Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 99/100 (1932)

Heft: 20

Artikel: Eine neuartige Erfassung der Kornverteilung mittels "Kornpotenzen"

Autor: Stern, Ottokar

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-45585

Band 100

Nr. 20

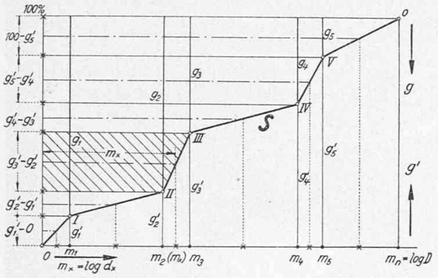

Abb. 1. Ermittlung der *Rückstandfläche* für eine regellose Schaulinie *S*.

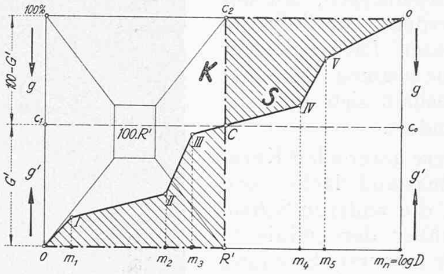

Abb. 2. Umwandlung der Rückstandfläche von *S* in das höhengleiche *Rechteck* mit der Länge *OR'* (der Kornpotenz 1. Ordnung).

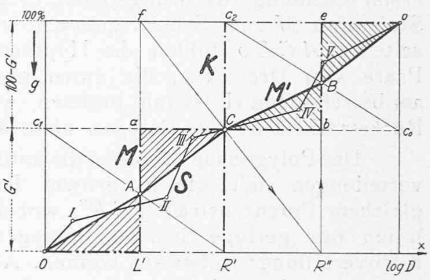

Abb. 3. Mit *S kornpotenzgleiche* Verteilungslinien: Die zweikörnige Stufenlinie *M* und die mittlere Kornverteilung *M'*.

Eine neuartige Erfassung der Kornverteilung mittels „Kornpotenzen".

Von Ziv. Ing. OTTOKAR STERN, Wien.

Es handelt sich nicht nur um die Zuschlagstoffe des Mörtels und Betons, sondern auch um alle anderen aus losen Einzelkörnern beliebiger Grösse zusammengesetzten Stoffe, wie Bindemittel, Mahlgüter aller Art, Bodengattungen und vieles andere.

Sie werden zwecks Beurteilung ihrer Kornverteilung durch verschiedene Methoden in Korngruppen (möglichst geringe Grössenunterschiede enthaltend) getrennt, sodass jede Korngruppe durch eine mittlere Korngrösse d_x gekennzeichnet werden kann (Abb. 1). Welche Werte als mittlere Korngrössen zu wählen sind, sollte demgemäss eigentlich dem jeweils vorhandenen Korngehalt des Gemenges angepasst werden und — streng genommen — nicht willkürlich festgesetzt oder schematisch genormt werden (s. Fussnote 3).

Die bisher übliche Darstellung der Kornverteilung ist die Schaulinie im rechtwinkeligen Koordinatensystem, wobei die gewählten Korngrössen d_x selbst oder deren Logarithmen $m_x = \log d_x$ als Abszissen und die prozentualen Gewichtsmengen g' von gleicher und kleinerer Korngrösse als Ordinaten eingetragen werden. Demgemäss bedeuten die jeweiligen Ergänzungsstrecken g der Ordinaten auf die Gesamtlänge von 100 % nichts anderes als $g = 100 - g'$, d. h. die prozentualen Gewichtsmengen von grösserer Kornbreite als jene der betreffenden Abszisse. Der letztgenannte Ordinatenteil g heisst Gesamtrückstand; der erste g' heisst Gesamtdurchgang.[1])

