

# Gefällersparnis an Masswehren und Energieberechnung von Wasserwalzen

Autor(en): **Finaly, Stefan v.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **97/98 (1931)**

Heft 11

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-44664>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Gefällersparnis an Messwehren und Energieberechnung von Wasserwalzen. — Internationaler Wettbewerb für die Dreirosenbrücke über den Rhein in Basel. — Vom Fachwerkbau zum fabrizierten Fachwerk „FAFA“, System Prof. P. Schmitthenner, Stuttgart. — Untersuchungen über die mechanischen Eigenschaften von Freileitungsdrähten aus Elektrolytkupfer, Bronze, Aluminium und Aldrey. —

† Prof. Eugen Meyer, Berlin. — Mitteilungen: Die Elektrifikation der italienischen Eisenbahnen. XIII. Internationaler Wohnungs- und Städtebaukongress. Aufzüge mit zwei Kabinen im gleichen Schacht. Basler Rheinhafenverkehr. — Wettbewerbe: Bebauung eines Areals an der Effingerstrasse in Bern. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 97

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11

Gefällersparnis an Messwehren und Energieberechnung von Wasserwalzen.

Von Dr. Ing. STEFAN v. FINALY, Budapest.

Für die genaue Registrierung der Durchflussmengen in offenen Kanälen dienen Messwehre. Sie haben, nach dem bisherigen Gebrauch, den Nachteil eines ziemlich grossen Gefällverlustes. Bei längeren Kanälen, bei denen an mehreren Stellen Registrierung vorgenommen werden muss, ist dieser Nachteil sehr unangenehm, so beispielsweise bei Berieselungskanälen (Verteilungskanälen) in flachem Gelände, wo ohnehin wenig Gefälle zur Verfügung steht. Eben diesbezüglich erfuhr ich, dass in britischen Kolonien eine Art Messwehr konstruiert wurde, bei dem mit Hilfe des sogenannten Wassersprunges („standing waves“) das verlorene Gefälle beim Wehr bedeutend herabgemindert werden kann. Angeregt durch diese Mitteilung habe ich versucht, diese Frage theoretisch zu behandeln, und da die Ergebnisse interessant scheinen, seien sie im Folgenden mitgeteilt.

Es ist bekannt, dass bei Messwehren, wegen des sogenannten vollkommenen Ueberfalles, gefordert wird, dass der Unterwasserspiegel unterhalb der Wehrkronenhöhe liegen muss. Dass diese Auffassung nicht richtig ist, hat bereits im Jahre 1845 *Bélanger* bewiesen. In der neuesten Zeit veröffentlichte *Bundschu*<sup>1)</sup> sehr interessante Versuche über diese Frage, und auch der *Verfasser*<sup>2)</sup> hat darauf hingewiesen dass, laut *Bernoullis* Satz, die Begriffe des „vollkommenen“ und des „unvollkommenen“ Ueberfalls ganz überflüssig sind.

Es ist nämlich einfach zu beweisen dass, wenn mit *H* die theoretische Druckhöhe über der Wehrkrone bezeichnet wird und laut *Bernoulli*

$$H = t + v^2/2g \quad (1)$$

besteht, wo *t* die Tiefe des Rinnals und *v* die mittlere Geschwindigkeit (Abb. 1), die Durchflussmenge dann ein Maximum wird, wenn

$$t_0 = 2/3 H. \quad (2)$$

Ist daher der Unterwasserspiegel mit *H/3* Höhe tieferliegend als der Oberwasserspiegel, so ist das Durchflussmaximum bereits erreicht und eine weitere Senkung des Unterwasserspiegels kann die Durchflusswassermenge nicht mehr vergrössern: sie bleibt konstant. Darnach scheint also der unbedingt notwendige, also minimale Druckverlust beim Ueberfallwehr gleich *1/3 H*. Man hat daher bereits eine Ersparnis an Gefälle gegenüber der alten Auffassung von *2/3 H*.

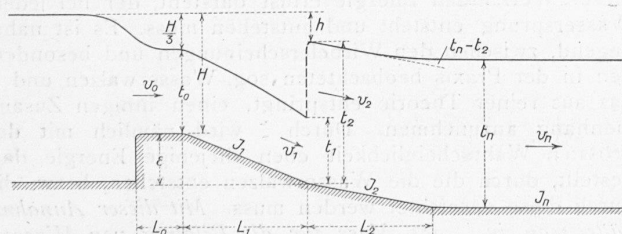


Abb. 1.

Setzt man, im Falle eines Kanales, Gl. (2) in Gl. (1), so erhält man

$$v_0 = \sqrt{g t_0} = v_g \quad (3)$$

1) Dr. Ing. Felix Bundschu. „Ueberströmen usw.“ in „Der Bauingenieur“, 1928.

