Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **117/118 (1941)**

Heft 9

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Band 118 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 9

Die Knicklast gegliederter Stäbe

Von Dipl. Ing. ERNST AMSTUTZ, Mitarbeiter von Prof. Dr. F. Stüssi, Zürich

Zur Knickstabilität gegliederter Stäbe, hauptsächlich der zweiteiligen Stäbe mit Vergitterung oder Laschenbindungen, hat sich seit ungefähr drei Jahrzehnten, nachdem das Problem durch einige Einstürze aktuell geworden war, eine umfangreiche Literatur angesammelt. Im folgenden soll auf möglichst kurze und leicht verständliche Art eine prägnante, allgemein für alle gegliederten Stäbe gültige Formel (15) abgeleitet werden, die es dem praktisch tätigen Statiker mit elementaren baustatischen Mitteln ermöglicht, jeden Sonderfall rasch und sicher zu lösen. Im Anschluss werden nebst Ableitung bereits bekannter Formeln einige Einflüsse näher untersucht, die bisher m. W. ausser acht gelassen wurden, obwohl sie die Knicklast bedeutend herabsetzen können.

1. Die allgemeinen Grundbeziehungen

Der ungünstige Einfluss der Unterteilung eines Stabes auf seine Knicklast beruht auf zusätzlichen, durch die Querkräfte verursachten Verformungen. Beim Vollstab bleiben diese Verformungen so klein, dass sie dort praktisch ohne Belang sind. Zur Ableitung der Grundformeln gehen wir am sichersten direkt von dieser Erkenntnis aus, indem wir in der Differentialgleichung der ausgebogenen Stabaxe diesen Einfluss berücksichtigen. (In der Literatur finden sich auch Ableitungen mit Hilfe von Energiebetrachtungen.)

Die elastische Durchbiegung η_M eines Balkens infolge von Momenten M ist bekanntlich gegeben durch

$$\eta''_M = -\frac{M}{B} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

worin $B = EJ$ die Biegesteifigkeit (Elastizitätsmodul $\times$ Trägheitsmoment) bedeutet (Abb. 1).

Die Querkräfte Q erzeugen Verzerrungen, die eine zusätzliche Neigung der elastischen Linie

$$\eta'_Q = \frac{Q}{S} = \frac{M'}{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

erzeugen (Abb. 2). S sei als Schubsteifigkeit bezeichnet; sie ist diejenige Querkraft, die bei unbeschränkter Proportionalität die Neigung $\eta'_Q = 1$ (45°) erzeugen würde. Aus (2) gewinnt man durch Differentiation

$$\eta''_Q = \frac{Q'}{S} = \frac{M''}{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

wobei konstante Schubsteifigkeit vorausgesetzt wird, eine Annahme, die meist genau, sonst aber angenähert erfüllt sein wird. Die Gesamtverformung ist also gegeben durch

$$\eta'' = \eta''_M + \eta''_Q = -\frac{M}{B} + \frac{M''}{S} \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Wir betrachten nun den Knickstab (Abb. 3). Bei Erreichen der Knicklast P_{kr} wird sich eine bei den üblichen Voraussetzungen (gerade Stabaxe, zentrische Belastung, homogenes Material) vorerst noch unendlich kleine Ausbiegung η einstellen. Durch die Verwölbung der Stabaxe hat der Stab die quer gerichteten Ablenkungskräfte

$$-h = +P_{kr}\,\eta'' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

aufzunehmen (Abb. 4). Diese sind die Ursache der im Stabe wirkenden Biegemomente M:

$$-h = +M'' = +P_{kr}\,\eta'' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Durch Einsetzen dieser Gleichgewichtsbedingung in die Verformungsbedingung (4) gewinnen wir die Differentialgleichung des Knickproblems:

$$\eta'' = \frac{M''}{P_{kr}} = -\frac{M}{B} + \frac{M''}{S}; \qquad P_{kr}M + \left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right) B\,M'' = 0 \quad (7)$$

