

Vereinfachte Berechnung des Eisenbetonbalkens

Autor(en): **Emperger, Fritz**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **103/104 (1934)**

Heft 6

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-83253>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Vereinfachte Berechnung des Eisenbetonbalkens.

Von Dr. FRITZ EMPERGER, Wien.

[Wenn wir uns auch nicht verhehlen, dass die nachfolgenden Ausführungen angesichts des baldigen Inkrafttretens der neuen schweizerischen Vorschriften für uns keine grosse praktische Bedeutung haben, so bieten sie doch eine allgemein interessante Anregung, die in der Hand des erfahrenen und gewissenhaften Ingenieurs ein wertvolles Hilfsmittel werden kann. Red.]

Bei der Berechnung des Balkens aus Eisenbeton besteht ein logischer Widerspruch gegenüber fundamentalen Begriffen des Bauwesens. Man berücksichtigt bei seiner Berechnung zweierlei Sicherheiten, obwohl sich immer nur ein Baustoff in der Bruchlast Geltung verschafft und jedes Tragwerk nur eine Art von Sicherheit aufweisen kann. Die Wirtschaftlichkeit des Eisenbeton wird in Frage gestellt, wenn die Benützung niedriger zulässiger Inanspruchnahmen des Beton die Ausnützung des Stahles ohne Grund dort einschränkt, wo die Erreichung der Betondruckfestigkeit nicht in Frage kommt. Diese Verhältnisse sind bei der Verwendung von gewöhnlichem Stahl und den üblichen niedrigen Bewehrungsanteilen ohne Belang, sie machen aber die Verwendung von hochwertigem Stahl wirtschaftlich unmöglich.

Im Eisenbetonkalken gibt es ein Bewehrungsverhältnis $\mu_{\max} = \frac{F_e}{bh}$ bei dem sowohl die Streckgrenze des Stahles wie die Biegedruckfestigkeit des Beton voll ausgenützt werden.

$$\text{Aus } \frac{\sigma_e}{n \sigma_b} = \frac{h-x}{x} \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_b b x}{2} = \sigma_e \mu b h$$

erhält man

$$\frac{x}{h} = \mu n \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \mu}} \right) \dots \dots \dots (1)$$

Die Grenze der Bewehrung beträgt

$$\mu_{\max} = \frac{n \sigma_b^2}{2 \sigma_e (\sigma_e + n \sigma_b)} \dots \dots \dots (2)$$

Die Tragfähigkeit ist für alle Bewehrungsverhältnisse bis zu diesem μ_{\max} ausschliesslich von der Streckgrenze des verwendeten Stahles abhängig. Zu ihrer Sicherstellung bedarf es nur einer verlässlichen Mindestfestigkeit des Beton. Die Randspannung des Beton auf Biegedruck ist wesentlich höher, oft sogar das Doppelte von der Würfel- festigkeit des Betons ($w\beta_d$). Diese Erhöhung wurde durch umfangreiche Versuche des österr. Eisenbetonausschusses bei Balken mit 4,04% Bewehrung zu 33% als unterer Durchschnitt ermittelt. Aus anderen Versuchen geht hervor, dass dieser Durchschnitt im allgemeinen wesentlich höher liegt.¹⁾ Die mittlere Höhe der Würfel- festigkeit des Beton nach 28 Tagen $w\beta_d$ kann deshalb als verlässlicher Mindestwert der Betonfestigkeit auf Biegung angesehen werden. Wir sind daher im Stande, aus Gleichung (2) jene Grenz- bewehrung zu ermitteln, bis zu der ein Einfluss der Druck- festigkeit nicht besteht, ihr Nachweis unterbleiben kann und der Balken in unserer Rechnung ausschliesslich von den Eigenschaften des Stahles abhängig bleibt.

Wir schlagen nun vor, die Berechnung des Eisenbeton- balkens wie folgt zu vereinfachen: Der Nachweis der zuläs- sigen Betonspannungen wird ersetzt durch die blosse Angabe der Betonqualität ($w\beta_d$). Dies erfordert bei konstantem n die Angabe einiger weniger Ziffern μ_{\max} als jene Grenzen der Bewehrung, die bei Benützung der betreffenden Beton- qualitäten nicht überschritten werden sollen. Die Qualität des Beton für ein gegebenes μ_{\max} berechnet sich aus der Gleichung

$$w\beta_d = \mu_{\max} \sigma_e \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n \mu_{\max}}} \right) \dots \dots \dots (3)$$

¹⁾ Bei deutschen Versuchen wurde bis 70% nachgewiesen.