2) Dr. Ing. Stefan v. Finaly. „A viz kifolyása etc.“ in „Technika“, 1929.

3) Genauer:  $H = t + a v^2/2g$ , weil *v* mittlere Geschwindigkeit ist;  $a > 1$ .

eine Grenzgeschwindigkeit. Ist die Geschwindigkeit kleiner als *v<sub>g</sub>*, dann hat man fließendes Wasser im Kanal, ist sie grösser oder gleich *v<sub>g</sub>*, so ist die Bewegung des Wassers schiessend; in diesem letzten Falle kann unter Umständen ein Wassersprung entstehen. Hat der Kanal das entsprechende Sohlengefälle, dass sich das Wasser in ihm schiessend bewegt, und verkleinert man plötzlich dieses Gefälle soweit, dass bei diesem nur eine fließende Bewegung möglich ist, so entsteht dicht vor dem Uebergang der Wassersprung. Der Wasserspiegel hebt sich plötzlich, entsprechend der langsameren Bewegung. Für die Berechnung der Höhe des Wassersprungs findet man auf Grund des Impulssatzes

$$t_2^2 + t_2 t_1 - 4 t_1 v_1^2/2g = 0 \quad (4)$$

wo *t<sub>2</sub>* die Tiefe der fließenden Bewegung, *t<sub>1</sub>* die Tiefe der schiessenden Bewegung, also die Tiefen nach und vor dem Wassersprung sind, und *v<sub>1</sub>* die mittlere Geschwindigkeit der schiessenden Bewegung ist. Setzt man

$$t_2 = \beta t_1 \quad (4a)$$

so folgt aus Gl. (4)

$$v_1^2/2g = t_1 \frac{\beta^2 + \beta}{4} \quad (5)$$

woraus die Durchflussmenge

$$t_1 v_1 = t_1^{3/2} \sqrt{\frac{g(\beta^2 + \beta)}{2}} \quad (6)$$

als Funktion von *t<sub>1</sub>* zu berechnen ist.

Es besteht die Kontinuitätsgleichung, auch im Falle eines Wehres (vergl. Abb. 1),

$$t_1 v_1 = t_0 v_0 \quad (7)$$

Andererseits lautet Gl. (3).

$$t_0 v_0 = t_0^{3/2} \sqrt{g} \quad (8)$$

daher, aus Gl. (6).

$$t_0 = t_1 \sqrt{\frac{\beta^2 + \beta}{2}} \quad (9)$$

Zur Bildung der Geschwindigkeit *v<sub>1</sub>* aus der bereits an der Wehrkrone vorhandenen Geschwindigkeit *v<sub>0</sub>* benötigt man eine Geschwindigkeitshöhe von

$$v_1^2/2g - v_0^2/2g,$$

womit der Wasserspiegel bei der Tiefe *t<sub>1</sub>* niedriger liegen muss als bei der Tiefe *t<sub>0</sub>*. Aus der Kontinuitätsgleichung, Gl. (1) und (4) folgt, dass die gesamte Druckhöhe bei *t<sub>1</sub>* grösser sein muss (vergl. Abb. 2) als *H*, die Druckhöhe bei *t<sub>0</sub>*, und zwar muss sie die Grösse *H + ε* haben. Dieser Höhenunterschied lässt sich berechnen, indem

$$\epsilon = t_1 + v_1^2/2g - (t_0 + v_0^2/2g) \quad (10)$$

Setzt man in Gl. (10) Gl. (5) ein und bedenkt, dass  $t_0 + v_0^2/2g = H = t_0 + t_0/2 = 3/2 t_0$  ist, daher laut Gl. (9)

$$H = \frac{3}{2} t_1 \left( \frac{\beta^2 + \beta}{2} \right)^{1/3} \quad (10a)$$

so folgt

$$\epsilon = t_1 \left[ \frac{\beta^2 + \beta + 4}{4} - \frac{3}{2} \left( \frac{\beta^2 + \beta}{2} \right)^{1/3} \right] \quad (11)$$

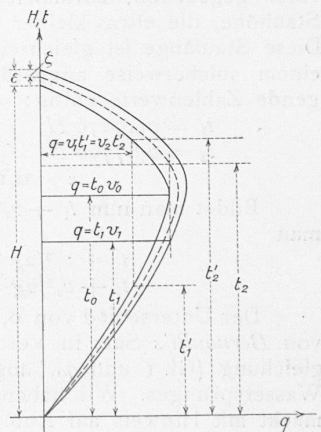


Abb. 2.

