

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 121/122 (1943)
Heft: 9

Artikel: Berechnung schiefligender kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck
Autor: Frey-Baer, Otto
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-53156>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$= r^2 q \left[\cos \varphi \int_0^\alpha \sin \beta d\beta - \cos \varphi \int_0^\alpha \sin \beta \cos \beta d\beta - \sin \varphi \int_0^\alpha \cos \beta d\beta + \sin \varphi \int_0^\alpha \cos^2 \beta d\beta \right]$$

Die Auflösung dieser Integrale bietet keine Schwierigkeit. Für M_0 findet man folgenden Ausdruck:

$$M_0 = r^2 q \left(A + B \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \varphi \right)$$

$$A = \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) - \frac{1}{2} \sin \alpha \alpha - 1$$

$$B = \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin^2 \alpha$$

$$N_0 = V \sin \varphi + \int_0^\alpha p ds \sin (\beta - \varphi) =$$

$$= V \sin \varphi + r \int_0^\alpha p \sin (\beta - \varphi) d\beta$$

Das Integral wurde bereits für M_0 gelöst:

$$N_0 = r q \left(1 - B \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \varphi \right)$$

Damit ist man in der Lage, die Zähler- und Nennerintegrale von H und M' zu lösen. Mit den Bezeichnungen der Abb. 3 sind:

$$y' = r (\cos \varphi - \cos \alpha)$$

$$t = \frac{\int_0^{l/2} y' ds}{\int_0^{l/2} ds} = \frac{\int_0^{l/2} r (\cos \varphi - \cos \alpha) ds}{\int_0^{l/2} ds}$$

$$= r \frac{\sin \alpha}{\alpha} - r \cos \alpha$$

$$y = y' - t = r \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)$$

$$\int_0^l y d\varphi = 0 \text{ (Definition von } t)$$

$$\int_0^l M_0 y ds = 2 \int_0^{l/2} M_0 y ds = 2 r \int_0^\alpha M_0 y d\varphi$$

$$= 2 r \int_0^\alpha r^2 q \left(A + B \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \varphi \right) y d\varphi =$$

$$= 2 r^3 q \left[A \int_0^\alpha y d\varphi + B \int_0^\alpha \cos \varphi y d\varphi + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \int_0^\alpha \sin \varphi y d\varphi \right] =$$

$$= 2 r^3 q \left[B \int_0^\alpha \cos \varphi r \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) d\varphi + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \int_0^\alpha \sin \varphi r \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) d\varphi \right] =$$

$$= 2 r^4 q \left[\frac{1}{2} \sin \alpha \cos \alpha \left(B + \frac{5}{4} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha}{2} \left(B - \frac{1}{4} \right) - \sin^2 \alpha \left(\frac{B}{\alpha} - \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2\alpha} \right) \right]$$

$$\int_0^l N_0 \cos \varphi ds = 2 r \int_0^\alpha N_0 \cos \varphi d\varphi =$$

$$= 2 r^2 q \left[\int_0^\alpha \cos \varphi d\varphi - B \int_0^\alpha \cos^2 \varphi d\varphi - \frac{1}{2} \int_0^\alpha \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \right] =$$

$$= 2 r^2 q \left[\sin \alpha \left(1 - \frac{1}{4} \sin \alpha \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \sin \alpha \cos \alpha \left(B + \frac{1}{4} \right) - \frac{\alpha}{2} \left(B - \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$\int_0^{l/2} M_0 ds = r \int_0^\alpha M_0 d\varphi =$$

$$= r^3 q \left[A \int_0^\alpha d\varphi + B \int_0^\alpha \cos \varphi d\varphi + \frac{1}{2} \int_0^\alpha \sin \varphi d\varphi \right] =$$

$$= r^3 q \left[\alpha \left(A - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) + \sin \alpha \left(B + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\int_0^l y^2 ds = 2 r \int_0^\alpha y^2 d\varphi =$$

$$= 2 r \int_0^\alpha r^2 \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 d\varphi =$$

$$= r^3 \left(\sin \alpha \cos \alpha + \alpha - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} \right)$$