Diese Gleichung (3) zeigt die Abhängigkeit der Beton- qualität von der Stahlspannung σ_e .

Die statische Arbeit besteht nun darin, dass man für jeden Balken das Moment M der äusseren Kräfte bestimmt und das Widerstandsmoment W_0 ermittelt:

$$W_0 = \frac{M}{b h^2 \sigma_e}$$

Da $M = \sigma_e b h \left(h - \frac{x}{3} \right)$, erhält man

$$W_0 = \mu \left(1 - \frac{x}{3h} \right) \dots \dots \dots (4)$$

Dieses Widerstandsmoment ist eine Funktion von μ . Die Grösse μ kann aus einer einfachen Tabelle abgelesen werden und damit ist der Eisenquerschnitt bestimmt. Ergibt sich $\mu > \mu_{\max}$, so muss ausnahmsweise eine höhere Betonqualität oder Druckarmierung verwendet werden. Für Plattenbalken mit einer Druckplattenhöhe kleiner als x finden sich Näherungsrechnungen im Betonkalender 1934.

Ich kann nicht übersehen, dass sowohl die letzten amerikanischen Vorschriften für Eisenbeton (1925) wie die englischen (1934) sich den Luxus eines variablen n (modular ratio m) leisten. Es war dies bei der Abfassung der alten französischen Vorschriften 1906 verständlich, weil man die Tragweite der Grösse n noch nicht kannte und sich einen gewissen Spielraum offen lassen wollte. Heute ist man aber fast überall zu einer konstanten Grösse n übergegangen. Ein variables n bedeutet eine Unsumme von Mehrarbeit bei der Berechnung, sodass man es nicht recht verstehen kann, wie sich die Praxis für eine solche Variation erwärmen kann. Die in den englischen Vorschriften angegebenen Werte von 11, 12, 14, 16 und 18 weichen ebenso wie die amerikanischen Werte von 10, 15 und 20 sehr wenig von einander ab. Soweit die Tragfähigkeit des Balkens vom Stahl abhängt, hat dieser Unterschied in der Grösse n so gut wie keinen Einfluss. Einen nennenswerten Einfluss hat sie nur, soweit die Tragfähigkeit vom Beton abhängt. Wenn daher in der neuen englischen Vorschrift die Formel

$$m = \frac{40000}{\text{cube strength}}$$

erscheint, so baut sich dieser Vorschlag auf die Ansicht auf, dass eine härtere Betonqualität ein grösseres E_b und daher ein kleineres n besitzen soll. Dieses Verhältnis steht jedoch mit der für die Tragfähig- keit allein in Betracht kommenden Bruchfestigkeit in keinem ursächlichen Zusammenhang. Der härtere und festere Beton zeigt oft gegenteilige Ergebnisse. Es liegen über diese Frage keine einwandfreien Versuche vor und es besteht wenig Aussicht, sie zu klären. Wir wissen nur, dass sich eine rechnermässig abnehmende Biegedruckfestigkeit ergibt, wenn wir bei einem Balken von einer bestimmten Würfel- festigkeit die Berechnung mit steigendem n vornehmen. Wir sind demnach dann gezwungen, auch eine verschiedene zulässige Biegespannung anzunehmen und so die Biege- spannung aus der Würfel- festigkeit mit verschiedenen Sicher- heiten abzuleiten. Diese Annahme bedroht nicht nur die Vergleichsbasis, sondern es werden Unterschiede aufrecht erhalten, die kleiner sind als die unvermeidlichen Schwank- ungen der Würfel- festigkeit selbst.

Wir sehen also, dass diese rechnerischen Feinheiten im Zusammenhang mit einem veränderlichen n weder bei Stahl noch bei Beton eine solche Bedeutung be- sitzen, dass ihre Aufrechterhaltung notwendig wäre. Man verstösst damit nur gegen eine wichtige Forderung, die jeder Vorschrift zu Grunde gelegt werden muss: die der Einfachheit.

Um die Bedeutung und wirtschaftliche Tragweite der vorgeschlagenen Vereinfachungen darzulegen, wollen wir jene Betongütern bestimmen, die für die im Hochbau in Betracht kommenden Bewehrungsverhältnisse μ_{\max} erforder- lich sind, wobei wir uns eines einheitlichen $n = 15$ schon deshalb bedienen wollen, weil dies auch eine Art Mittel- wert der in den alten französischen und in den engli- schen und amerikanischen Vorschriften angegebenen

Zahlen von n darstellt. Es sei übrigens bemerkt, dass heute die Zahl $n = 15$ in Belgien, Holland, Deutschland, Dänemark, Schweden und dem ganzen Norden von Russland, in Polen, der Tschechoslowakei, Ungarn und dem ganzen Osten, also im grösseren Teil der Kulturnationen eingeführt ist.