Für den Vollstab ($S = \infty$) ergibt dies speziell:

$$P_{0kr}M + B\,M'' = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Lösungen dieser Gleichungen sind bekanntlich nur für ausgesuchte Werte von P_{0kr} möglich, wovon uns hier nur der niederste — die Euler'sche Knicklast — interessiert, die unter der Voraussetzung $B =$ konst. bekanntlich folgenden Wert hat:

$$P_{0kr} = \frac{\pi^2 B}{l^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Der Vergleich von Gleichung (7) und (8) zeigt, dass für den gegliederten Stab eine verminderte Biegesteifigkeit $B\left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right)$ einzuführen ist. Im übrigen ist die Lösung die selbe, insbesondere ist auch das Moment, wenn $B =$ konst., durch eine Sinuslinie dargestellt. Die Knicklast ergibt sich also für den gegliederten Stab aus

$$P_{kr} = P_{0kr}\left(1 - \frac{P_{kr}}{S}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

zu

$$P_{kr} = \frac{P_{0kr}}{1 + \frac{P_{0kr}}{S}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

oder

$$\boxed{\frac{1}{P_{kr}} = \frac{1}{P_{0kr}} + \frac{1}{S}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

Diese Formel ist — wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird — als Gebrauchsformel nicht geeignet; sie ist hier nur ihres klaren Aufbaues wegen wiedergegeben.

2. Der unelastische Bereich

Die Biegesteifigkeit B darf mit dem Werte EJ nur eingesetzt werden, solange die Knickspannung $\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{F}$ die Proportionalitätsgrenze nicht überschreitet. Im plastischen Bereich ersetzt man den Elastizitätsmodul E durch den Knickmodul T_k, dessen Sinn in Abb. 5 als Modul einer ideellen linearen Spannungsverteilung (Abb. 5b) zum gleichwertigen Ersatz des wirklichen Spannungsbildes (Abb. 5a) in Erinnerung gerufen wird.

Mit $B = T_k J$ bleiben die bisherigen Ableitungen gültig. Die Formel (12) ist gleichwohl im plastischen Bereich nicht verwendbar, da der Wert P_{0kr} mit dem zu P_{kr} gehörenden Wert T_k zu berechnen wäre, dieser aber noch nicht bekannt ist. Da ferner in der Praxis die Bestimmung der Knicklast im plastischen Bereich direkt auf Versuchsergebnisse (Tetmajer'sche Formel) gegründet wird, die die kritische Spannung in Funktion des Schlankheitsgrades λ (Knicklänge l_k: Trägheitsradius i) ausdrücken, ist es zweckmässig und üblich, für gegliederte Stäbe (wie auch bei andern Stabilitätsproblemen) eine ideelle Schlankheit λ_{id} einzuführen, mit der die Knicklast wie für einen Vollstab zu berechnen ist.

Die für den plastischen Bereich erweiterte Euler'sche Formel lautet:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 T_k}{\lambda_{id}^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13)$$

Für den Gliederstab gemäss (11):

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 T_k}{\lambda^2\left(1 + \frac{P_{0kr}}{S}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Die ideelle Schlankheit λ_{id} ist also gegeben durch

$$\boxed{\lambda_{id}^2 = \lambda^2\left(1 + \frac{P_{0kr}}{S}\right)} \quad . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Dies ist die Grundformel für alle gegliederten Stäbe.

3. Der Gitterstab

Gitterstäbe haben meist eine Ausfachung nach Abb. 6. Vorausgesetzt sei gelenkiger Anschluss der Füllstäbe und Zentrierung auf die Schweraxe der Gurtung. Zur Berechnung der Schubsteifigkeit betrachten wir die Verformung δ eines Stabfeldes (Abb. 7) unter der Querkraft Q. Die Anwendung der

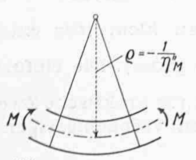

Abb. 1

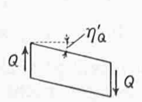

Abb. 2

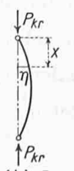

Abb. 3

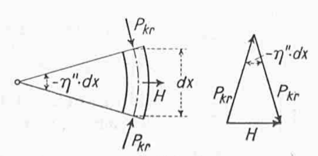

Abb. 4

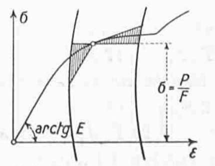

Abb. 5a

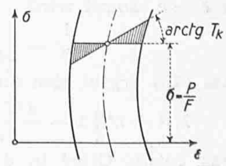

Abb. 5b

SBZ