktionsmaschine) an-

<sup>1)</sup> Bd. 77, Seite 139 und 151, 26. März und 2. April 1921.

<sup>2)</sup> Der aufmerksame Leser wird seiner Zeit beachten haben, dass oben auf Spalte 1 der Seite 140 von Band 77 in Gleichung (1) versehentlich das Doppelvorzeichen  $\mp$  anstelle des Zeichens  $-$  stehen blieb, welches Versehen auch dreimal auf Spalte 2 der Seite 139 von Band 77 zu berichtigen ist. In allen anderen Fällen ist das verwendete Doppelvorzeichen dagegen zutreffend; abgegebene Quantitäten sind stets positiv, aufgenommene stets negativ angerechnet.

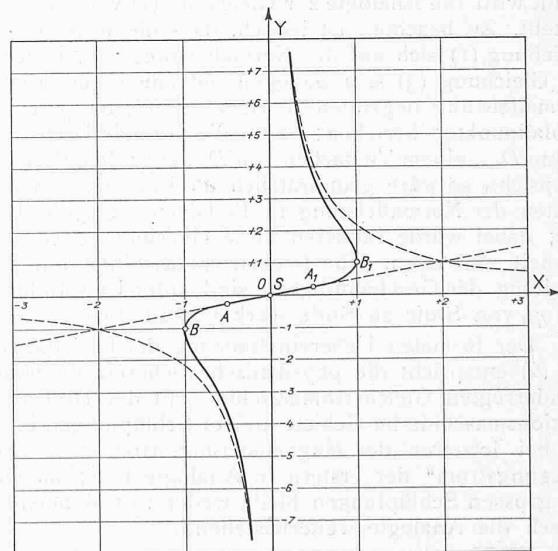


Abbildung 3.

Man setzt: 
$$\left. \begin{aligned} -\frac{D}{D_{\max}} &= X \\ -\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \cdot \frac{I}{s_m} &= -\frac{s}{s_m} = Y \end{aligned} \right\}$$

und erhält eine Gleichung:

$$X \cdot \left( Y + \frac{1}{Y} \right) = 2$$

die gemäss Abbildung 3 für genügend grosse Werte von  $Y$  in die Hyperbel:

$$X \cdot Y = 2,$$

für genügend kleine Werte von  $Y$  dagegen in die Gerade:

$$\frac{X}{Y} = 2$$

übergeht<sup>1)</sup>. Für letztere kann nun geschrieben werden:

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{2}{s_m} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$$

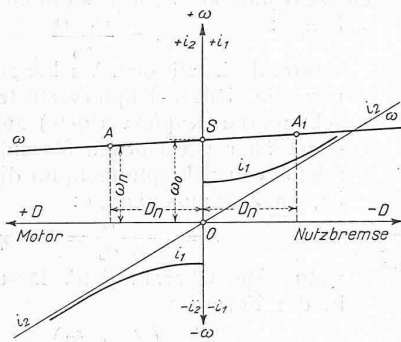


Abbildung 4.

Diese Beziehung geht bei Einführung von:

$$s_m = I - \frac{\omega_m}{\omega_0} = I - \eta_m$$

in die Form:

$$D \cdot \left( I - \eta_m \right) = 2 \cdot D_{\max} \cdot \left( I - \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

über, die nun auch formal der Gleichung der fremderregten Gleichstrommaschine entspricht. Für die Berücksichtigung von Stufenschaltungen der Geschwindigkeit, also für eine Polumschaltung oder eine Cascadenschaltung, kann wieder, bei Einführung des im Zahlenwerte zwischen 0 und +1 liegenden Parameters  $m$ , dem auch hier vorzugsweise die Zahlenwerte = 1, = 1/2, = 1/4 zukommen werden, diese Gleichung verallgemeinert werden, und zwar in die Beziehung:

$$D \cdot \left( I - \eta_m \right) = 2 \cdot D_{\max} \cdot \left( m - \frac{\omega}{\omega_0} \right) \dots (3)$$

Damit wird die Analogie zur Gleichung (1) vollkommen hergestellt. Zu beachten ist jedoch, dass die Konstanten der Gleichung (1) sich auf die Normalleistung, die Konstanten der Gleichung (3) sich dagegen auf einen ausserhalb der Normalleistung liegenden Betriebszustand, im sogenannten „Abfallpunkte“ beziehen; da für die normale Drehstrommaschine  $D_{\max}$  einem Vielfachen von  $D_n$ , etwa dem Werte  $4 \cdot D_n$  entspricht, so wäre grundsätzlich die Einführung von Konstanten der Normalleistung in die Gleichung (3) leicht möglich; dabei würde indessen diese Gleichung doch an Einfachheit einbüßen. Für Drehstrommaschinen mit Stufenschaltung der Geschwindigkeit sind unter Umständen  $D_{\max}$  und  $\eta_m$  von Stufe zu Stufe stark veränderlich.

