

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 113/114 (1939)  
**Heft:** 14

**Artikel:** Abgekürzte Berechnung von Festpunktabständen und Uebergangszahlen an Rahmentragwerken  
**Autor:** Vogt, Hans  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-50583>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Abgekürzte Berechnung von Festpunktabständen und Uebergangszahlen an Rahmentragwerken. — Das Landhaus S.-v. H. in Küsnacht am Zürichsee. — Die Verwendung von Bambus im Betonbau. — Schraubenpumpe mit veränderlicher Fördermenge bei konstanter Drehzahl. — Mitteilungen: Die Höchstdruckanlage des Brimsdown-Kraftwerkes.

Wasserbauzement bei amerikanischen Riesenstaumauern. Der Stoss-generator für 2000 kV. Hölzerne Bogenbrücke von 85 m Spannweite in Jugoslawien. Die Wohnbautätigkeit in den Städten im I. Halbjahr 1939. Die grösste Bohrtiefe der Welt. — Nekrologe: Friedr. Brenneisen. Fritz Weinmann. — Literatur.

Band 114

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 14

### Abgekürzte Berechnung von Festpunktabständen und Uebergangszahlen an Rahmentragwerken

Von Dipl. Ing. HANS VOGT, G. E. P., Rio de Janeiro

**Einleitung.** Der im Folgenden dargelegte vereinfachte Rechnungsvorgang soll es ermöglichen, die im Titel genannten Rahmenfestwerte mit Hilfe von je einer übersichtlichen und leicht zu behaltenden Formel zu ermitteln. Die Abweichung der so berechneten Näherungswerte von den genauen Werten ist, wie noch gezeigt werden wird, sehr gering, und bewegt sich meistens innerhalb der Zeichnungsgenauigkeit.

Der Hauptvorteil des Verfahrens liegt aber vor allem darin, dass es möglich ist, *irgend einen Knotenpunkt* des Tragwerkes für sich herauszugreifen, und die sämtlichen ihm benachbarten Festpunkte und zugehörigen Uebergangszahlen *in einem Rechnungsgang* zu ermitteln.

Die Anzahl der am Knoten anschliessenden Stäbe kann beliebig sein, ebenso können die Trägheitsmomente unter sich verschieden sein, sollen aber einen über die ganze Stablänge konstanten Wert besitzen. Selbstverständliche Voraussetzung ist, dass das Tragwerk, wenn auch nötigenfalls nur vorübergehend, so gestützt ist, dass die Knotenpunkte sich wohl drehen, aber nicht verschieben können.

#### I. Festpunktabstände

Wie in Abb. 1 dargestellt, sollen im Knotenpunkt A die Stäbe 1, 2, . . . n-1, n zusammenlaufen und biegungsfest angeschlossen sein. Es lässt sich nun für den Festpunktabstand  $a_n$  bzw.  $b_n$  folgende Beziehung aufstellen:

$$a_n = \frac{l_n}{v a_n}; \quad b_n = \frac{l_n}{v b_n} \quad (1)$$

Der Nennerwert  $v$  ist eine vom Verdrehungswiderstand des Knotens abhängige Grösse. Um dies besser zum Ausdruck zu bringen, schreiben wir  $v$  in folgender Form:

$$v_n = 3 + k_n \quad (2)$$

Man erkennt sofort, dass der Wert  $k_n$  den eigentlichen Massstab bildet für den genannten Verdrehungswiderstand, d. h. den Grad der Einspannung des Stabes  $l_n$  am Knoten oder Auflager. Bekanntlich ist für:

Volle Einspannung:  $a = \frac{l_n}{3}$ , somit  $v=3$ ,  $k=0$

Gelenkige Lagerung:  $a=0 = \frac{l_n}{\infty}$ ,  $v=\infty$  und  $k=\infty$

Damit sind die Grenzen von  $k$  festgestellt. Da mit der Ermittlung von  $k$  auch  $v$  bzw.  $a$  bekannt sind, genügt es, wenn anstatt einer Formel zur direkten Ermittlung von  $a$  eine solche für den Wert  $k_n$  abgeleitet wird. Dies soll im Folgenden mit Hilfe der als bekannt vorausgesetzten Elemente der «Festpunkt-methode» in möglichster Kürze geschehen.