Dagegen bedeutet die Differenz zweier aufeinanderfolgender Ordinaten der Schaulinie nichts anderes als die prozentuale Gewichtsmenge g_x, der gerade nur die mittlere Korngrösse zukommt, die von der Mitte m_x der betreffenden Abszissenpunkte dargestellt wird, also den Einzelrückstand g_x. Multipliziert man eine solche Einzelmenge g_x mit der zugehörigen mittleren Abszisse m_x, so bildet $(m_x g_x)$ ein waagrechtes Flächenelement des oberhalb der Schaulinie liegenden Teiles des Koordinatenfeldes; dieser ist aber nichts anderes als die sogenannte „Rückstandsfläche der Schaulinie". Die grösste Länge dieser Rückstandsfläche entspricht der Abszisse m_n der Grösstkorngruppe des Gemenges, ihre grösste Höhe entspricht der Gesamtmenge von 100 %. Verwandelt man die Rückstandsfläche der Schaulinie S in ein Rechteck, dessen Höhe der grössten Höhe der Rückstandsfläche gleichkommt (also diesfalls 100 %) und benennt man die entsprechende Rechtecklänge R', so erfüllt ein solches Rechteck die Bedingung (siehe Abb. 2):

$$100\,R' = \sum_{x=0}^{x=n} (m_x\,g_x).$$

Der Wert R' kann somit als eine solche Abszissenlänge aufgefasst werden, dass die ihr zugehörige Korngrösse („resultierendes" oder „Schluss-Korn") in der Gewichtsmenge von 100 % vorhanden wäre, als ob sie also einer bloss einkörnigen Sieblinie ($R'c_2$) angehören würde.

Wenn die Abszissen nicht gleichmässig, sondern durch die Logarithmen der mittleren Korngrössen der bezüglichen Einzelgruppen dargestellt werden, so ist die Abszisse R' eben jene Potenz von 10, die die gleichförmige Korngrösse einer Körnung von gleicher Rückstandsfläche wie jene der vorliegenden Schaulinie (S) liefert: $d_{(x=R')} = 10^{R'}$ (R' = „Kornpotenz" oder dekadischer Feinheitsmodul von S). Diese gleichförmige einkörnige Schaulinie schneidet die gegebene Schaulinie des Gemenges in einem Punkt C, dem die besondere Bedeutung zukommt, dass er die prozentuale Gewichtsmenge G' von gleicher und kleinerer Korngrösse als $10^{R'}$, soweit sie im Gemenge enthalten ist, angibt. (C = „Potenzpunkt" der Schaulinie S). Die Gewichtsmenge G' bildet die erste Stufe (Höhenlinie $c_0\,c_1$) jenes bloss zweistufigen aber auch jener mehrstufigen Korngemenge M, die die gleiche Rückstandsfläche und den selben Potenzpunkt C haben wie die gegebene Schaulinie S (Abb. 3).

Um die gleiche Rückstandsfläche für M zu erzielen, wird zunächst auch jener Teil der Rückstandsfläche von S, der in diese erste Stufe fällt ($O\,I\,II\,III\,C\,c_1$), in ein höhen- und flächengleiches Rechteck verwandelt ($O\,L'\,a\,c_1$). Dann erübrigt nur noch, auch den oberhalb der ersten Stufe liegenden Teil der Rückstandsfläche ($c_1\,C\,IV\,V\,o$ 100) in ein oder mehrere höhen- und flächengleiche Rechtecke zu verwandeln, je nachdem man diese restliche Rückstandsfläche als Ganzes in Betracht ziehen oder sie in weitere waagrechte Lamellenflächen zerlegen will. (In Abbildung 3 ergibt sich [$c_1\,b\,e$ 100] schon aus der Bedingung, dass die Rechtecke [$L'\,R'\,C\,a$] und [$C\,b\,e\,c_2$] flächengleich sein müssen, daher der Punkt R'' auf dem Potenzenstrahl $f\,C$ liegen muss).

Das auf solche Art dargestellte zwei- oder mehrstufige Korngemenge (M) von gleicher Rückstandsfläche wie das durch die gegebene Schaulinie (S) dargestellte Gemenge

[1]) Es fehlt hier an Raum, um zu zeigen, dass eine unverzerrte Schaulinie mit logarithmischen Abszissen und mit numerischen prozentualen Gewichtsmengen (als Ordinaten) die Bedingung erfüllen muss:

$$(g + g') = \log 10 = 100\,\%$$

Demgegenüber rufen die üblichen willkürlich gewählten Mengenmasstäbe logarithmischer Schaulinien unbewusst die verschiedensten Verzerrungen der letzten hervor, die die ebenso einfachen als wichtigen Flächen- und Winkelbeziehungen verwickelt und unkenntlich machen. (Vergl. Tonindustrie-Zeitung 1932, Heft 66, S. 825.)

ist gemäss dem „erneuerten Gesetz von Abrams“[2]) mischtechnisch gleichwertig mit dem letztgenannten Korngemenge, d. h. beide Gemenge sollen für gleiche Flüssigkeitsgrade auch gleiche Wasseransprüche haben $\left(\frac{W_M}{K_M} = \frac{W_S}{K_S}\right)$.

