

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 109/110 (1937)
Heft: 25

Artikel: Vereinfachte Berechnung elastisch gestützter Tragwerke
Autor: Amstutz, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-49162>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

So geht nun seit den 60iger und 70iger Jahren und dann immer schmerzlicher fühlbar, dem Handwerker wie dem Techniker, mit der Gebundenheit an Ueberlieferung und Lebensraum, das unbewusst Künstlerische verloren und damit ihren Werken die Schönheit; werden Häuser und Brücken zu Fremdkörpern in der Landschaft, zerschneiden Dämme und Bahnen hart und gefühllos das Land, veröden die baumbestandenen, umbuschten Ufer unserer Flüsse zu nackten, steinernen Gerinnen. Nicht mehr draussen in der Natur sucht der Techniker die Linien seiner Bahnen, Strassen und Kanäle, sondern daheim auf dem Reissbrett; und wenn er den Entwurf überträgt in die Landschaft, so ist das erste, was er tut, dies: die Landschaft dem Reissbrett gleich zu machen, Baum und Busch und Feldrain zu beseitigen, jede Gliederung des Bodens zu nivellieren und an die Stelle der in jahrhundertelanger Entwicklung gewachsenen lebendigen Form die tote mathematische Linie und Fläche zu setzen. Er sieht im Raum nur den Feind, der angeblich — immer nur angeblich — den Bestand seines Werkes bedroht; er weiss nicht, dass Baum und Busch notwendige Glieder jeder gesunden Landschaft sind, dass ihre Ausrottung nicht nur Verlust der Landschaft an Schönheit bedeutet, sondern auch Verlust an Gesundheit und Fruchtbarkeit», usw.

Wenn die politischen Ansichten und Staatseinrichtungen unserer Nachbarländer mit den unsrigen gewiss in vielen Punkten nicht übereinstimmen, so hindert uns das doch wohl nicht, mit Aufmerksamkeit die Lebensgestaltung dieser Völker zu beobachten. Wenn wir ein Volk mit Wille und Tat am Werk sehen, sein Land zu einer eines Kulturvolkes würdigen Heimat um- und auszubauen, so dürfen wir doch mit Blicken des Verständnisses und der Hochachtung von unseren Bergen hinüberschauen und uns daraus eine Lehre ziehen.

Möchten diese Zeilen an massgebender Stelle bei Behörden und Fachleuten nicht missverstanden, sondern für jeden einzelnen Fall beachtet und beherzigt werden. Für die Dauer von Jahrzehnten und Jahrhunderten werden die Werke des Ingenieurs und des Architekten gebaut, sie sind *mehr als nur Werke zur Erfüllung ihres Zweckes*, sie sind ein Stück vom Antlitz unserer Heimat.
R. Rittmeyer.

Vereinfachte Berechnung elastisch gestützter Tragwerke

Von Dipl. Ing. E. AMSTUTZ, Zürich

Der Statiker sieht sich oft vor die Aufgabe gestellt, äusserlich statisch unbestimmte Systeme zu berechnen, die unter der Annahme unnachgiebiger Stützung mit einfachen und geläufigen Mitteln zu behandeln sind, bei Berücksichtigung der tatsächlich vorhandenen elastischen Nachgiebigkeit aber in der Berechnung so umständlich werden, dass man sich in der Praxis mit der idealisierten Annahme unnachgiebiger Stützung begnügt. In solchen Fällen ist eine Methode wertvoll, die die vereinfachte Rechnung beibehält und die Ergebnisse in Form einer Korrektur verbessert, somit auch schon vorliegende Berechnungen verwenden kann.

Bei Systemen mit elastischer Stützung kann man sich das Gleichgewicht immer in zwei Stufen hergestellt denken: Man stelle sich zunächst das elastisch nachgiebige Lager durch ein zweites unnachgiebiges Lager unterstützt vor. Die ganze Auflagerreaktion überträgt sich auf dieses unnachgiebige Lager (da ja das nachgiebige Auflager im nicht deformierten Zustand nicht zum Tragen kommt) und ist wie für das System mit unnachgiebiger Lagerung zu finden. Nun denkt man sich das un-

nachgiebige Lager entfernt. Es entstehen im System Zusatzbeanspruchungen, die gerade so gross sind, wie wenn man die Reaktionen des entfernten festen Lagers in umgekehrter Richtung auf das elastisch gestützte System wirken lässt.