$$\int_0^l \cos^2 \varphi ds = 2 r \int_0^\alpha \cos^2 \varphi d\varphi = r (\sin \alpha \cos \alpha + \alpha)$$

$$\int_0^l x x' ds = r \int_0^\alpha r (\sin \alpha - \sin \varphi) r (\sin \alpha + \sin \varphi) d\varphi =$$

$$= r^3 (\sin \alpha \cos \alpha - \alpha + 2 \sin^2 \alpha)$$

$$\int_0^l x^2 ds = r \int_0^\alpha r^2 (\sin \alpha - \sin \varphi)^2 d\varphi =$$

$$= r^3 (2 \sin^2 \alpha \alpha + \alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\int_0^l x x' ds + \int_0^l x^2 ds = 4 r^3 \sin^2 \alpha \alpha$$

Der Ausdruck für H lässt sich nicht vereinfachen und es müssen die vier Integrale einzeln berechnet werden. Dagegen lautet der Ausdruck für M' :

$$M' = - \frac{\int_0^{l/2} M_0 ds}{\int_0^l x x' ds + \int_0^l x^2 ds} = - \frac{\int_0^{l/2} M_0 ds}{4 r^3 \sin^2 \alpha \alpha}$$

$$l = 2 r \sin \alpha; \quad l^2 = 4 r^2 \sin^2 \alpha$$

$$M' = - \frac{\int_0^{l/2} M_0 ds}{r \alpha} =$$

$$= - \frac{r^3 q \left[\alpha \left(A - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) + \sin \alpha \left(B + \frac{1}{2} \right) \right]}{r \alpha}$$

$$M' = - r^2 q \left[A - \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left(B + \frac{1}{2} \right) \right]$$

Es ist jedoch nicht erforderlich, M' vorerst zu bestimmen, da dieses Moment in der Gleichung für das Moment M eingegliedert werden kann.

$$M = M_0 + M' - H y = r^2 q \left(A + B \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \varphi \right) -$$

$$- r^2 q \left[A - \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left(B + \frac{1}{2} \right) \right] -$$

$$- H r \left(\cos \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)$$

Ordnet man diese Glieder nach der Variablen φ , so lautet die Gleichung für M :

$$M = \cos \varphi (r^2 q B - H r) + \frac{1}{2} r^2 q \sin \varphi \varphi -$$

$$- \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left[r^2 q \left(B + \frac{1}{2} \right) - H r \right] + \frac{1}{2} r^2 q \cos \alpha$$

$$N = N_0 + H \cos \varphi =$$

$$= r q \left(1 - B \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \varphi \right) + H \cos \varphi$$

$$N = \cos \varphi (H - r q B) - \frac{1}{2} r q \sin \varphi \varphi + r q$$

Mit diesen Gleichungen für M und N ist man in der Lage, für jeden beliebigen Schnitt, der durch den Winkel φ bestimmt ist, das Moment und die Normalkraft rasch und ohne jede zeichnerische Arbeit zu berechnen. Als Zahlenbeispiel diene eine kürzlich von der Motor-Columbus A.-G. projektierte Reihengewölbesperre, von der der Gewölbenormalschnitt e-e (ohne Berücksichtigung der Kuppel) zu untersuchen sei (Abb. 6). Die für die Momentenberechnung benötigten Abmessungen sind:

$r = 5,775 \text{ m}$	$\sin \alpha = 0,98481$
$r_a = 6,000 \text{ m}$	$\cos \alpha = 0,17365$
$\delta = 55^\circ$	$\sin \alpha \cos \alpha = 0,17101$
$\cos \delta = 0,5736$	$d = 45 \text{ cm}$
$\alpha = 80^\circ$	$F = 0,45 \text{ m}^2$
$\alpha = 1,39626$	$J = 0,007594 \text{ m}^4$

$$q = \frac{r_a^2}{r} \cos \delta = 3,5757$$

$$B = \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin^2 \alpha = 0,65858$$

$$\int_0^l M_0 y ds = 2 r^4 q \left[\frac{1}{2} \sin \alpha \cos \alpha \left(B + \frac{5}{4} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha}{2} \left(B - \frac{1}{4} \right) - \sin^2 \alpha \left(\frac{B}{\alpha} - \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2\alpha} \right) \right] =$$