Die gleichwertige Stufenlinie M kann auch sehr einfach in einen gleichwertigen Polygonzug M' verwandelt werden, wenn die Hilfsstrahlen $R' c_1$ und $c_0 c_2$, die das Potenzkreuz erster Ordnung (Kreuzungspunkt C) abschliessen, mit der Stufenlinie M zum Schnitt gebracht werden. Die Polygonseiten $O\,A\,C\,B\,o$ bilden die Hypotenusen flächengleicher Paare von Dreiecken, die einen gemeinsamen Eckpunkt am betreffenden Hilfsstrahl besitzen, weshalb sich auch die Rückstandsfläche fürs Polygon nicht ändert.

Der Polygonzug M' bildet die mittlere unter allen Kornverteilungen mit gleich grosser Rückstandsfläche und gleichem Potenzenstrahl $f\,C\,R''$, wobei die anderen Schaulinien nur geringe Streuungen gegenüber der „mittleren Kornverteilung“ aufweisen können. Als äusserste Streuung kann eben die mehrbesprochene „Stufenlinie“ (M) gelten.

Das im vorstehenden zeichnerisch veranschaulichte Verfahren eignet sich aber auch insbesondere zur rein rechnerischen Kennzeichnung jeder gegebenen Kornverteilung.

Die Kornverteilung muss — wie immer — selbstverständlich zunächst durch ein geeignetes Trennungsverfahren, dem das gegebene Gemenge unterzogen wird, ermittelt sein. Hierbei ergeben sich (vergl. Abb. 1) die ($\log d_x$) $= m_x$ mit ihren zugehörigen Einzelrückständen g_x, also auch deren Produkte ($m_x\, g_x$) und Produkt-Summen $\sum\limits_{x=a}^{x=b} (m_x\, g_x)$ für beliebig zu begrenzende Bereiche von x. Diese Summe stellt nichts anderes als die jeweilige Rückstandsfläche dar für ein Korngemenge mit Korngrössen von $d_a = 10^{m_a}$ bis $d_b = 10^{m_b}$. Die Summe aller prozentualen Gewichtsmengen dieses Korngrössenbereiches sei mit $g_{ab} = \sum\limits_{x=a}^{x=b} g_x$ bezeichnet.

Dann drückt sich die *Umwandlung* einer solchen Rückstandsfläche in ein höhen- und flächengleiches Rechteck (vergl. auch Abb. 2) rechnerisch durch die Gleichung aus:

$$\sum_{x=a}^{x=b} (m_x\, g_x) = R_{ab}\, g_{ab}$$

Die Korngrössen erscheinen in dieser Gleichung wieder durch ihre Potenzen m_x bezw. R_{ab} gekennzeichnet (d. h. durch ihre „Kornpotenzen“ oder auch „dekadischen Feinheitsmoduli“). Die unbekannte Kornpotenz der von $x = a$ bis $x = b$ reichenden Rückstandsflächenlamelle ergibt sich aus obiger Beziehung mit:

$$R_{ab} = \frac{\sum\limits_{x=a}^{x=b} (m_x\, g_x)}{\sum\limits_{x=a}^{x=b} g_x}$$

Der Rechnungsvorgang ist hiernach folgender: Zunächst wird die Schlusskornpotenz erster Ordnung R' (vergl. Abb. 2), d. h. jene für das gesamte Gemenge errechnet, indem $a = 0$ und $b = \log D$ gesetzt wird, wo D die grösste mittlere Kornbreite, also jene der gröbsten Korngruppe des Gemenges bedeutet. Hier ist $\sum\limits_{x=0}^{x=\log D} g_x = 100\,\%$.

