

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 107/108 (1936)
Heft: 18

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die Berücksichtigung der Gurtsteifigkeit bei der Berechnung der «mittragenden Breite». — Zum Vollausbau der Kerenzerbergstrasse. — Neue Bauten in Holland. — Tagung des Schweizerischen Werkbundes in Bern. — Mitteilungen: Ratterschwingungen. Höchstdruck-Dampfspeicher. Die II. Internationale Alpenwertungsfahrt. Polytechnische

Vereinigung für wirtschaftliche Studien. Ein neues Amthaus der Stadt Zürich. Hochwertige Schweissverbindungen. Das neue Feuerwehrgelände in Bern. — Wettbewerbe: Verlegung der Lorrainehaldenlinie mit Aare-übergang der SBB in Bern. — Nekrologe: Karl Becker. Hyppolit Saurer. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- u. Vortrags-Kalender.

Band 108

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 18

Ueber die Berücksichtigung der Gurtsteifigkeit bei der Berechnung der „mittragenden Breite“

Von Dr. Ing. ERICH REISSNER, Berlin.

Um die Berechnung elastischer Platten, die durch Balken unterstützt sind, durchzuführen, hat man zu berücksichtigen, dass ein Teil der Platte gleichzeitig als Verstärkung des tragenden Balkens wirkt, der so einen zusätzlichen Gurt erhält. Die Breite dieses zusätzlichen Gurtes, die sogenannte «mittragende Breite» ist bisher in der Weise berechnet worden, dass man in plausibler Weise die Plattenbelastung längs des Balkens verteilte und dann zu dieser Belastungsverteilung unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit der Platte mit Hilfe der Theorie des ebenen Spannungszustandes eine mittragende Breite berechnete¹⁾. Da jedoch der Biegezustand in der Platte den ebenen Spannungszustand beeinflusst, so ist dieses Verfahren nicht ganz folgerichtig, wie schon bei Aufstellung dieser Theorie bemerkt wurde²⁾.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie die Aufgabe ohne Vernachlässigung gelöst werden kann, und an einem Beispiel ihr zahlenmässiger Einfluss festgestellt werden³⁾.

Es werde eine elastische Platte von der Dicke δ und der Steifigkeit $N = E \delta^3 / 12 \left(1 - \frac{1}{m^2} \right)$ betrachtet, die durch einen Balken von der Querschnittsfläche F_0 und einem Trägheitsmoment J_0 unterstützt wird. Der Einfachheit halber werde von vornherein angenommen, die Platte sei so belastet, dass der Spannungszustand zu beiden Seiten des Balkens der gleiche ist.

Wir haben erstens einen Biegezustand in der Platte, bei dem die Durchbiegung w wie bekannt der Differentialgleichung $N \Delta \Delta w = p(x, y)$ (1) genügt. Ausserdem ist die Platte aber auch Sitz eines ebenen Spannungszustandes, da infolge der Kopplung von Platte und Balken mit der Durchbiegung des Balkens eine Zerrung der Plattenmittelfläche in seiner Nähe verbunden ist. Die Steifigkeit der Stützung hängt davon ab, wie weit ins Innere hinein sich diese Zerrung fortpflanzt.

Die Spannungen des ebenen Spannungszustandes lassen sich, wie ebenfalls bekannt, folgendermassen als partielle Ableitungen einer Spannungsfunktion Φ schreiben:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau = - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad \dots \quad (2)$$

Dabei genügt Φ der Differentialgleichung

$$\Delta \Delta \Phi = 0 \quad \dots \quad (3)$$

wie mit Hilfe der Spannungs-Formänderungsbeziehungen

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \frac{1}{m} \sigma_y \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{E} \left(\sigma_y - \frac{1}{m} \sigma_x \right) \\ \gamma &= \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{G} \tau \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (4)$$

abgeleitet wird.

Die Durchbiegung des unterstützenden Balkens von vorläufig unbekannter Gesamtsteifigkeit J werde mit z bezeichnet.

Dann muss längs der Verbindungslinie Platte-Balken (von Chwalla a. a. O. als Kontaktlinie bezeichnet) das folgende System von Bedingungen erfüllt sein.

Wegen der vorausgesetzten Symmetrie hat man

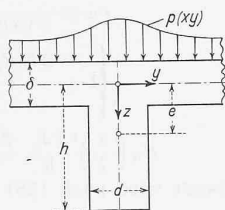
$$y = 0 : \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \dots \quad (5)$$

$$\text{und} \quad y = 0 : \quad v = 0 \quad \dots \quad (6)$$

¹⁾ Siehe z. B. E. Reissner, «Z. f. ang. Math. u. Mech.», 15 (1935), p. 359, wo man auch vorhergehende Arbeiten über diesen Gegenstand von Th. v. Karman, G. Schnadel, W. Metzger, H. Reissner und E. Reissner angegeben findet. Ferner E. Chwalla, «Stahlbau», 9 (1935), p. 73, der eine noch vollständige Literaturzusammenstellung gibt.

²⁾ Th. v. Karman, A. Föppl-Festschrift, 1924, p. 116, sowie E. Chwalla, a. a. O.