Beim gewöhnlichen Hochbau kommen Bewehrungsanteile mit gewöhnlichem Stahl bis zu 0,8% regelmässig vor und sie überschreiten nur ausnahmsweise 1,2%. Es entspricht dies bei hochwertigem Stahl einer im Verhältnis der Streckgrenzen verminderten Ziffer. Wenn wir nach der bisherigen Regel rechnen, ergibt sich für den St. 37 mit $\sigma_e = 2400 \text{ kg/cm}^2$ Streckgrenze, $\sigma_{ezul} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ und $\mu = 1,2\%$

$$\begin{aligned} \sigma_{bzul} &= \frac{n\beta d}{3} = \frac{\mu \sigma_e}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{15\mu}} \right) \\ &= \frac{1,2}{100} \cdot 2400 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{200}{18}} \right) \\ &= 64,5 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

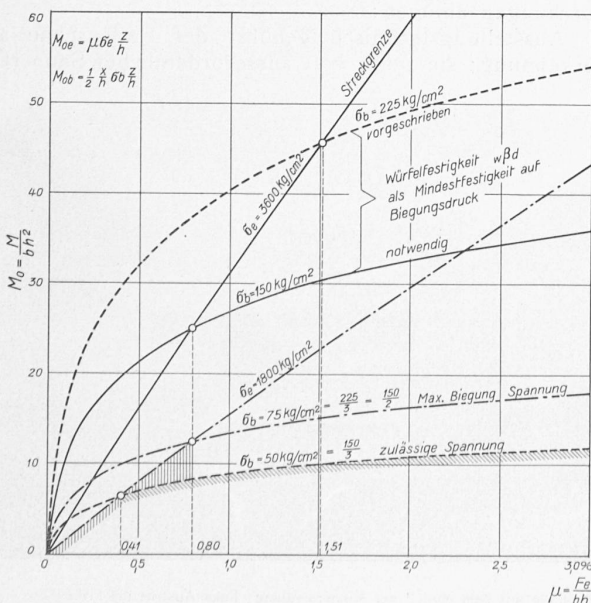
Wir sehen, dass eine Betonqualität von $w\beta d = 180 \text{ kg/cm}^2$ allen Ansprüchen genügen wird, und dies umso mehr, als die normale Armierung 0,8% nicht überschreitet. Der Nachweis, dass auch ein viel weicherer Beton allen Bedürfnissen entspricht, hat für uns kein Interesse, weil wir einen solchen Beton gewöhnlich nicht verwenden.

Anders liegen die Verhältnisse bei Verwendung von hochwertigem Stahl mit 3600 kg/cm^2 Streckgrenze und $\sigma_{ezul} = 1800 \text{ kg/cm}^2$, bei dem entsprechend seiner höheren Festigkeit nur eine Bewehrungsmenge von 0,8% in Betracht kommt. Es ergibt sich nach der bisherigen Regel:

$$\begin{aligned} \sigma_{bzul} &= \frac{n\beta d}{3} = \frac{0,8}{100} \cdot 1800 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{200}{12}} \right) \\ &= 75,0 \text{ kg/cm}^2. \end{aligned}$$

Wir sehen, dass mit dieser Forderung jene Grenze überschritten ist, die sich in unseren Vorschriften für zulässige Betondruckspannung ergibt. Dies erklärt die in den deutschen Vorschriften enthaltene Forderung nach Verwendung eines hochwertigen Betons. Im Sinne des hier dargelegten Widerspruches wollen wir nun aber jene Betonqualität bestimmen, welche die Wirkung des hochwertigen Stahles sicher stellt und daher allen Anforderungen der Sicherheit genügt. Sie beträgt

$$w\beta d = \frac{0,8 \cdot 3600}{100} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{200}{12}} \right) = 150 \text{ kg/cm}^2$$