Auf diesem scheinbaren Umweg hat man zwei wesentliche Vorteile erreicht: 1. Belastungen am elastisch nachgiebigen System sind nur in bestimmten Punkten (den elastisch nachgiebigen Auflagern) anzubringen, wodurch die Berechnung vereinfacht wird. 2. Die Berechnung des elastisch nachgiebigen Systems hat nur für eine beschränkte Anzahl von Belastungsfällen (Einheitslast über jedem nachgiebigen Auflager) zu erfolgen, gleichgültig wie gross die Zahl der tatsächlichen Belastungsfälle ist. Dieser Vorteil wirkt sich besonders beim Zeichnen von Einflusslinien aus.

Ein einfaches *Beispiel* möge den Sachverhalt erläutern: In Abb. 1 ist ein kontinuierlicher Balken über zwei Feldern gegeben, dessen Endauflager unnachgiebig, und dessen mittleres Auflager elastisch senkbar sei, sodass also sein Auflagerdruck proportional seiner Einsenkung ist. Man bestimme die Einflusslinie für das Moment in S.

Man geht aus von der Einflusslinie für das Moment M' in S und dem Auflagerdruck C' des unnachgiebig gestützten Balkens. Bringt man diesen Auflagerdruck in entgegengesetzter Richtung am nachgiebigen System an, so wird ein Anteil C_b durch die Biegesteifigkeit des Balkens AB und ein Anteil C_a durch das Auf-

TABELLE I: Stützmomente des durchlaufenden Balkens auf gleichwertig elastisch senkbaren Stützen bei Belastung in den Stützpunkten. $k = \frac{6 E J c}{L^3}$

	Moment in	1	2	3
2 gleiche Felder	P = 1 in 1	0	$-\frac{kL}{2a}$	
a = 3k + 2	2	0	$\frac{kL}{a}$	
	3	0	$-\frac{kL}{2a}$	
3 gleiche Felder	P = 1 in 1	0	$-\frac{kL}{2a} - \frac{kL}{2b}$	
a = 2k + 5	2	0	$\frac{kL}{2a} + \frac{3kL}{2b}$	
b = 10k + 3	3	0	$\frac{kL}{2a} - \frac{3kL}{2b}$	
	4	0	$-\frac{kL}{2a} + \frac{kL}{2b}$	
4 gleiche Felder	P = 1 in 1	0	$-\frac{(3k+2)kL}{2a} - \frac{kL}{2b}$	$-\frac{(4k-1)kL}{2a}$
a = 5k ² + 34k + 7	2	0	$\frac{(2k+5)kL}{2a} + \frac{kL}{b}$	$\frac{(k-6)kL}{2a}$
b = 5k + 4	3	0	$\frac{(k-3)kL}{a}$	$\frac{(3k+5)kL}{a}$
	4	0	$\frac{(2k+5)kL}{2a} - \frac{kL}{b}$	$\frac{(k-6)kL}{2a}$
	5	0	$-\frac{(3k+2)kL}{2a} + \frac{kL}{2b}$	$-\frac{(4k-1)kL}{2a}$
5 gleiche Felder	P = 1 in 1	0	$-\frac{(2k+5)kL}{2a} - \frac{(10k+3)kL}{2b}$	$-\frac{(3k-1)kL}{2a} - \frac{(5k-1)kL}{2b}$
a = 3k ² + 44k + 19	2	0	$\frac{(k+11)kL}{2a} + \frac{(15k+7)kL}{2b}$	$-\frac{3kL}{a} + \frac{(2k-3)kL}{b}$
b = 35k ² + 68k + 11	3	0	$\frac{(k-6)kL}{2a} + \frac{(5k-6)kL}{2b}$	$\frac{(3k+5)kL}{2a} + \frac{13(k+1)kL}{2b}$
	4	0	$\frac{(k-6)kL}{2a} - \frac{(5k-6)kL}{2b}$	$\frac{(3k+5)kL}{2a} - \frac{13(k+1)kL}{2b}$
	5	0	$\frac{(k+11)kL}{2a} - \frac{(15k+7)kL}{2b}$	$-\frac{3kL}{a} - \frac{(2k-3)kL}{b}$
	6	0	$-\frac{(2k+5)kL}{2a} + \frac{(10k+3)kL}{2b}$	$-\frac{(3k-1)kL}{2a} + \frac{(5k-1)kL}{2b}$