Der die Einspannung des Stabes  $n$  bedingende Verdrehungswiderstand des Knotens A wird gebildet durch das Zusammenwirken sämtlicher in A anschliessenden 1, 2, . . . n-1 Stäbe. Durch Kombination dieser Gesamtsteifigkeit mit der Eigensteifigkeit des Stabes  $n$  erhält man die aus der «Festpunkt-methode» bekannte, für konstantes Trägheitsmoment geltende Formel für den Festpunktabstand  $a_n$  bzw.  $b_n$ :

$$a_n = \frac{l_n}{3 + \frac{\epsilon_A}{\beta_n}}; \quad b_n = \frac{l_n}{3 + \frac{\epsilon_B}{\beta_n}} \quad (3)$$

Aus den Gleichungen (3) ist sofort ersichtlich, dass die oben erwähnten  $k_n$  Werte identisch sind mit dem Quotienten  $\epsilon/\beta_n$ . Darin bedeutet  $\epsilon_A$  den gemeinsamen Drehwinkel der Stäbe 1, 2, 3, . . . n-1 am Knoten A infolge eines vom Stabe  $n$  her an diesem Knoten wirkenden Momentes  $MA_n=1$ .  $\beta_n$  ist der Auflagerdrehwinkel bei A des frei aufliegend gedachten Stabes  $n$  infolge eines in B angreifenden Momentes  $MB_n=1$  und hat für konstantes  $J_n$  den für beide Auflager gleichen Wert:

$$\beta_n = \frac{l_n}{6EJ_n} \quad (4)$$

Der Winkel  $\epsilon_A$  ist durch folgende Beziehung mit den anschliessenden Stäben in Verbindung gebracht:

$$\frac{1}{\epsilon_A} = \frac{1}{\tau_{A_1}} + \frac{1}{\tau_{A_2}} + \frac{1}{\tau_{A_3}} + \dots + \frac{1}{\tau_{A_{n-1}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \tau_{A_i}} \quad (5)$$

Darin bedeutet z. B.  $\tau_{A_1}$  den Drehwinkel bei A des in A gelenkig gelagerten und in C elastisch eingespannten Stabes 1. Sein Reziprokwert ist gegeben durch folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{\tau_{A_1}} = \frac{1}{\beta_1} \cdot \frac{l_1 - a_1}{2l_1 - 3a_1} \quad (6)$$

Durch Division des zweiten Faktors durch  $a_1$  geht (6) über in

$$\frac{1}{\tau_{A_1}} = \frac{1}{\beta_1} \cdot \frac{\frac{l_1}{a_1} - 1}{2 \frac{l_1}{a_1} - 3}$$

da aber  $l_1/a_1 = v_{a_1} = k_{a_1} + 3$  erhält man durch Einsetzung dieses Wertes:

$$\frac{1}{\tau_{A_1}} = \frac{1}{\beta_1} \cdot \frac{2 + k_{a_1}}{3 + 2k_{a_1}} \quad (7)$$

Der Faktor  $\frac{2 + k_{a_1}}{3 + 2k_{a_1}}$  soll mit  $m_{a_1}$  bezeichnet werden. Sodann führen wir in Gl. (5) die sämtlichen Werte gemäss (7) ein, sodass (5) übergeht in:

$$\frac{1}{\epsilon_A} = \frac{m_{a_1}}{\beta_1} + \frac{m_{a_2}}{\beta_2} + \dots + \frac{m_{a_{n-1}}}{\beta_{n-1}} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{m_{a_i}}{\beta_i} \quad (8)$$

Wir multiplizieren (8) nun noch mit  $\beta_n$  und führen die entsprechenden Werte  $1/6EJ$  ein, sodass wir erhalten:

$$\frac{\beta_n}{\epsilon_A} = \frac{l_n}{6EJ_n} \cdot \frac{6EJ_1}{l_1} \cdot m_{a_1} + \dots \text{ usw.} \quad (9)$$

$$\frac{\beta_n}{\epsilon_A} = \frac{l_n}{J_n} \cdot \frac{J_1}{l_1} \cdot m_{a_1} + \frac{l_n}{J_n} \cdot \frac{J_2}{l_2} \cdot m_{a_2} + \dots + \frac{l_n}{J_n} \cdot \frac{J_{n-1}}{l_{n-1}} \cdot m_{a_{n-1}}$$

Das Verhältnis Trägheitsmoment durch Spannweite =  $J/l$  sei mit  $c$  bezeichnet. Sodann bilden wir den reziproken Wert der Gl. (9), sodass die folgende, allgemeingültige Hauptformel für  $k_n$  entsteht:

$$k_n = \frac{c_n}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_{n-1} m_{n-1}} = \frac{c_n}{\sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot m_i} \quad (10)$$

Die in Formel (10) auftretenden Werte  $c_1, \dots, c_{n-1}$  sind ihrer Definition gemäss für jeden Stab bekannte Festwerte. Deren Grössenordnung im allgemeinen und ihr Einfluss auf  $k_n$  werden wir später untersuchen. Vorerst seien die Werte  $m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$  näher untersucht, da sie die Grundlage der Näherungsberechnung bilden.

