

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 121/122 (1943)  
**Heft:** 24

**Artikel:** De la stabilité des chambres d'équilibre et des systèmes de chambres d'équilibre  
**Autor:** Jaeger, Charles  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-53223>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: De la stabilité des chambres d'équilibre et des systèmes de chambres d'équilibre. — Der Akademiker als Konstrukteur. — Neue Gittertheorie. — Elektro-pneumat. Energiespeicherung System Huguenin. — Standardisierung im Schwedischen Bauwesen. — Nachtrag zur Ausstellung «Deutsche Wertarbeit» im Kunstgewerbemuseum Zürich. — Nekrologe: Albert Huguenin. Paul Simon. — Mitteilungen: Die Einweihung der Schule für Architektur und Stadtbau der Universität Lausanne.

Stand und Aussichten des Flugverkehrs. Alter und neuer Nivellement-horizont. Hinterrhein-Kraftwerke. Zeitschriften. — Literatur. — Wettbewerbe: Primarschulhaus auf dem Felsberg, Luzern. Bebauungsplan Sursee. Dorfplatz mit Schul- und Gemeindehaus in Meyrin, Genf. Orts-gestaltung der Gemeinde Rüschlikon. Zwei eidg. Verwaltungsgebäude in Bern. — Mitteilungen der Vereine. Vortragskalender.

## Band 122

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

## Nr. 24

## De la stabilité des chambres d'équilibre et des systèmes de chambres d'équilibre

(Suite de la page 257)

Par CHARLES JAEGER, Dr. ès sc. techn., Privat-docent à l'E. P. F., Collaborateur du Laboratoire de recherches hydrauliques E. P. F. à Zurich

## II. LA CHAMBRE D'EQUILIBRE CYLINDRIQUE

1. Application de la «méthode estimative» (Abschätzungsverfahren) de Schüller-Karas

Voici quel est le raisonnement fait par Schüller<sup>5)</sup> et amplement développé par Karas<sup>6)</sup>: On peut toujours ramener une équation de la forme (5) à une équation telle que:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \varphi(t) \frac{dz}{dt} + \psi(t) z = 0 \quad (9)$$

où  $\varphi(t)$  et  $\psi(t)$  sont des fonctions du temps  $t$ , par l'intermédiaire de  $z$ ,  $dz/dt$ , etc.

Revenons à l'équation (6). Multiplions chaque terme par  $\frac{dz}{dt} dt$  et intégrons de  $-\delta t$  à  $t$ . On obtient successivement

$$\int_{-\delta t}^t \frac{d^2 z}{dt^2} \frac{dz}{dt} dt + b \int_{-\delta t}^t \frac{dz}{dt} dt = -2a \int_{-\delta t}^t \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 dt \quad (10)$$

ou encore

$$\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right]_{-\delta t}^t + b \left[ \frac{z^2}{2} \right]_{-\delta t}^t = -2a \int_{-\delta t}^t \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 dt \quad (11)$$

On voit alors<sup>7)</sup> que le membre de gauche de l'équation (11) représente la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système, à condition que  $b$  soit positif. Si  $a$  est positif, cette somme des énergies est constamment négative en prenant comme point de référence l'instant  $t = -\delta t$  où les énergies sont nulles.

Partons maintenant de l'équation (9) et opérons de même. Nous aurons en supposant  $\delta t$  très petit:

$$\int_0^t \frac{d^2 z}{dt^2} \frac{dz}{dt} dt + \int_0^t \psi(t) z \frac{dz}{dt} dt = - \int_0^t \varphi(t) \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 dt \quad (12)$$

Faisons les deux hypothèses restrictives suivantes:  $\varphi(t)$  et  $\psi(t)$  sont des fonctions de  $t$ , mais telles qu'elles varient peu avec  $t$  (ce qui malheureusement ne se vérifiera point entièrement et affaiblira la portée des raisonnements!), supposons en outre que l'on puisse définir des valeurs moyennes  $\varphi_m(t)$  de  $\varphi(t)$  et  $\psi_m(t)$  de  $\psi(t)$ . Dans ces conditions, on peut écrire (12) sous la forme:

$$\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right]_0^t + \psi_m(t) \left[ \frac{z^2}{2} \right]_0^t = - \varphi_m(t) \int_0^t \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 dt \quad (13)$$