Will man, dass der Wasserspiegel, nachdem der Wassersprung stattgefunden hat, also nachdem sich die Tiefe  $t_2$  eingestellt hat, die möglichst höchste Stelle erreicht, so muss man die Funktion

$$h = H + \varepsilon - t_2$$

zu einem Minimum machen. Mit Rücksicht auf Gl. (4a), (10a) und (11), ist

$$h = \frac{\sqrt[3]{16(\beta^2 - 3\beta + 4)}}{12(\beta^2 + \beta)^{1/3}} H \quad (12)$$

Aus Gl. (12) ergibt sich, dass  $h$  tatsächlich ein Minimum wird, wenn

$$\beta = \text{etwa } 1,781 \quad (13)$$

Mit diesem Wert von  $\beta$  ergibt sich als Minimum

$$h = 0,22525 H \quad (14)$$

Der Unterwasserspiegel liegt also darnach in einer Höhe über Wehrkrone von  $0,77 H$  gegenüber einer Höhe von  $0,66 H$  als Bedingung für die Möglichkeit des Maximaldurchflusses. Die Ersparnis ist daher rund  $0,1 H$ .

Um dieses Ergebnis zu erreichen, müsste das Wehr etwa folgendermassen ausgebildet sein (vergl. Abb. 1). Die Wehrkrone soll flach und horizontal sein. Die Horizontal-länge ( $L_0$ ), mit Rücksicht auf Darcy's Versuche bezüglich Formbildung des durchfallenden Wasserstrabes, soll nicht grösser sein als etwa  $0,33 H$  bis  $0,66 H$ . An die Wehrkrone schliesst sich die hintere Sohle an, deren Gefälle (Relativgefälle) mit den Werten  $t_1$  und  $v_1$  zu berechnen ist, beispielsweise mit de Chézy's Formel

$$I_1 = \frac{v_1^2}{c^2 t_1}$$

woraus mit Rücksicht auf Gl. (5), und  $c \sim 49,5$

$$I_1 = \frac{2,47 g}{c^2} = \text{etwa } 0,00981 \quad (15)$$

resultiert. Die Länge dieser Rinne mit Sohlengefälle  $I_1$  ergibt sich aus dem Zusammenhang

$$L_1 I_1 = \varepsilon = 0,10290 H \quad (16)$$

Anschliessend folgt eine Strecke mit dem Gefälle von  $I_2$  das, mit Rücksicht auf die entsprechenden Zusammenhänge, aus Formel

$$I_2 = \frac{2,781 g}{6,344 c^2} = \text{etwa } 0,00174 \quad (17)$$

zu berechnen ist.

Die Strecke mit  $I_2$  muss eine Länge  $L_2$  haben. Diese Länge ist dadurch zu ermitteln, dass man die Staulänge einer gegebenen, normalen Tiefe  $t_n$  berechnet mit einer Stauhöhe, die etwas kleiner ist als der Unterschied  $t_n - t_2$ . Diese Staulänge ist gleichzeitig die Streckenlänge  $L_2$ . Bei einem solcherweise angeordneten Wehre sind dann folgende Zahlenwerte gültig:

$$\begin{aligned} t_1 &= 0,49276 H & v_1^2/2g &= 0,61014 H \\ t_2 &= 0,87760 H & v_2^2/2g &= 0,19236 H \\ \varepsilon &= 0,10290 H \end{aligned}$$

Bildet man nun  $t_1 + v_1^2/2g$  und  $t_2 + v_2^2/2g$ , so findet man

$$\begin{aligned} t_1 + v_1^2/2g &= 1,10290 H \\ t_2 + v_2^2/2g &= 1,06996 H \end{aligned}$$

Der Unterschied von  $0,03294 H$  ist eine direkte Folge von Bernoulli's Satz in Verbindung mit der Kontinuitäts-gleichung (Gl. 1 und 7), angewendet für den Fall eines Wassersprunges. Wir haben hiervon schon Gebrauch gemacht mit Hinweis auf Abb. 2.

Aus den beiden Gleichungen (1) und (7) folgt nämlich allgemein

$$\sqrt{2g(H' t_1^2 - t_1^3)} = \sqrt{2g(H' t_2^2 - t_2^3)} \quad (18)$$

oder

$$t_1^2(H' - t_1) = t_2^2(H' - t_2)$$

wobei jetzt  $H'$  eine beliebige Gesamtdruckhöhe (statische Höhe) ist.

Gleichung (18) kann erfüllt werden, wenn

1.  $t_2 = t_1$  oder  $\beta = 1$  ist (kein Wassersprung),
2.  $t_1$  und  $t_2$  zwei konjugierte Wurzeln der allgemeinen Gleichung

$$q = \sqrt{2g(H' t^2 - t^3)} \text{ sind,}$$

wo  $q$  die sekundliche Durchflussmenge ist. Sie sollen mit  $t_1'$  und  $t_2'$  bezeichnet werden.