$$= - 141,506$$

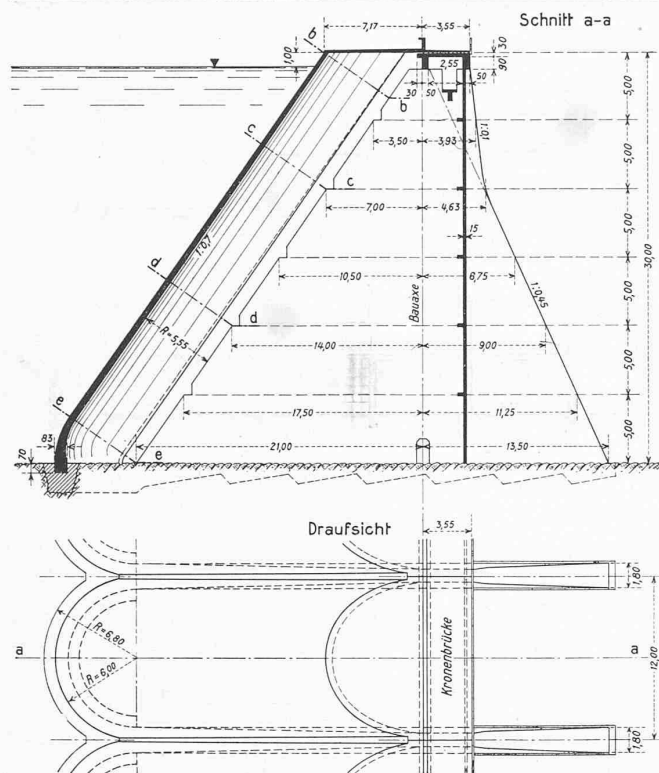
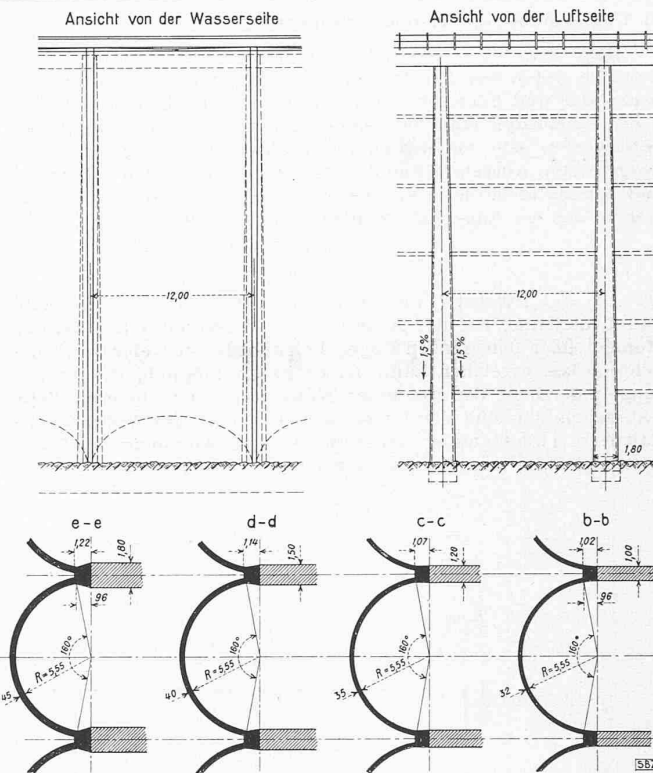


Abb. 6. Gewölbereihen-Mauer, Schnitte und Ansichten 1:500



In Abb. 7 ist der Verlauf der Momente und der Normalkräfte an der Bogenaxe angetragen.

b) Konstanter Wasserdruck

$$H = - \frac{2pr \sin \alpha}{\frac{F}{J} r^2 \left(\sin \alpha \cos \alpha + \alpha - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} \right) + \sin \alpha \cos \alpha + \alpha}$$

$$M = Hr \frac{\sin \alpha}{\alpha} - Hr \cos \varphi$$

$$N = pr + H \cos \varphi$$

$$p = \frac{r_a}{r} p_a$$

wobei p_a den Scheitelwasserdruck an der Aussenfläche des Gewölbes bezeichnet.