³⁾ In einer früheren Mitteilung des Verfassers im «Kong. Norske Vidensk. Selsk. Fork.», 8 (1935), p. 13 ist ein weniger einfacher Ansatz zur Lösung dieser Frage gegeben, der allerdings dafür den im allgemeinen vernachlässigbaren Einfluss der Schubspannungen im Steg berücksichtigt.



Die dritte Bedingung sagt aus, dass längs des Anschlusses die Plattendurchbiegung mit der Biegunslinie des Balkens übereinstimmen muss, sodass man weiter für

$$y = 0 : \quad w = z \quad \dots \quad (7)$$

hat. Viertens ist offenbar die Dehnung der Oberkante des Balkens gleich der Zerrung der Plattenmittelfläche längs des Anschlusses. Also gilt mit einem vorläufig unbekannten Abstand e von Balkenschwerpunkt-Plattenmittelfläche

$$y = 0 : \quad e z'' = \varepsilon_x \quad \dots \quad (8)$$

Fünftens ist schliesslich noch die Differentialgleichung für die Biegunslinie des Balkens aufzustellen. Als Belastung wirkt der Sprung $2 p_y$ in der Plattenquerkraft sowie eine eventuell vorhandene Linienlast $P(x)$ kgcm⁻¹. Wegen der Symmetrie haben wir somit $y = 0 : \quad (E J z'')'' - 2 p_y = P(x)$. . . (9) Dabei bedeutet J das noch nicht bekannte längs des Balkens veränderliche Trägheitsmoment von Balken plus nichttragendem Gurt.

Nun führen wir als «mittragende Breite» λ diejenige Gurtbreite ein, für die sich an der Anschlussstelle Steg-Gurt bei der Annahme konstanter Längsspannungsverteilung nach der Breite hin dieselbe Längsspannung ergibt wie bei dem Träger mit nach der Seite hin abklingenden Gurtspannungen. Wenn die Breite der Platte mit $2b$ bezeichnet wird, ist also

$$\lambda = \frac{\int_0^b \sigma_x dx}{E e z''} = \frac{\int_0^b \sigma_x dx}{E (\varepsilon_x)_y=0} \quad \dots \quad (10)$$

zu setzen. Zwischen λ , e und J bestehen folgende Beziehungen: Erstens die Bedingung der Schwerpunktslage

$$2 \lambda e = \left(\frac{h}{2} - e \right) F_0 \quad \dots \quad (11)$$

zweitens die Formel für das gesamte Trägheitsmoment J bei Vernachlässigung des Gurträgheitsmomentes um seine eigene Schweraxe

$$J = J_0 + \left(\frac{h}{2} - e \right)^2 F_0 + 2 \lambda \delta e^2$$

die unter Beachtung von (11) weiter

$$J = J_0 + \frac{1}{4} h^2 F_0 - \frac{1}{2} e h F_0 \quad \dots \quad (12)$$

wird.

Mit Hilfe von (11) und (12) werden nun die Bedingungen (8) und (9) umgeformt. Aus (8) wird

$$y = 0 : \quad \frac{1}{2} h F_0 z'' = (2 \lambda \delta + F_0) \varepsilon_x$$

und weiter mit (10)

$$y = 0 : \quad \frac{1}{2} h F_0 z'' = \left(\frac{2 \delta}{E \varepsilon_x} \int_0^b \sigma_x dx + F_0 \right) \varepsilon_x$$

$$y = 0 : \quad E \frac{1}{2} h F_0 z'' = 2 \delta \int_0^b \sigma_x dx + E F_0 \varepsilon_x \quad \dots \quad (8^*)$$

Aus (9) ergibt sich unter Benutzung von (12)

$$y = 0 : \quad E \left(J_0 + \frac{1}{4} h^2 F_0 \right) z'' - \frac{1}{2} h F_0 e z'' - 2 p_y = P(x)$$

was mit (8) die Form

$$y = 0 : \quad E \left[\left(J_0 + \frac{1}{4} h^2 F_0 \right) z'' - \frac{1}{2} h F_0 \varepsilon_x \right] - 2 p_y = P(x) \quad (9^*)$$

annimmt.⁴⁾

Das System der Bedingungen (5), (6), (7), (8*) und (9*) reicht nun mit den noch hinzukommenden Bedingungen an den übrigen Plattenrändern, die von Fall zu Fall verschieden sein können, aber keine besonderen Schwierigkeiten bieten, vollkommen aus, das Problem zu einem bestimmten zu machen.

⁴⁾ Eliminiert man aus (9*) z'' mittels Gl. (8*), so ergibt sich

$$E \left[\frac{4 \delta \left(J_0 + \frac{1}{4} h^2 F_0 \right)}{h F_0} \int_0^b \sigma_x dx + \frac{2 J_0}{h} \varepsilon_x \right] - 2 p_y = - P(x)$$

Vernachlässigt man nun hier die Plattensteifigkeit N , m. a. W. setzt man $p_y \equiv 0$, so kann man die vorstehende Gleichung zweimal nach x integrieren und erhält in

$$\varepsilon_x + \frac{2 \delta \left(J_0 + \frac{1}{4} h^2 F_0 \right)}{J_0 F_0} \int_0^b \sigma_x dx = \frac{h}{2 J_0} M(x)$$

die Randbedingung der üblichen Theorie der tragenden Breite.