$$R' = \frac{\sum\limits_{x=0}^{x=\log D} (m_x\, g_x)}{100}$$

Hierauf wird die Lamellen-Kornpotenz erster Ordnung ($L' = R_{(0,\,R')}$ vergl. Abb. 3) für die Lamelle der Rückstandsfläche von $x = 0$ bis $x = R'$ errechnet, wofür sich $\sum\limits_{x=0}^{x=R'} g_x = G'$ ergibt:

$$L' = \frac{\sum\limits_{x=0}^{x=R'} (m_x\, g_x)}{G'}$$

Abb. 1. Ursprüngliches Bild der Grimselseen mit dem alten Hospiz, links im Hintergrund das Finsteraarhorn. Blick vom Nägelisgratweg gegen Westen.
Abb. 1, 4, 5 und 6 sind nach Aufnahmen von Phot. A. Krenn, Zürich,
Abb. 2, 3, 7, 9, 11 und 12 nach Aufnahmen von Phot. A. Teichmann, Basel.

Es folgt nun die Berechnung der Schlusskornpotenz zweiter Ordnung R'' für die oberhalb der Lamelle erster Ordnung liegende restliche Rückstandsfläche (kürzehalber als „zweiter Ordnung“ zu bezeichnen), deren Korngrössen von $x = R'$ bis $x = \log D$ reichen und deren prozentuale Gewichtsmenge ($100 - G'$) ist:

$$R'' = \frac{\sum\limits_{x=R'}^{x=\log D} (m_x\, g_x)}{100 - G'}$$

Kann man sich mit den beiden Stufen der Lamelle erster Ordnung und der Rückstandsfläche zweiter Ordnung begnügen, so kann man nun die „granulometrische Gleichung zweiter Ordnung“ der gegebenen Kornverteilung aufstellen, die nichts anderes ist, als die *Zerlegung der Rückstandsfläche in zwei Rechtecklamellen:*

$$100\, R' = G'\, L' + (100 - G')\, R''$$

Muss man aber, um das erneuerte Abrams'sche Gesetz anwenden zu können, etwa ein dreistufiges Korngemenge in Betracht ziehen, so hat man bloss mit R'' in gleicher Weise weiter zu verfahren, wie bisher mit R':

Man bildet diesfalls die Lamellen-Kornpotenz zweiter Ordnung ($L'' = R_{R'\,R''}$) — kurz „die Ordnung (— 2)“ — für den Körnungsbereich $x = R'$ bis $x = R''$, für den die prozentuale Gewichtsmenge $G'' = \sum\limits_{x=R'}^{x=R''} g_x$ ist:

$$L'' = \frac{\sum\limits_{x=R'}^{x=R''} (m_x\, g_x)}{G''}$$

und die Schlusskornpotenz dritter Ordnung für die oberhalb der Lamelle zweiter Ordnung verbleibende Rück-

[2]) Vergl. „Sparwirtschaft“, Wien 1932, Heft 4, S. 127: „Kornpotenz loser Haufwerke“, Punkt B, 6. Ferner „Beton und Eisen“, 1932, Heft 13: „Die baupraktisch wichtigsten Grundlagen der Betontechnologie“, Punkt II.