Werte  $m_n$ . Wie schon erwähnt, aber ohne Festpunktindex, ist:

$$m_n = \frac{2 + k_n}{3 + 2k_n} \quad (11)$$

Wenn man  $k_n$  durch den in (10) gefundenen Ausdruck ersetzt, kann (11) in folgender Form angeschrieben werden:

$$m_n = \frac{2 + c_n \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot m_i}{3 + 2c_n \sum_{i=1}^{n-1} c_i \cdot m_i} \quad (12)$$

Es wurde schon gezeigt, dass  $k_n$  alle Werte zwischen 0 und  $\infty$  annehmen kann, entsprechend voller Einspannung bzw. gelenkiger Lagerung. Damit sind auch schon die Grenzwerte von  $m_n$  festgelegt, nämlich:

Für  $k_n = 0$  wird  $m_n = 2/3$  Volle Einspannung  $\frac{1}{m} = 1,5$

Für  $k_n = \infty$  wird  $m_n = 1/2$  Gelenkige Lagerung  $\frac{1}{m} = 2,0$

Die selben Grenzen gelten natürlich auch für die in (12) unter dem Summenzeichen stehenden  $m_1, \dots, m_{n-1}$ . Welches ihre

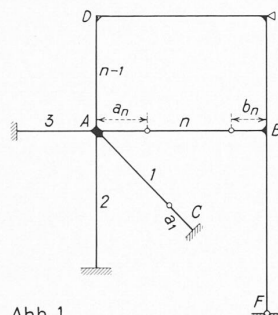


Abb. 1



Abb. 3. Ansicht aus Südwest



Abb. 4. Bergseite aus Osten

wirklichen Werte sind, hängt vom Spannungsgrad der betr. Stäbe an dem, dem betrachteten Knoten entfernt liegenden Stabende ab. Zum Teil können sie zum vornherein bekannt sein, wenn z. B. einer oder mehrere der Stäbe «äussere», d. h. an einem Ende voll eingespannt oder gelenkig gelagerte Stäbe sind. Sobald es sich aber um «innere» Stäbe handelt, also solche, die an beiden Enden elastisch eingespannt sind, sind die  $m$ -Werte bei mehr als zweiständigen Knoten oder geschlossenen Stabzügen vorläufig unbekannt. Bis jetzt ist man vorerst so vorgegangen, dass man die überzähligen Festpunktabstände schätzungsweise annahm und dann in einem zweiten Rechnungsgang verbesserte. Wir können nun aber folgende, weiter unten bewiesene, wichtige Behauptung aufstellen:

«Die Differenz  $\Delta m_n$  zwischen dem genauen Wert von  $m_n$  und dem auf Grund von geschätzten Werten  $m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$  ermittelten Näherungswert  $m_n'$  übersteigt nie den maximalen Wert von  $\pm \Delta m_{n\max} = 0,012$  und erreicht diese Grenze überdies nur, wenn man in der Schätzung den höchstmöglichen Fehler macht, d. h. wenn z. B. sämtliche  $m_1, m_2$  usw. in Wirklichkeit  $= \frac{2}{3}$  sind, man sie zu  $\frac{1}{3}$  schätzt.»

Diese Behauptung wollen wir mit Hilfe einer Kurve, die «Differenz Grenzwertkurve» genannt sein soll, beweisen. Es soll ein Knotenpunkt vorliegen, in dem nur «innere» Stäbe zusammenlaufen. Die Werte  $c_1, c_2, \dots, c_n$  sind natürlich bekannt, dagegen sämtliche  $m$ -Werte unbekannt. Es werden uns vorläufig bei gegebenen  $c$ -Werten nur die Maximal- und Minimalwerte von  $m_n$  interessieren, um die maximale Differenz feststellen zu können. Aus (12) erkennt man mit Leichtigkeit, dass wir, um  $m_{n\min}$  zu erhalten, sämtliche  $m$  mit dem Kleinstwert  $\frac{1}{3}$  einsetzen müssen, und für  $m_{n\max}$  alle  $m$  mit dem Grösstwert  $\frac{2}{3}$ . Die entsprechenden Ausdrücke lauten dann:

$$m_{n\min} = \frac{2 + c_n/0,50 \sum c}{3 + 2c_n/0,50 \sum c} = \frac{2 + 2c_n/\sum c}{3 + 4c_n/\sum c} = \frac{2 + 2c'}{3 + 4c'} \quad (12a)$$

$$c_n/\sum c = c'$$

$$m_{n\max} = \frac{2 + c_n/0,66 \sum c}{3 + 2c_n/0,66 \sum c} = \frac{2 + 1,5 c_n/\sum c}{3 + 3c_n/\sum c} = \frac{2 + 1,5 c'}{3 + 3c'} \quad (12b)$$