Le raisonnement de Schüller, repris et développé par Karas, consiste à comparer et à confondre la courbe  $z = z(t)$  qui représente la solution réelle du mouvement telle que la donne l'équation (9) avec la solution approchée telle qu'elle ressort de l'équation:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \psi_m(t) z = - \varphi_m(t) \frac{dz}{dt} \quad (14)$$

où  $\varphi_m(t)$  et  $\psi_m(t)$  sont des constantes. Or, cette dernière équation représente un mouvement amorti si:

$$\psi_m(t) > 0 \text{ et } \varphi_m(t) > 0$$

Pour que la substitution proposée ait un sens, il est bien indispensable que les hypothèses relatives à  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $\varphi_m(t)$  et  $\psi_m(t)$  soient satisfaites. Mais, même en ce cas, il est bien entendu qu'il s'agit d'une méthode «estimative», ainsi que la dénomme Schüller, c'est-à-dire d'une voie d'analyse approchée.

Schüller d'ailleurs, n'avait pas posé les conditions  $\psi_m(t) > 0$  et  $\varphi_m(t) > 0$ , mais écrivait simplement  $\psi(t) > 0$  et  $\varphi(t) > 0$ , conditions qui se prêtent mal à la discussion, ainsi que nous le verrons, et auxquelles il est parfois même impossible de satisfaire.

<sup>5)</sup> Schüller: Eine wirtschaftliche Wasserschlossform. «SEZ» tome 89 (1927) et Frank et Schüller: «Schwingungen in den ...» (op. cit.) p. 92.

<sup>6)</sup> K. Karas: Rechnerische Ermittlung der Spiegelbewegung gedämpfter Wasserschlosser. «Ingenieur-Archiv», décembre 1941.

<sup>7)</sup> Ollivier: Cours de Physique générale, tome III (Edition de 1932), page 68.

En poursuivant ses calculs, Schüller avait montré qu'il convient, dès que les oscillations ne sont pas infiniment petites, d'écrire au lieu de la formule de Thoma: (7b), la relation<sup>8)</sup>:

$$F \geq \frac{w_0^2}{g} \frac{L f}{P w_0^2 H} \quad (15)$$

ce qui revient à poser:  $n^* \cong 2$ , compte tenu du fait que  $H \neq H_0$ . Karas va même plus loin et précise que cette valeur limite de  $F$  est celle admissible à hauteur du niveau statique et que  $F$  croît à une certaine distance en dessous de ce niveau jusqu'à  $n^* = 3$  et au delà; ce qui donnerait en réalité  $n^* \cong 3$  pour qu'une chambre cylindrique soit simplement stable, l'oscillation étant, à la limite, sinusoïdale. Il faudrait encore ajouter à  $n^*$  une certaine marge de sécurité pour assurer l'amortissement des oscillations.

Ce résultat est décevant, car il impose des chambres très grandes. De plus, il n'est point non plus satisfaisant, car on ne voit figurer nulle part, ni dans la formule finale de Schüller, ni dans celle de Karas, le rapport  $z_{\max}/H$  qui certainement joue un rôle essentiel, et l'on ne voit pas non plus pour quelle raison, en passant graduellement des oscillations très petites à des oscillations d'amplitude finie, on devrait passer brusquement de  $n^* = 1$  à  $n^* = 2$ , et même plus. En fait, les développements de Schüller et Karas reposent sur un certain nombre d'hypothèses un peu fragiles qu'il convient de vérifier ou même de rectifier.