Der formalen Uebereinstimmung der Gleichungen (1) und (2) entspricht die physikalische Uebereinstimmung der fremderregten Gleichstrommaschine mit der Drehstrom-Induktionsmaschine im Gebiete kleiner Schlüpfungen insofern, als bei letzterer der Magnetisierungsstrom zum „Fremderregungsstrom“ der erstern in Analogie tritt; im Gebiete der grossen Schlüpfungen bleibt weder formal noch physikalisch die Analogie weiterbestehend.

<sup>1)</sup> Diese analytische Zerlegung der Charakteristik hat zuerst M. Kloss im „Archiv für Elektrotechnik“, Band 5, Seite 59 im Jahre 1916 benutzt.

Die Stromstärke-Beziehung der Drehstrom-Induktionsmaschine, die in Parallele tritt zur Beziehung (2) der fremderregten Gleichstrommaschine, lässt sich am aufschlussreichsten in der Form:

$$i = \frac{J}{J_{\max}}$$

darstellen, wobei es sich um Primärströme (d. h. Statorströme) oder um Sekundärströme (d. h. Rotorströme) handelt, die im Zähler von  $i$  bezüglich irgend eines Betriebszustandes, im Nenner von  $i$  bezüglich des Betriebszustandes bei  $\infty$  grosser Schlüpfung und also auch  $\infty$  grosser Drehzahl berücksichtigt sind<sup>1)</sup>. Im Falle der Sekundärströme gilt:

$$i_2 = \frac{J_2}{J_{2\max}} = \frac{s}{\sqrt{s^2 + s_m^2}}$$

Für kleine Schlüpfungen, für die Gleichung (3) als mechanische Charakteristik benützbar ist, geht die Beziehung für  $i_2$  über in:

$$i_2 = \frac{s}{s_m}$$

bezw. in

$$i_2 = \frac{D}{2 D_{\max}} \dots \dots \dots (4)$$

womit genau die Form der Gleichung 2 entsteht, derart, dass also die Rotorströme der Drehstrom-Induktions- und der Gleichstrommaschine mit Fremderregung dem umgesetzten Drehmomente der Maschine gleicherweise proportional sind. Für die Primärströme gilt:

$$i_1 = \frac{I}{1 + \sigma} \cdot \sqrt{\frac{(1 + \sigma)^2 \cdot s^2 + \sigma^2 \cdot s_m^2}{s^2 + s_m^2}}$$

wobei  $\sigma$  den im Zahlenwerte zwischen 0 und +1 liegenden Streukoeffizienten darstellt, und wobei für kleine Schlüpfungen die Vereinfachung zulässig ist:

$$i_1 = \sqrt{\left( \frac{s}{s_m} \right)^2 + \left( \frac{\sigma}{1 + \sigma} \right)^2}$$

für die auch gesetzt werden kann:

$$i_1 = \sqrt{\left( \frac{D}{2 D_{\max}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma}{1 + \sigma} \right)^2}$$

<sup>1)</sup> Die Ableitung der Ausdrücke für die Stromstärken findet der Leser in den durch die Anmerkung auf Spalte 2 der Seite 281 mitgeteilten Arbeiten des Verfassers.

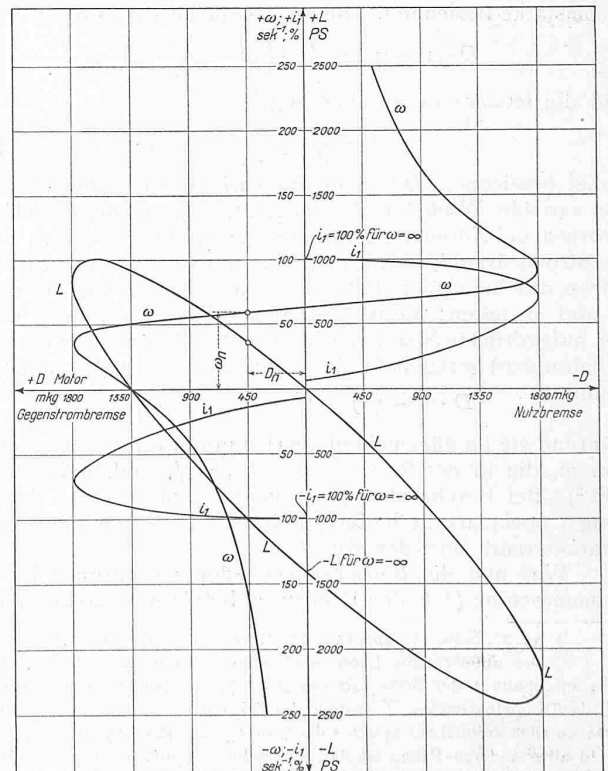


Abbildung 5.