Die Differenz  $m_{n\max} - m_{n\min} = \Delta m_{n\max}$  ist somit in Abhängigkeit gebracht zu den Werten  $c'$ , d. h. die Gleichung der gesuchten Differenzkurve lautet:

$$\Delta m_{n\max} = f(c') = \frac{2 + 1,5 c'}{3 + 3 c'} - \frac{2 + 2 c'}{3 + 4 c'} \quad (13)$$

Durch Nullsetzung der ersten Ableitung  $f'(c')$  erhält man den Abszissenwert  $c'$  für welchen  $\Delta m_n$  den überhaupt grössten Wert erreicht. Die Schlussgleichung, aus der  $c'$  hervorgeht, lautet:

$$c' = \frac{6 - \sqrt{33}}{4\sqrt{3} - 6} = 0,866$$

Diesen Wert in (13) eingesetzt, ergibt als Maximalwert von  $m_n$ :  $m_{n\max}$  (absolut) = 0,012. Man erkennt, dass die Kurve gleich am Anfang ziemlich rasch ansteigt. Da für  $c' = \infty f(c') = 0,50 - 0,50 = 0$ , sich die Kurve also der  $c'$  Axe asymptotisch nähert, muss sie auch einen Wendepunkt besitzen. Durch Nullsetzen der zweiten Ableitung  $f''(c')$  erhält man die Lage auch dieses Punktes. Der entsprechende Wert  $c'$  ist = 1,74 und  $\Delta m_n = 0,0106$ . In Abb. 2 ist die der Gl. (13) entsprechende Kurve aufgezeichnet. Aus deren Verlauf ersieht man, dass nach dem raschen Aufstieg zum Maximum die Kurve sehr langsam fällt. Von grösserem

Interesse ist aber das Intervall von  $c' = 0$  bis  $c' = 0,866$  oder genau genug bis  $c' = 1,0$ . Es lässt sich nämlich anhand ausgeführter Tragwerke feststellen, dass in der Mehrzahl der Fälle die Werte  $c'$  kleiner als 1, und sehr oft kleiner als 0,50 sind.

Wir ermitteln nun den mittleren Wert von  $\Delta m_n$  für das Intervall  $c' = 0$  bis 0,866. Das entsprechende Kurvenstück entspricht genau genug einer Parabel vierten Grades, dargestellt durch die Gleichung:

$$J_1 = J_0 \left(1 - \frac{x^4}{x_0^4}\right) \quad \begin{matrix} x_0 = 0,866 \\ x = x_0 - c' \\ J_0 = 0,012 \end{matrix}$$

Das mittlere  $\Delta m_n$  kann als mittlere Höhe der Fläche  $F$  aufgefasst werden.

$$F = 0,012 \int_0^{0,866} dx - 0,0214 \int_0^{0,866} x^4 dx \quad \Delta m_n \text{ Mittel} = \frac{F}{x_0}$$

Die Auswertung des Integrals ergibt:  $\Delta m_n \text{ Mittel} = \frac{0,00832}{0,866} = 0,0096$

Das zugehörige  $c'$  findet man aus Gl. (13) durch probieren und erhält  $c' = 0,33$ . Setzt man nun diesen Wert  $c' = 0,33$  in die durch Gl. (12a) und (12b) gegebenen Ausdrücke für  $m_{n\min}$  und  $m_{n\max}$  ein und bildet das Mittel aus beiden Werten, so erhält man einen mittleren Wert  $m_n$ , der den im allgemeinen auftretenden Spannungsverhältnissen sehr gut entspricht, umso mehr, als ja bereits festgestellt wurde, wie unempfindlich  $m_n$  gegen Variation der  $m_1, m_2, \dots$  Werte ist. Das genannte, mittlere  $m_n$ , das also in Zukunft an Stelle der Werte  $m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$  treten wird, ergibt sich zu:  $m \text{ mittel} = 0,63$ , oder als Reziprokwert  $1/m = 1,60$ . Setzen wir nun den jetzt für alle anschliessenden Stäbe 1, 2, ...  $n-1$  gleichen Wert  $1/m = 1,60$  in die allgemeine Gl. (10) ein, so geht diese über in die abgekürzte Formel:

$$k_n = \frac{c_n}{\sum_{n-1} c \cdot 0,63} = \frac{1}{0,63} \cdot \frac{c_n}{\sum_{n-1} c} = 1,60 c' \quad (14)$$