Bei Ausnützung der zulässigen Inanspruchnahme von 1800 kg/cm^2 wird der Beton in diesem äussersten Falle eine rechnermässige Druckspannung von 75 kg/cm^2 aufweisen. Der Beton wird unter einem Druck von der Höhe der halben Mindestfestigkeit keinerlei abträgliche Erscheinungen zeigen, ist also zur Aufnahme dieser Druckspannung voll geeignet, und es besteht kein Grund, die zulässige Last weiter einzuschränken. Die beigelegte Abbildung soll die Uebersicht erleichtern. Dieser weichere Beton ist im Bauwesen bisher leider vielfach vernachlässigt worden und die damit verbundene vermehrte Wirtschaftlichkeit unserer Eisenbetonbauwerke ist deshalb nicht genügend ausgenützt worden, wozu sich jetzt in Verbindung mit hochwertigem Stahl die Gelegenheit ergibt. Dieser weichere Beton ist für konstruktive Aufgaben weit besser geeignet als der spröde von höherer Festigkeit, den man kurzweg als den „besseren“ Beton bezeichnet. Die Benützung niederer Betonfestigkeiten soll die Güte des Beton nicht beeinflussen. Es soll sich die Erkenntnis Bahn brechen, dass für die Güte des Beton die Angabe der Würfel Festigkeit nicht allein massgebend ist, sondern dass sie nur einen Masstab für die Festigkeit darstellt. Für die Güte des Beton kommt in erster Linie die Gleichmässigkeit des Festigkeitsergebnisses als kennzeichnend in Betracht. Die Gleichmässigkeit ist ein Ausdruck der Güte seiner inneren Struktur. Sie wird weiterhin gekennzeichnet durch das Verhältnis des Zementmörtels zu den im Schotter vorhandenen Hohlräumen und durch die in den Mörtel beigegebene Zementmenge, an deren Herabsetzung man leider ein ganz unberechtigtes Interesse gezeigt hat. Wenn man mit wenig, aber hochwertigem Zement sein Auskommen finden will, so kann dies nicht gebilligt werden.

Das wichtigste Argument, das für die Verwendung von Beton hoher Druckfestigkeit angeführt wird, besteht in der Behauptung seiner grösseren Rissicherheit, obwohl die Zugfestigkeit mit der Erhöhung der Druckfestigkeit nicht Schritt hält. Die in den deutschen Vorschriften enthaltene Bestimmung, die bei Verwendung von hochwertigem Stahl einen Beton von $w\beta d = 225 \text{ kg/cm}^2$ vorschreibt und nur 65 kg/cm^2 zulässt, bedeutet eine Vereinigung aller wirtschaftlichen Nachteile ohne eine wesentliche Verbesserung in der Rissfrage. Ich habe meinen Standpunkt in dieser Hinsicht im Herbst 1933 in einem Vortrag vor dem S.V.M.T. und der S.I.A.-Fachgruppe dargelegt.²⁾ Nachdem ich inzwischen Gelegenheit genommen habe, weitere Versuche auszuführen, werde ich diese Frage in einem besonderen Forscherheft behandeln. Ich möchte darüber jetzt schon sagen, dass dieser weichere Beton plastische Eigenschaften in hohem Masse besitzt, die ihn zur Sicherung des Stahles im Rissquerschnitt besonders geeignet machen. Durch die Haftfestigkeit des Beton am Stahl wird eine Blosslegung desselben verhindert und so der Bestand des Bauwerkes auch dann sicher gestellt, wenn sich, wie unvermeidlich, einzelne Risse einstellen. Der weichere Beton ist auch im Stande, die in jedem Gebäude auftretende Formänderung besser aufzunehmen.

In erinnere daran, dass es ein Jahrzehnt gedauert hat, bevor sich die Fachwelt mit dem Gedanken abgefunden hat, dass sich die Fortentwicklung des Eisenbeton mit der Forderung nach zulässigen Zugspannungen im Beton nicht vereinbaren lässt. Ich will also hoffen, dass sich die Forderung nach Beseitigung der zulässigen Druckspannungen des Beton, soweit sie unberechtigt sind, in einer kürzeren Frist einstellen wird. Es scheint mir damit Hand in Hand eine Vereinheitlichung der Berechnung des Eisenbetonbalkens in allen Kulturstaaen erreichbar. Es verliert auf dieser Grundlage das heute bestehende Haupthindernis einer solchen Einheitlichkeit, die Grösse n , jede Bedeutung, sodass die Einigung auf eine gemeinsame Zahl sich leichter wird durchführen lassen.

²⁾ Siehe auch „Beton und Eisen“ 1933, Heft 22 und Folge; „The Structural Engineer“, Mai 1934, Nr. 3, sowie „S.B.Z.“ Bd. 103, S. 21 (13. Jan. 1934).