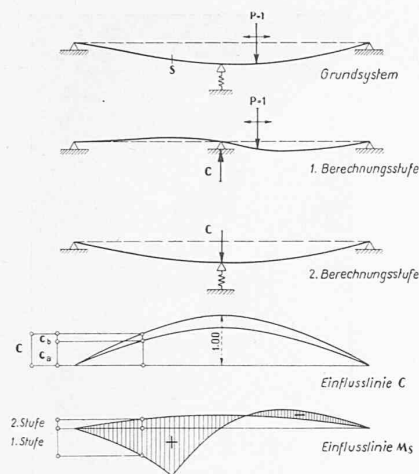


Abb. 1. Balken mit elastisch nachgiebigem Zwischenaufleger

Länge L und alle Stützen von gleicher Senkbarkeit:

$$c = \frac{y}{c},$$

wo y die Einsenkung des Auflagers unter dem Auflagerdruck C bedeutet. Mit der Abkürzung

$$k = \frac{6 E J \cdot c}{L^3}$$

lautet dann die Fünfmomentengleichung für Belastungen in den Stützpunkten:

$$k M_{n-2} + (1-4k) M_{n-1} + (4+6k) M_n + (1-4k) M_{n+1} + k M_{n+2} + k L (C_{n-1}^0 - 2 C_n^0 + C_{n+1}^0) = 0$$

C^0 sind die Auflagerdrücke der frei aufliegenden Balken.

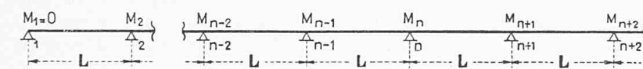


Abb. 2. Durchlaufender Balken auf elastisch senkbaren Stützen

Die Auswertung der Fünfmomentengleichungen ergibt die Resultate der Tabelle I, mit deren Hilfe die Berechnung sich nun folgendermassen gestaltet: Man bestimme (z. B. nach der Fixpunktmethod oder nach Tabellen) die Momente und Auflagerreaktionen des kontinuierlichen Balkens auf unnachgiebigen Stützen. Nun suche man mit diesen Auflagerdrücken als Belastung die zusätzlichen Stützmomente aus Tabelle I, nachdem man sie numerisch ausgewertet hat. — Liegen mehr als fünf Öffnungen vor, so verwende man als gute Näherung für die drei ersten Öffnungen die Formeln für den Balken über fünf Öffnungen und für die inneren Öffnungen die Werte für den Balken über unendlich vielen Feldern (vergl. Dr. W. Ritter: Anwendungen der graphischen Statik, 3. Bd., Seite 176).

Sind nur die inneren Auflager elastisch nachgiebig, die beiden Endauflager jedoch fest, so sind die Werte der Tabelle II anzuwenden. Diese Anordnung trifft man bei Fahrbahnplatten von Strassenbrücken, die auf zwei Hauptträgern und dazwischen auf Längsträgern gelagert sind, oder bei Decken auf Aussenmauern und Unterzügen.