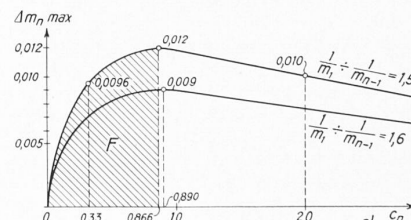


Abb. 2

In Abb. 2 ist die dem Wert 1,60 entsprechende Differenzkurve eingezeichnet. Man erkennt, dass bei Annahme gelenkiger Lagerung sämtlicher  $n-1$  Stäbe die grösste Differenz nur noch 0,009 ist. Da aber der Wert  $c' = 1$  äusserst selten erreicht wird,

bleibt die Abweichung von  $m$ , bezw.  $k_n$  vom wahren Wert, vor allem bei mehr als zweiständigen Knoten sehr gering. Der Festpunktabstand ist aber noch unempfindlicher gegen kleine Schwankungen von  $k$ , da der Wert  $v = 3 + k$  bei Aenderungen von  $k$  in der zweiten und in seltenen Fällen in der ersten Dezimalstelle wenig variiert. Anhand einiger Zahlenbeispiele soll gezeigt werden, dass die mit Hilfe der Formel (14) ermittelten Festpunktabstände brauchbare Werte ergeben<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die  $J_1/J_0$  und die genauen Werte der Festpunktabstände wurden entnommen aus: Suter, «Methode der Festpunkte», 1923.

Haus S.-v. H. in Zollikon Arch. Moser & Kopp, Zürich

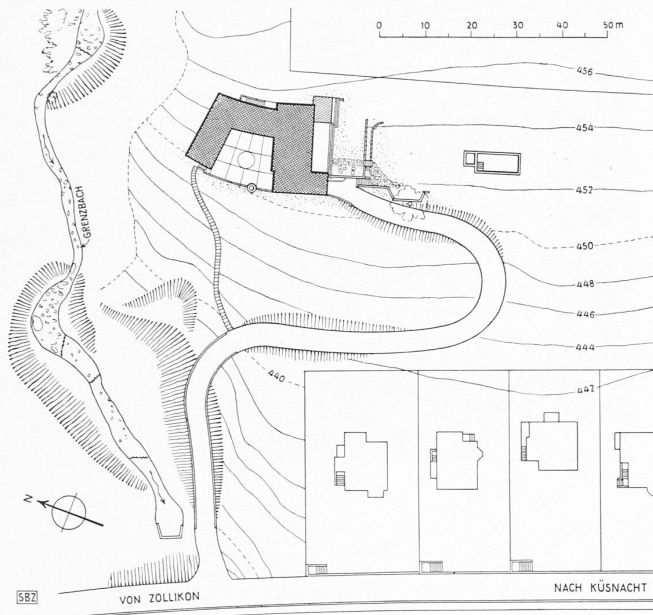
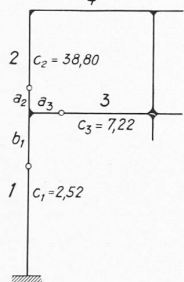


Abb. 1. Lageplan 1:1500

Beispiele

a) Dreistübigter Knoten. Trägheitsmomente stark verschieden<sup>2)</sup>. Stab 1 am Fusse fest eingespannt.  $c_1 = 2,52$ ;  $c_2 = 38,80$ ;  $c_3 = 7,22$ .



$$c'_1 = \frac{2,52}{38,80 + 7,22} = 0,0547$$

$$k_1 = 1,60 \cdot 0,0547 = 0,088$$

$$k_1 \text{ genau} = 0,106$$

$$v_1 = 3,088 \quad b_1 = 1,81$$

$$b_1 \text{ genau} = 1,80$$

$$c'_2 = \frac{38,80}{2,52 + 7,22} = 3,98$$

$$k_2 = 1,60 \cdot 3,98 = 6,35$$

$$k_2 \text{ genau} = 6,36$$

$$v_2 = 9,35 \quad a_2 = 0,268$$

$$a_2 \text{ genau} = 0,267$$

$$c'_3 = \frac{7,22}{38,80 + 2,52} = 0,175$$

$$k_3 = 0,280$$

$$k_3 \text{ genau} = 0,339$$

$$a_3 = 1,28$$

$$a_3 \text{ genau} = 1,26$$

b) Dreistübigter Knoten. J-Werte stark verschieden. Stab 1 mit Fussgelenk.