c) Eigengewicht

$$\int_0^l M_0 y ds = r^4 g \left(4 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} - \frac{7}{2} \sin \alpha \cos \alpha - \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \alpha \right)$$

$$\int_0^l N_0 \cos \varphi ds = \frac{1}{2} r^2 g (\sin \alpha \cos \alpha - \alpha + 2 \sin^2 \alpha)$$

$$\int_0^l y^2 ds \quad \text{und} \quad \int_0^l \cos^2 \varphi ds \quad \text{siehe unter a)}$$

$$H = \frac{\frac{1}{J} \int_0^l M_0 y ds - \frac{1}{F} \int_0^l N_0 \cos \varphi ds}{\frac{1}{J} \int_0^l y^2 ds + \frac{1}{F} \int_0^l \cos^2 \varphi ds}$$

$$M = r \frac{\sin \alpha}{\alpha} (2rg + H) - r^2 g \cos \alpha -$$

$$- \cos \varphi (r^2 g + Hr) - r^2 g \sin \varphi \varphi$$

$$N = rg \sin \varphi \varphi + H \cos \varphi$$

$$g = d \cos \delta \gamma_b \quad d = \text{Gewölbbestärke}$$

d) Gleichmässige Temperaturänderung (Schwinden)

$$H = \frac{2E \omega t^0 r \sin \alpha}{\frac{1}{J} \int_0^l y^2 ds + \frac{1}{F} \int_0^l \cos^2 \varphi ds}$$

$$M = Hr \frac{\sin \alpha}{\alpha} - Hr \cos \varphi$$

$$N = H \cos \varphi$$

$$E = 2100000 \text{ t/m}^2 \quad \omega = 0,00001$$

$$\int_0^l N_0 \cos \varphi ds = 2r^2 q \left[\sin \alpha \left(1 - \frac{1}{4} \sin \alpha \alpha \right) - \frac{1}{2} \sin \alpha \cos \alpha \left(B + \frac{1}{4} \right) - \frac{\alpha}{2} \left(B - \frac{1}{4} \right) \right] = 67,577$$

$$\int_0^l y^2 ds = r^3 \left(\sin \alpha \cos \alpha + \alpha - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} \right) = 34,294$$

$$\int_0^l \cos^2 \varphi ds = r (\sin \alpha \cos \alpha + \alpha) = 9,051$$

$$H = \frac{\frac{1}{J} \int_0^l M_0 y ds - \frac{1}{F} \int_0^l N_0 \cos \varphi ds}{\frac{1}{J} \int_0^l y^2 ds + \frac{1}{F} \int_0^l \cos^2 \varphi ds} = -4,141 \text{ t}$$

$$M = \cos \varphi (r^2 q B - Hr) + \frac{1}{2} r^2 q \sin \varphi \varphi - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left[r^2 q \left(B + \frac{1}{2} \right) - Hr \right] + \frac{1}{2} r^2 q \cos \alpha$$

$$M = 102,451 \cos \varphi + 59,626 \sin \varphi \varphi - 103,962$$

$$N = \cos \varphi (H - r q B) - \frac{1}{2} r q \sin \varphi \varphi + r q$$

$$N = -17,740 \cos \varphi - 10,325 \sin \varphi \varphi + 20,650$$

φ	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	φ	$\sin \varphi \varphi$	M	N
0	1	0	0	0	-1,511	+2,909
20	0,9397	0,3420	0,34907	0,11938	-0,570	+2,746
40	0,7660	0,6428	0,69813	0,44876	+1,273	+2,427
60	0,5000	0,8660	1,04720	0,90687	+1,337	+2,416
80	0,1736	0,9848	1,39626	1,37504	-4,189	+3,373