TABELLE II: Stützmomente des durchlaufenden Balkens auf elastisch senkbaren Mittelsstützen und unnachgiebigen Endauflagern. $k = \frac{6 E J c}{L^3}$

	Moment in	1	2	3
2 gleiche Felder	$P=1$ in 1	0	0	
	2	0	$\frac{kL}{2a}$	
$a = k+1$	3	0	0	
3 gleiche Felder	$P=1$ in 1	0	0	
	2	0	$\frac{kL}{2a} + \frac{kL}{2b}$	
$a = k+5$	3	0	$\frac{kL}{2a} - \frac{kL}{2b}$	
$b = 3k+1$	4	0	0	
4 gleiche Felder	$P=1$ in 1	0	0	0
	2	0	$\frac{(2k+5)kL}{2a} + \frac{kL}{4b}$	$\frac{(k-3)kL}{a}$
$a = 2k^2+32k+7$	3	0	$\frac{(k-3)kL}{a}$	$\frac{(2k+5)kL}{a}$
$b = k+1$	4	0	$\frac{(2k+5)kL}{2a} - \frac{kL}{4b}$	$\frac{(k-3)kL}{a}$
	5	0	0	0
5 gleiche Felder	$P=1$ in 1	0	0	0
	2	0	$\frac{(k+11)kL}{2a} + \frac{(15k+7)kL}{2b}$	$\frac{(k-6)kL}{2a} + \frac{(5k-6)kL}{2b}$
$a = k^2+39k+19$	3	0	$\frac{(k-6)kL}{2a} + \frac{(5k-6)kL}{2b}$	$\frac{(2k+5)kL}{2a} + \frac{(10k+13)kL}{2b}$
$b = 25k^2+65k+11$	4	0	$\frac{(k-6)kL}{2a} - \frac{(5k-6)kL}{2b}$	$\frac{(2k+5)kL}{2a} - \frac{(10k+13)kL}{2b}$
	5	0	$\frac{(k+11)kL}{2a} - \frac{(15k+7)kL}{2b}$	$\frac{(k-6)kL}{2a} - \frac{(5k-6)kL}{2b}$
	6	0	0	0

Besonders einfach gestaltet sich die Berechnung für die Anordnung der Abb. 3 (Längsträger auf elastisch senkbarem Hauptträger einer Brücke). Man denke sich zunächst die Punkte a, b, c und d unterstützt, dann berechnet sich der Sekundärträger

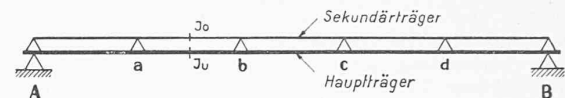


Abb. 3. Sekundärträger auf elastisch nachgiebigem Hauptträger

wie ein Balken auf festen Stützen. Die Zusatzbeanspruchungen aus der Durchbiegung des Hauptträgers erhält man, wenn man die so gefundenen Auflagerdrücke a, b, c und d auf das System Hauptträger plus Sekundärträger wirken lässt. Für Belastungen in den Verbindungspunkten sind nun — wie leicht einzusehen ist — die Biegelinien des Haupt- und Sekundärträgers identisch, die Beanspruchungen somit proportional den Trägheitsmomenten J_0 und J_u . Die kleine Mühe, die diese Berechnung verursacht, sollte gerade bei kleineren Brücken mit niederen Hauptträgern, wo der Einfluss der Hauptträgersenkung besonders gross werden kann, nicht gescheut werden.

Das dargelegte Prinzip lässt sich auch auf innerlich statisch unbestimmte Probleme anwenden. In Abb. 4 ist eine Brückenfahrbahn dargestellt, die seitlich durch einen Randträger abgeschlossen ist, der konzentrierte Radlasten über eine gewisse Länge der Fahrbahnplatte verteilen soll. Man fasst den Randträger als kontinuierlich und elastisch auf der Konsolplatte gebetteten Balken auf. Es fragt sich jedoch, mit welcher Last P er zu belasten ist, da ja der Raddruck R nicht unmittelbar auf ihn wirkt. Wir finden P analog zu obigen Beispielen mit dem negativen Wert des Auflagerdruckes C des Balkens auf den festen Stützen C, A, B; womit anhand der Theorie des elastisch gebetteten Balkens der Randträger sowie die Platte ausserhalb des durch R belasteten Plattenstreifens berechnet werden kann. Der im Bereiche von R liegende Streifen hat ausserdem noch die Beanspruchung des kontinuierlichen Balkens C A B aufzunehmen.

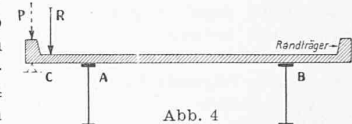


Abb. 4