$$c_1 = 3,46 \quad c' = 0,130 \quad k = 0,208 \quad (0,224) \quad b_1 = 2,07 \quad (2,06)$$

$$c_2 = 6,17 \quad c' = 0,258 \quad k = 0,412 \quad (0,448) \quad a_2 = 1,47 \quad (1,46)$$

$$c_3 = 20,50 \quad c' = 2,130 \quad k = 3,410 \quad (4,100) \quad a_3 = 0,85 \quad (0,77)$$

Den Wert  $a_3$  kann man noch genauer erhalten, wenn man sich der allgemeinen Formel (10) bedient und dort für  $m_1$  den hier bekannten Wert 0,50 einsetzt. Dann wird:

$$k_3 = 20,50 : (0,50 \cdot 3,46 + 0,63 \cdot 6,17) = 3,65 \quad a_3 = 0,82$$

Die Differenz beträgt also in diesem extremen Fall nur 6%.

c) Zweistübigter Knoten

$$c_1 = 6,17 \quad c' = 4,22 \quad k = 6,75 \quad (6,77) \quad b_1 = 0,514 \quad (0,512)$$

$$c_2 = 1,46 \quad c' = 0,237 \quad k = 0,38 \quad (0,375) \quad a_2 = 1,618 \quad (1,620)$$

Die vorstehenden Beispiele zeigen, dass das abgekürzte Verfahren die Festpunktstände mit völlig genügender Genauigkeit liefert. Wenn man sich die Annahmen vergegenwärtigt, die meistens schon bei der Ermittlung der Systemaxen und Trägheitsmomente gemacht werden, erkennt man, dass eine kleine Verschiebung der Festpunkte keine grosse Bedeutung haben kann.

Es soll nun noch für den häufig vorkommenden Fall der nur aus zweistübigem Knoten bestehenden Stabzüge (durchlaufender Balken, offene und geschlossene Rahmen usw.) die allgemeine Formel (10) in etwas andere Form gebracht werden, die es ermöglicht, den Wert  $k_n$  direkt aus dem schon ermittelten Wert  $k_{n-1}$  zu ermitteln. Dabei kann natürlich  $k_{n-1}$  je nach den Auflagerbedingungen der Endstäbe entweder mit der genauen

<sup>2)</sup> Die Werte  $J$  werden in Zukunft stets mit 1000 multipliziert, um übersichtlichere  $c$  Werte zu erhalten.



Abb. 2. Ansicht aus Westen, von der Zürichstrasse aus

Gl. (10) oder mit der Näherungsformel (14) ermittelt worden sein. Wie leicht zu erkennen, geht Gl. (10) für 2 Stäbe über in:

$$k_n = \frac{1}{m_{n-1}} \cdot \frac{c_n}{c_{n-1}} = \frac{1}{m_{n-1}} \cdot c'_n \quad (10a)$$

Nun ist aber gemäss früherer Definition der Wert  $m_{n-1}$  bzw. dessen Reziprokwert:

$$1/m_{n-1} = \frac{3 + 2 k_{n-1}}{2 + k_{n-1}}$$

somit kann die Gl. (10a) auch in folgender Form geschrieben werden:

$$k_n = \frac{3 + 2 k_{n-1}}{2 + k_{n-1}} \cdot c'_n$$

Beim durchlaufenden Balken, dessen Endfelder entweder fest eingespannt oder gelenkig gelagert sind, ist  $k_{n-1}$  natürlich bekannt (0 bzw.  $\infty$ ) und damit auch alle andern Werte  $k$ . Bei geschlossenen Rahmen ermittelt man zuerst irgend einen  $k$ -Wert mittels Gl. (14) und setzt diesen Wert als  $k_{n-1}$  in (10b) ein. Dadurch erhält man den Wert  $k_n$  schon praktisch genau, wie im folgenden Beispiel gezeigt werden soll.

Es sei:  $c_1 = c_3 = 3,42$

$c_2 = c_4 = 6,90$ . Zuerst werde  $k_2$  mit (14) berechnet

$$k_2 = 1,60 \cdot \frac{6,90}{3,42} = 3,23$$

$$a_2 = b_2 = 0,37 \quad (\text{genau } 0,36)$$

$$k_3 = \frac{3 + 6,46}{2 + 3,23} \cdot \frac{3,42}{6,90} = 0,89$$

$$a_3 = b_3 = 0,684 \quad (\text{genau } 0,680)$$

Aus  $k_3$  findet man nun  $k_4 = k_3$  verbessert, nämlich = 3,34. Dieser genauere Wert  $k$  liefert nun den genaueren Wert  $a_2 = 0,362$ , der praktisch genau ist.