3.  $H'$  linksseitig  $\neq$  mit  $H'$  rechtsseitig ist.

Es lässt sich nun beweisen, dass wenn  $t_1'$  und  $t_2'$  konjugierte Wurzeln sind, ihr Verhältnis niemals gleich sein kann mit dem Verhältnis, das im Falle eines Wassersprunges erfordert wird.

Für diesen letzten Fall haben wir laut Gl. (4a) die Verhältniszahl  $\beta$ ; setzen wir zum Unterschied von dieser die Verhältniszahl  $\beta_1$  für die konjugierten Wurzeln, also

$$t_2' = \beta_1 t_1' \quad (4b)$$

Es folgt dann aus Gl. (18) zunächst

$$\beta_1^2 t_1'^2 (H' - \beta_1 t_1') = t_1'^2 (H' - t_1')$$

woraus sich ergibt

$$H' = t_1' \frac{\beta_1^3 - 1}{\beta_1^2 - 1} \quad (19)$$

Da andererseits  $H' = t_1' + v_1^2/2g$

ist, wodurch im Falle eines Wassersprunges laut Gl. (5) auch

$$H' = t_1' \frac{\beta^2 + \beta + 4}{4}$$

gilt, so folgt

$$\beta^2 + \beta + 4 = \frac{4(\beta_1^3 - 1)}{\beta_1^2 - 1}$$

woraus schliesslich

$$\beta = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 4 \frac{\beta_1^3 - \beta_1^2}{\beta_1^2 - 1}} \quad (20)$$

resultiert, als Beweis für die Ungleichheit von  $\beta$  und  $\beta_1$ . Somit ist aber auch bewiesen, dass im Falle eines Wassersprunges  $t_1$  und  $t_2$  keine konjugierte Wurzeln sein können.

Hiernach muss der dritte Fall Gültigkeit haben, nämlich, dass die statische Druckhöhe  $H'$  vor dem Wassersprung grösser sein muss als nach dem Wassersprung. Setzt man für die erste  $H'$  für die zweite  $H''$ , so lässt sich zu allen beliebigen  $\beta$  der zugehörige Wert  $\zeta = H' - H''$  berechnen. Es ist nämlich

$$\zeta = t_1 + v_1^2/2g - (t_2 + v_2^2/2g) \quad (21)$$

Durch die Kontinuitätsgleichung und Gl. (4a), (5), (10a) folgt

$$\zeta = t_1 \frac{4\beta^2 + \beta^4 + \beta^3 - 4\beta^3 - \beta^2 - \beta}{4\beta^2}$$

und schliesslich ergibt sich in

$$\zeta = \frac{\sqrt[3]{16(\beta - 1)^3}}{12\beta(\beta^2 + \beta)^{1/3}} H \quad (22)$$

eine Gleichung für die zahlenmässige Berechnung von  $\zeta$  für einen gegebenen Wert von  $\beta$ .

Für den oben angegebenen berechneten Fall von  $\beta = 1,781$  ergibt sich dann aus Gl. (22)

$$\zeta = 0,03295 H$$

in guter Uebereinstimmung mit dem oben bereits angegebenen, aus den Messwehr-Ergebnissen berechneten Wert.

Bezüglich der Natur von  $\zeta$  ist augenscheinlich, dass dieser Wert einen Energieverlust darstellt, der bei jedem Wassersprung entsteht und entstehen muss. Es ist nahe-liegend, zwischen den Wirbelerscheinungen und besonders den in der Praxis beobachteten sog. Wasserwalzen und  $\zeta$ , das aus reiner Theorie entspringt, einen innigen Zusammenhänge anzunehmen. Durch  $\zeta$  wird nämlich mit der grössten Wahrscheinlichkeit eben diejenige Energie dargestellt, durch die die Wasserwalzen entstehen, bzw. die durch diese vernichtet werden muss. Mit dieser Annahme hätte man in  $\zeta$  das Mass für die Bildung von Wasserwalzen (Wirbel).

Eine weitere theoretische Verfolgung dieses sehr interessanten Zusammenhanges ist für mich insofern nicht möglich, da hier die Reibung die Hauptrolle spielt. Ohne genaue Kenntnis der Reibungszahlen bei Wasserwalzen und ohne Möglichkeit von entsprechenden Versuchen, muss ich die weitere Verfolgung dieses Gedankenganges denen überlassen, die in der glücklichen Lage sind, über Versuchslaboratorien zu verfügen.