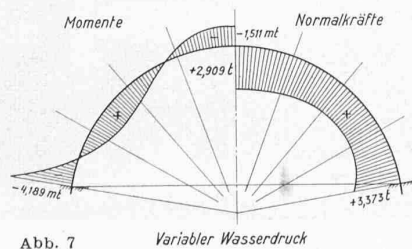


Abb. 7 Variabler Wasserdruck

e) Ungleichmässige Temperaturänderung

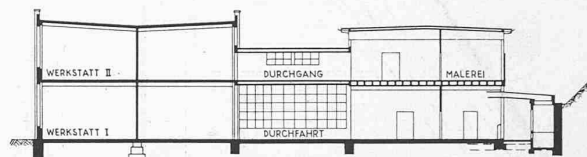
Beim angeführten Beispiel sind die verhältnismässig dünnen Gewölbe gegenüber Frostschäden auf der Luftseite durch Abdeckplatte und Frostschutzwand gesichert. In dem so entstandenen Innenraum wird die Temperatur kleineren Schwankungen unterworfen sein als an den den direkten Witterungseinflüssen ausgesetzten Aussenflächen des Bauwerkes. Zwischen der Innen- und Aussenfläche der Gewölbe wird ein Temperaturgefälle entstehen, das die folgenden Momente am Gewölbe erzeugt:

$$M = - \frac{\omega \Delta t E J}{d}$$

$\Delta t = t_i - t_a$, wobei t_i die Betontemperatur auf der Innenseite und t_a diejenige auf der Aussenfläche (Wasserseite) ist. Da das Moment über den ganzen Bogen konstant ist und eine beträchtliche Grösse erreichen kann, ist es kaum möglich, die Armierung in der Zone der Momenten-Nullpunkte zu reduzieren. Sehr wahrscheinlich sind die luftseitigen Risse an der Vöhrenbach-Talsperre (Deutschland) einer zu kleinen Annahme des Temperaturgefälles von aussen nach innen zuzuschreiben.



SCHNITT A-A



SCHNITT B-B

Abb. 3. Schnitte 1:500 (vergl. Abb. 1)