Die Beispiele, die die Brauchbarkeit des abgekürzten Verfahrens beweisen, liessen sich noch vermehren. Vor allem lässt sich damit auf raschem Weg entscheiden, ob es sich in gewissen Fällen lohnt, teilweise Einspannung überhaupt anzunehmen. Besser allerdings lässt sich dies mit Hilfe der Uebergangszahlen entscheiden, deren Ermittlung, unabhängig von der Festpunktberechnung, in der wie folgt gezeigten Weise erfolgen kann.

II. Uebergangszahlen

Es liege wieder der in Abb. 1 dargestellte Knoten A mit 1 bis  $n$  anschliessenden Stäben vor. Es werde nun vom Stabe 1 her ein Moment  $M_A$  eingeleitet, das sich auf die übrigen  $n-1$

Stäbe verteilen wird. Nehmen wir  $M_A=1$  an, so erkennt man, dass die Uebergangszahlen stets  $< 1$  oder höchstens  $= 1$  sein können. Bekanntlich ist der Anteil, den ein anschliessender Stab vom eingeleiteten Moment aufnimmt, umso grösser, je steifer er ist. Die Steifigkeit eines Stabes ist aber bekanntlich durch den Reziprokwert  $\frac{1}{\tau}$  dargestellt, wo  $\tau$  die in Gl. (6) definierte Bedeutung hat. Ohne auf die Herleitung einzugehen, lautet nun der allgemeine Ausdruck für die Uebergangszahlen, in Funktion der Werte  $1/\tau$ :

$$U_{1-n} = \frac{\frac{1}{\tau_n}}{\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_3} + \dots + \frac{1}{\tau_n}} \quad (15)$$

$U_{1-n}$  ist der Momentenanteil, der vom Stab 1 nach dem Stab  $n$  übergeht.

Mit Gl. (7) wurde gezeigt, dass man den Wert  $1/\tau$  auch schreiben kann:  $1/\tau_n = \frac{1}{\beta_n} \cdot m_n$ , sodass nach Einsetzung dieses Wertes in (15) und entsprechender Umformung (15) übergeht in:

$$U_{1-n} = \frac{c_n \cdot m_n}{c_2 \cdot m_2 + c_3 \cdot m_3 + \dots + c_n \cdot m_n} \quad c = J/l \quad (16)$$

Es ist nun nur noch über die Werte  $m$  zu entscheiden. Es liegt kein Grund vor, nicht die gleichen Annahmen dafür zu machen, wie bei der Ermittlung der Festpunkte, d. h. wir nehmen sämtliche  $m$  mit dem selben Wert an. Durch diese Annahme heben sich die Werte  $m$  aus Gl. (16) heraus und diese geht über in die abgekürzte Formel:

$$U_{1-n} = \frac{c_n}{c_2 + c_3 + \dots + c_n} \quad (17)$$

Die Werte  $c$  sind schon von der Festpunktermittlung her bekannt. Auch hier nimmt man mit Vorteil den 1000fachen Wert an. In der Nennersumme fehlt stets der Wert  $c$  desjenigen Stabes, von dem das Moment herkommt. Beim zweistabigen Knoten wird  $U_{1-n}$  folgerichtig  $= 1$ .

## Das Landhaus S.-v. H. in Küsnacht am Zürichsee

Architekten MOSER & KOPP, Zürich

So einheitlich die sachlich bestimmenden Faktoren für die Gestaltung der herrschaftlichen Wohnhäuser in dieser Lage erscheinen, so verschieden sind all die Bauten aus der langen Reihe der hier schon gezeigten<sup>1)</sup> ausgefallen. Heute führen wir unsern Lesern ein Werk vor, das sich in noch ausgeprägterem Mass als dies seit einigen Jahren wieder üblich wird, an traditionelle Formen anlehnt, und bei dem mit besonderer Liebe und in enger

<sup>1)</sup> Wir denken z. B. an die Häuser in Küsnacht von Arch. W. J. Tobler (Bd. 112, Nr. 17), Rüschnikon von Vogelsanger & (†) Maurer (Bd. 111, Nr. 10), Zollikon von A. H. Steiner (Bd. 110, Nr. 18), Witikon von Kündig & Oetiker (Bd. 109, Nr. 15), Wollishofen von W. J. Tobler (Bd. 108, Nr. 1), Kilchberg von Hans Roth (Bd. 107, Nr. 2), auf dem Kapf-Zumikon von W. L. Boedecker (Bd. 103, Nr. 13), Küsnacht von Laubi & Bosshard (Bd. 102, Nr. 20), «Höfli»-Zürichberg von Moser & Kopp (Bd. 101, Nr. 13), im «Düggel» von Lux Guyer (Bd. 99, Nr. 7), Eigenheim O. R. Salvisberg in Ed. 99, Nr. 13, u. a. m.