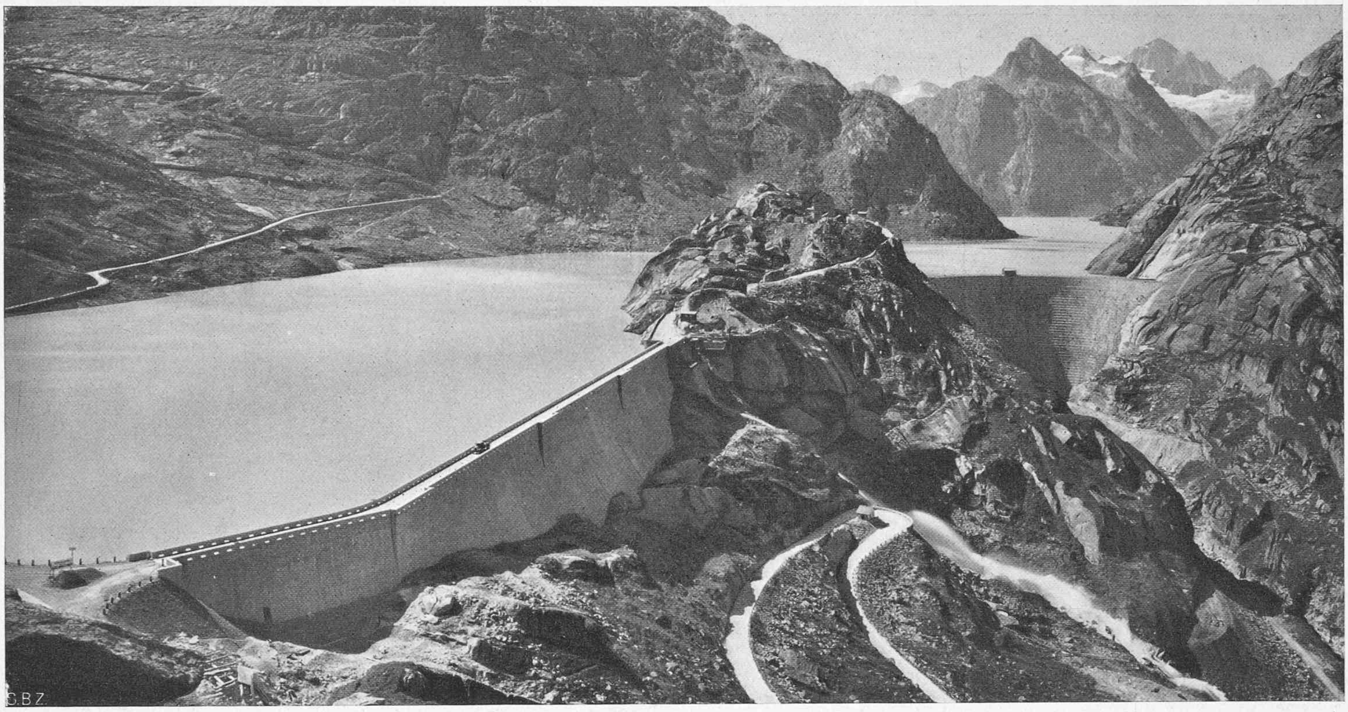

Abb. 2. Gesamtbild aus Nordost über Seeufereggmauer, Nollen, Spitallamm-Mauer und Grimsel-Stausee. Rechts im Hintergrund das Finsteraarhorn.

standsfläche dritter Ordnung mit Korngrössen von $x = R''$ bis $x = \log D$:

$$R''' = \frac{\sum_{x=R''}^{x=\log D} (m_x\, g_x)}{100 - G' - G''}$$

Die „granulometrische Gleichung dritter Ordnung" der mittleren Kornverteilung umfasst dann die Zusammensetzung aus drei Rechteck-Lamellen:

$$100\, R' = G'\, L' + G''\, L'' + (100 - G' - G'')\, R'''$$

Wiewohl praktisch kaum nötig, lassen sich auf gleiche Weise auch noch höhere Ordnungen bilden.

Man erkennt auch aus dieser Erfassung der Kornverteilung, dass sie umso genauer erfolgen kann, je genauere Werte für die einzelnen Glieder der Gleichung der mittleren Kornverteilung im Versuchswege ermittelt werden können. Es ist daher auch ganz allgemein geradezu geboten, dass schon der Prüfungsvorgang des Haufwerkes die Trennung der Korngruppen tunlichst nahe den aufeinanderfolgenden Kornpotenzen $L'\, R'\, R''$ und $\log D$ bezw. bei noch weitergehender Kornabstufung auch nahe an $L''\, R'''$ usf. vornimmt. Hieraus ergibt sich eine wichtige Richtlinie für die Normung von Prüfsieben, da diese nichts weiter als eine richtige Auswahl des jeweils zu verwendenden Siebsatzes ermöglichen sollte.[3]) Denn nur diese richtige Auswahl kann die grundsätzliche Annahme eines stetigen Körnungsverlaufes zwischen den Nachbarsieben rechtfertigen und eine „mittlere Schaulinie der wirklichen Kornverteilung" liefern. Unsere derzeit üblichen Sieblinien sind aber von letzgenannter oft recht weit entfernt und können unbewusst zu irriger Beurteilung der Kornverteilungen führen.