In der Schreibweise:

$$\frac{i_1^2}{\left(\frac{\sigma}{1+\sigma}\right)^2} - \frac{D^2}{\left(2 \cdot D_{\max} \cdot \frac{\sigma}{1+\sigma}\right)^2} = 1 \quad (5)$$

und mit:

$$\frac{i_2}{\left(\frac{\sigma}{1+\sigma}\right)} - \frac{D}{\left(2 \cdot D_{\max} \cdot \frac{\sigma}{1+\sigma}\right)} = 0$$

für Gleichung 4 erkennt man, dass im Gebiete kleiner Schlüpfungen  $i_1$  über  $D$  eine Hyperbel darstellt, für die  $i_2$  die Asymptote liefert, wie in Abbildung 4 ersichtlich ist.

Eine weitere bemerkenswerte Beziehung besteht für die Drehstrom-Induktionsmaschine zwischen der variablen Leistung  $L$  an der Welle:

$$L = \omega \cdot D = \omega_0 \cdot (1 - s) \cdot D$$

und dem aus:

$$D \cdot \left(\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}\right) = 2 \cdot D_{\max}$$

im Gesamtgebiete der Wirkungsweise folgenden variablen Drehmomente. Die Elimination von  $s$  aus diesen zwei Gleichungen liefert nämlich in der Beziehung:

$$\left(D - \frac{L}{\omega_0}\right)^2 + (D \cdot s_m)^2 - 2 \left(D - \frac{L}{\omega_0}\right) D_{\max} \cdot s_m = 0$$

eine Ellipse als Kurve der Leistung  $L$  über dem Drehmomente, die im Gebiete allerkleinster Werte von  $s$  und von  $D$  durch die Gerade:

$$L = \sim \omega_0 \cdot D$$

darstellbar ist, die auch für die fremderregte Gleichstrommaschine im selben Bereich der Drehmomente mit derselben Annäherung zutrifft. Genau genommen ist ja:

$$L = \eta \cdot \omega_0 \cdot D = \omega \cdot D$$

zu setzen, wobei aber für die nur Rotor-Kupfer-Verluste aufweisenden Maschinen  $\eta$  für kleinste Werte von  $s$  und von  $D$  sich der Zahl 1 stark nähert.

Für das Zahlenbeispiel mit den Normalleistungs-Daten:

$$\begin{cases} D_n = \frac{1}{4} \cdot D_{\max} = 450 \text{ mkg} \\ \omega_n = 60 \text{ sek}^{-1} \end{cases}$$

dem also die Normalleistung:

$$\frac{\omega_n \cdot D_n}{75} = 360 \text{ PS}$$

entspricht, sollen die *vollständigen* Betriebskurven <sup>1)</sup>, aus denen dann ohne weiteres auch die im Teilgebiet kleiner Schlüpfungen geltenden ersichtlich sind, angegeben werden. Zur Kennzeichnung der Maschine sind noch die Angaben des Streuungskoeffizienten:

$$\sigma = 0,05$$

und der Abfall-Schlüpfung:

$$s_m = 0,45$$

erforderlich, die einerseits die Verhältnisse des Leistungsfaktors, andererseits diejenigen des Wirkungsgrades festlegen.



Das Schloss Jegenstorf (Text dazu auf Seite 287). — Ost-Ansicht.

In Abbildung 5 sind dann als Funktionen von  $D$  die Betriebskurven  $\omega$ ,  $L$  (in PS statt in mkg/sek) und  $i_1$  (in Prozenten statt in Zahlenwerten zwischen 0 und +1) bildlich dargestellt.

<sup>1)</sup> Die vollständigen Betriebskurven für das gleiche Zahlenbeispiel brachten wir vor 15 Jahren im Aufsätze „Ueber elektrische Bremsung bei Drehstrombahnen“ in Band 52, Seite 35 (18. Juli 1908) dieser Zeitschrift, jedoch in der Darstellungsart nach A. Heyland. Dem Leser wird nicht entgehen, dass unsere heutige Darstellungsart sich durch grössere Einfachheit und Klarheit auszeichnet.

**Aus: Das Bürgerhaus in der Schweiz.**

XI. Band: Kanton Bern, II. Teil.

Herausgegeben vom Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein.  
Verlag des Art. Institut Orell Füssli, Zürich.

Grundrisse vom Erdgeschoss und II. Stock des Schlosses Jegenstorf.