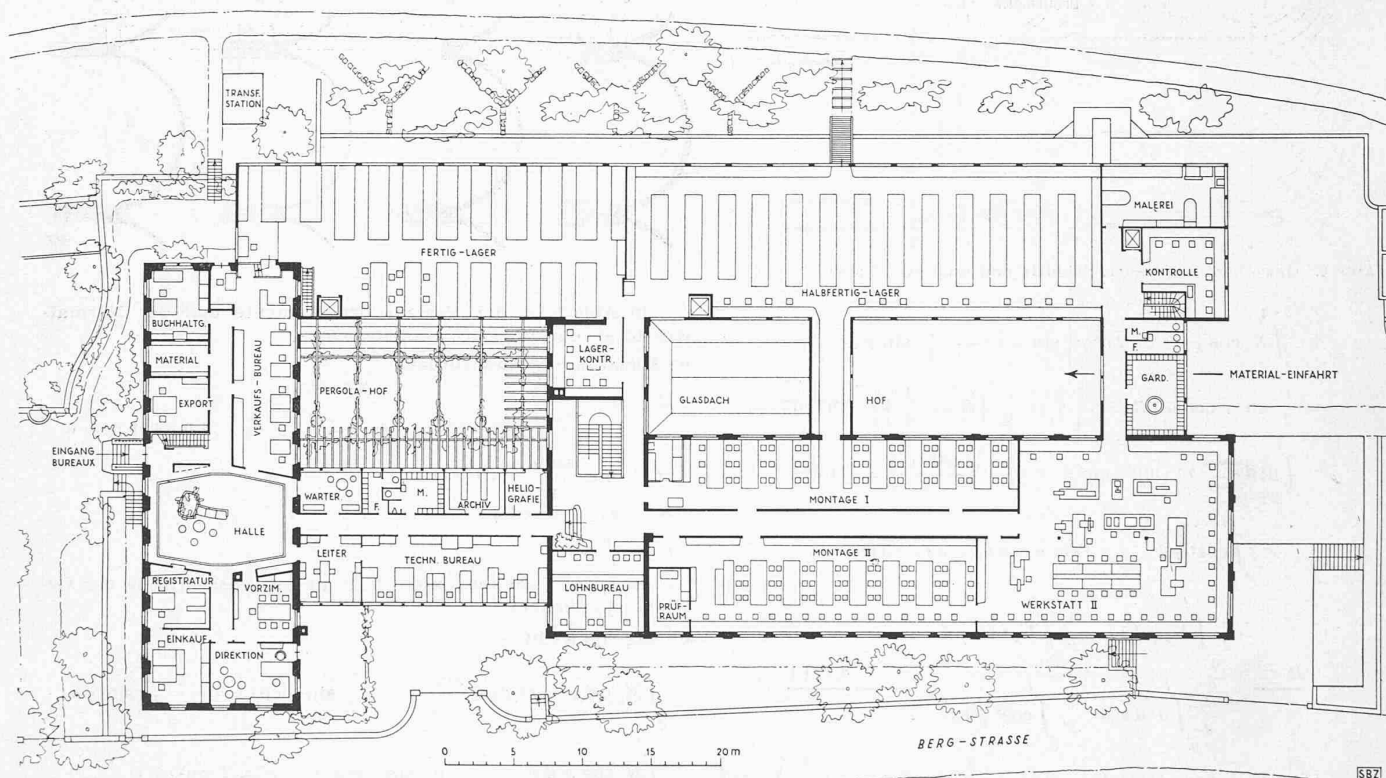


Abb. 2. Obergeschoss 1:500

Erweiterung und Umbau der Fabrik für elektr. Apparate Ad. Feller A.-G. in Horgen

HANS FISCHLI, OSKAR STOCK, Architekten, Zürich

Die Anlage steht oberhalb Horgen in der «Stotzweid». Der Abfluss des Horgener Weihers wird ursprünglich bestimmend gewesen sein für die Errichtung einer Werkstatt in so grosser Entfernung vom Dorf- und Seeverkehr. Das ursprüngliche Fabrikgebäude war im Vergleich zur heutigen Anlage sehr klein, es befand sich an Stelle des heutigen Bureaugebäudes. Es ist bezeichnend, dass die erste Erweiterung der Fabrikationsräume eine Folge des Krieges 1914/18 war, also der Zeit, in der der Elektroindustrie ebenfalls durch Blockade und Unterseebootkrieg grosse Wichtigkeit zukam. Es entstand der lange zweistöckige Massivbau an der Stotzweidstrasse.

Das alte Fabrikgebäude, das senkrecht zur Strasse und zum Hang steht, beherbergte im Untergeschoss Werkstätten, im Erdgeschoss und I. Stock Bureau- und Lagerräume. Während das alte Fabrikgebäude in den Fassaden

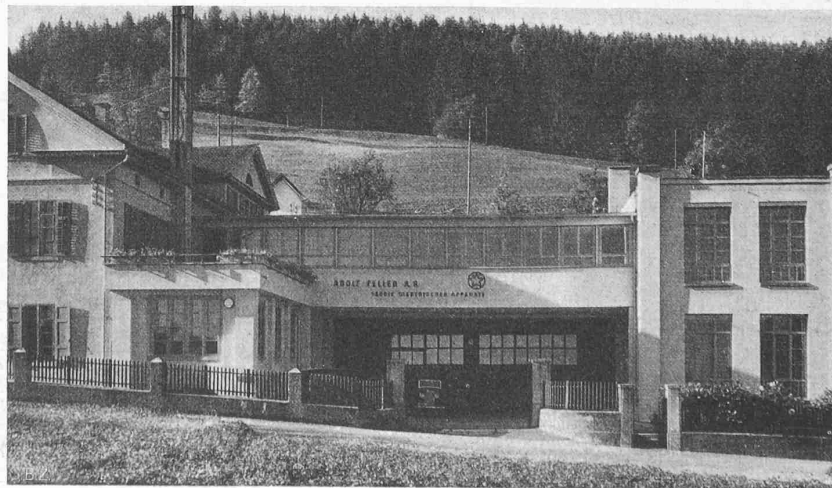


Abb. 4. Der neue Bureau-Trakt zwischen Altbau (links) und Bau von 1916 (rechts)