Zu jeder Gleichung der mittleren Kornverteilung kann für irgend eine andere durch sie gekennzeichnete Kornverteilung jeweils jener physikalisch wichtige Wert im Versuchswege bestimmt werden, der dann auch für alle (dieser Gleichung entsprechenden) Kornverteilungen des untersuchten Haufwerkes Geltung hat. („Gleichwertige" Kornverteilungen mit dem selben Potenzenstrahl $f\,C\,R''$.) Beispielsweise kommen für gewisse Zwecke als solche physikalische Werte der höchsterreichbare Dichtigkeitsgrad des Gemenges oder aber der Wasseranspruch für einen bestimmten Flüssigkeitsgrad des Feuchtgemenges u. dergl. m. in Betracht.

So ergeben sich auch physikalische Grenzwerte, sobald nur die Glieder auf der rechten Seite der Gleichung der Kornverteilung selbst bestimmte Grenzwerte erreichen. (Also für „Grenzgemenge" mit gewissen Grenzlagen des Potenzenstrahles $f\,C\,R''$.)[4]) In solchen Fällen genügt es, die physikalischen Festwerte für die Grenzgemenge gleicher Rückstandsfläche ($100\, R'$) im Versuchswege zu bestimmen, weil sich dann die entsprechenden Werte irgend einer gegebenen Kornverteilung (für die die rechte Seite der granulometrischen Gleichung verschiedene Glieder enthalten kann) nach einem geeigneten Interpolationsgesetz berechnen lassen.[5]) („Vergleichbare" Kornverteilungen mit verschiedenen Potenzenstrahlen!)

Weitergehend als durch Vermeidung aller Zeichnungsarbeiten ist die Erfassung der Kornverteilung mittels Kornpotenzen noch zu vereinfachen, falls auch die Berechnung aller Kornpotenzen durch blosse Ablesungen auf der Kornpotenzwaage[6]) ersetzt wird. Die granulometrische Gleichung kann dann für jedes Haufwerk nach seinen Siebergebnissen ohne weiteres angeschrieben werden.

---

[3]) Die von der International Standardization Association (JSA-Comité 24) in wiederholten Konferenzen angestrebte Vereinheitlichung der zu erzeugenden Prüfsiebgrössen kann den Erfolg der allgemein leichteren und billigeren Beschaffung der jeweils angezeigten Siebe haben. Dagegen verliert eine genormte Reihung der Siebgrössen an sich infolge der Theorie der Kornpotenzen ihre bisherige grundlegende Bedeutung.

[4]) Bezeichnet $\sphericalangle\, \alpha$ die Abweichung des Potenzenstrahles von der Senkrechten, so sind seine Grenzlagen gegeben durch die jeweilige Richtungskonstante tg α. Für das Einkorngemenge: tg $\alpha_1 = \infty$; für das Zweikorngemenge (Spindel'sche Extrem) tg $\alpha_2 = \log D$; für nach Parabeln vom Grade $\frac{1}{n}$ abgestufte Gemenge tg $\alpha_3 = \frac{e}{e-1}\,\frac{\log e}{n} = \frac{0{,}687}{n}$. Die Ordinaten der Potenzpunkte C sind: Für das Einkorngemenge $g_1' = 0$; für das Zweikorngemenge $g_2' = 100\,\frac{R_D - R'}{R_D}$; für alle parabolischen Gemenge $g_3' = \frac{100}{e} = 36{,}8\,\%$. (Siehe die Ableitungen in: „Zu jeder ungleichförmigen Kornverteilung gehören drei physikalisch kennzeichnende Grenzgemenge". Tonindustrie-Zeitung 1932, Heft 66. Ferner Zeitschrift der Oesterr. Ing. u. Arch. Ver. (noch im Druck): „Kornoberflächen und Kornpotenzen".)

[5]) Siehe „Zeitschrift des Oesterreichischen Ing.- und Arch.-Vereins" Heft 17/18, Jahrgang 1932, S. 88 und „Sparwirtschaft, Zeitschrift für wirtschaftlichen Betrieb", Heft 4, Jahrgang 1932: S. 130, Schluss des Punktes F und S. 132, Schluss des Punktes H, I.

[6]) „Sparwirtschaft", ebenda, S. 129, Punkt E, 1 und „Zeitschrift des Oesterreichischen Ing.- und Arch.-Vereins" Heft 47/48, Jahrgang 1931, S. 348 u. f.: ferner ausführlicher „Die Kornpotenzwaage und ihre Anwendung", im Selbstverlag der Sterngesellschaft, Wien, Porrhaus.