Abb. 11. Durchblick in den Hof mit dem Sodbrunnen

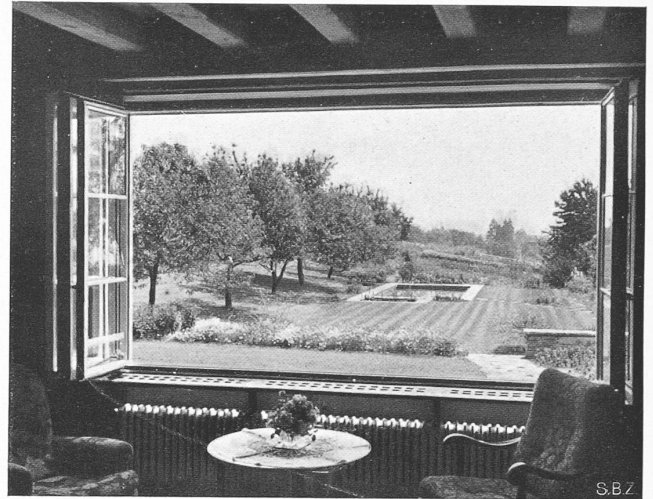


Abb. 14. Ausblick aus der Wohnhalle auf das Schwimmbad

**Zahlenbeispiel.** Es seien die  $c$ -Werte des Beispiels 1 angenommen. Man erhält:

$$\begin{aligned} U_{1-2} &= 38,80 : (7,22 + 38,80) = 0,842 \quad (0,824) \quad \text{Fehler } 2\% \\ U_{2-1} &= 2,52 : (7,22 + 2,52) = 0,260 \quad (0,276) \quad \text{Fehler } 6\% \\ U_{2-3} &= 7,22 : (7,22 + 2,52) = 0,740 \quad (0,724) \quad \text{Fehler } 2\% \\ U_{3-1} &= 2,52 : (38,80 + 7,22) = 0,055 \quad (0,078) \quad \text{Fehler } 29\% \end{aligned}$$

Der Fehler von  $U_{3-1}$  spielt bei dem kleinen Absolutwert der Uebergangszahl keine grosse Rolle, da praktisch Stab 1 gelenkig angeschlossen.

Damit ist auch für die Uebergangszahlen eine leicht zu behaltende und einfach anwendbare Berechnungsweise gezeigt worden, die es dem praktisch arbeitenden Ingenieur erlaubt, sich rasch und mit genügender Genauigkeit ein Bild über die Momentenverteilung an jedem und zudem einzeln herausgreifbaren Knoten zu machen.

Zusammenarbeit von Architekt und Bauherr der schmuckvollen Ausgestaltung aller Einzelheiten die grösste Sorgfalt gewidmet wurde. Wenn in dieser Hinsicht auch für den Durchschnittsgeschmack unserer heutigen Architektengeneration, gemessen am Werkbundgedanken, etwas viel getan sein mag, wollen wir deswegen diesen Bau doch nicht kurzerhand als unzeitgemäss ablehnen — vielmehr möchten wir gerade zeigen, wie sinnvoll, praktisch und wohnlich das Haus geworden ist und auch bleiben wird, selbst wenn die Schönheitsbegriffe unvermuteterweise nochmals nach der Art der «reinen Sachlichkeit» umschlagen sollten.

Zum Verständnis der Gesamtanlage (Abb. 1 bis 4, S. 162/63) ist darauf hinzuweisen, dass der Bauherr sich die spätere Ausnützung des an die Zürichstrasse anstossenden tiefliegenden Grundstückspfels als Bauplatz durch die Zufahrt zu seinem in

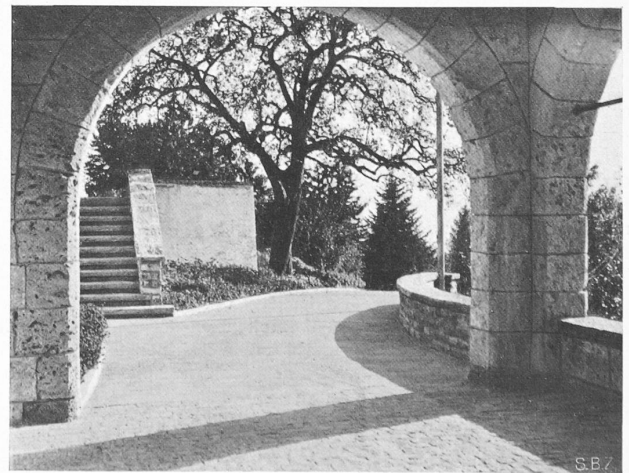


Abb. 10. Oberes Ende der Zufahrtstrasse im Torbogen