Pour préciser le sens de notre remarque, nous reproduisons l'équation [84] d'un récent travail de Karas<sup>9)</sup>, équation qu'on obtient en écrivant explicitement la condition  $\varphi(t) > 0$ . Karas écrit que:<sup>10)</sup>

$$[84] \left( -\frac{1}{F_z} \frac{dF_z}{dz} + \frac{Pg F_z}{Lf} \right) \frac{dz}{dt} + \frac{2PgC}{Lf(H+z)} - \frac{C}{F_z(H+z)^2} > 0 \quad (16)$$

$F_z$  est la section de la chambre, supposée variable avec  $z$ . Dans cette équation,  $dz/dt$  est donné par l'équation de continuité

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{C}{F_z(H+z)} + \frac{f}{F_z} w$$

On peut, ainsi que le montre Karas, intégrer l'équation [84] et obtenir la loi  $F_z = F_z$  en supposant  $w = w_1 = \text{const.}$ ,  $w_1$  étant la vitesse dans la galerie d'amenée au début du phénomène ( $t = 0$ ). Mais pareille hypothèse, quelque séduisante qu'elle soit pour le calculateur qui se trouve en présence d'une équation différentielle à intégrer, n'est admissible que tout au début du mouvement, au temps  $t = 0$ ; dès que le temps croît,  $w$  s'avère être une fonction du temps,  $w = w(t)$ , et l'hypothèse n'est plus admissible. Or, ce qui nous intéresse, lorsque nous voulons étudier la stabilité de la chambre, c'est précisément l'allure du phénomène au cours d'un certain nombre de phases et non point au seul instant  $t = 0$ . Il faut donc rejeter l'hypothèse de Karas et suivre un autre raisonnement.

Si les oscillations sont à la limite de la stabilité, on ne commettra pas une grande erreur en admettant qu'elles sont de forme sinusoïdale. Supposons en outre que  $F_z = F$  est constant, c'est-à-dire que  $dF_z/dz = 0$ ; en employant des notations classiques<sup>11)</sup>, nous écrivons (Fig. 1):

$$z = z_0 + s; \quad z_0 = -Pw_0^2$$

$$s = \pm Z_* \sin \frac{2\pi t}{T}; \quad \frac{dz}{dt} = \frac{ds}{dt} = \pm \frac{2\pi Z_*}{T} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

$$Z_* = \frac{Q_0}{F} \sqrt{\frac{LF}{gf}} \quad (12); \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{LF}{gf}}$$

et

$$F \frac{dz}{dt} = \frac{2\pi Z_*}{T} F \cos \frac{2\pi t}{T} = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$$

<sup>8)</sup> Frank et Schüller, op. cit., p. 104, équation (61).

<sup>9)</sup> Karas, op. cit.

<sup>10)</sup> On obtient cette équation en introduisant la condition de régulation (1) dans le système d'équations des oscillations.

<sup>11)</sup> Voir p. ex.: Calame et Gaden: «Théorie des chambres d'équilibre».

<sup>12)</sup>  $Z_*$  est donc l'élongation maximum des oscillations dans un système sans frottement.

Nous prendrons le signe (—) lorsqu'il s'agit d'une manœuvre d'ouverture<sup>13)</sup>. On peut alors (en posant  $F = nLf/2gP(H+z_0)$  et  $Q_0 = C/(H+z_0)$ ) ramener la condition limite (16)  $\varphi(t) > 0$  à la relation:

$$\varphi(t) = \frac{2gPC}{Lf(H+z_0+s)} - \frac{2gPC(H+z_0)}{nLf(H+z_0+s)^2} - \frac{gPC}{Lf(H+z_0)} \cos \frac{2\pi t}{T} \geq 0$$

ou encore:

$$\varphi(t) = \frac{2gPC}{Lf(H+z_0)} \left[ \frac{1}{1 + \frac{s}{H+z_0}} - \frac{1}{n \left(1 + \frac{s}{H+z_0}\right)^2} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi t}{T} \right] \geq 0$$

En supposant que  $s/(H+z_0)$ , sans être négligeable, est relativement petit par rapport à l'unité, on trouve de façon approchée:

$$\varphi(t) \cong \frac{2gPC}{Lf(H+z_0)} \left[ 1 - \frac{1}{n} - \left(1 - \frac{2}{n}\right) \frac{s}{H+z_0} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi t}{T} \right] \geq 0$$

On s'aperçoit alors que, en raison de la présence du terme en  $\cos 2\pi t/T$ , la condition  $\varphi(t) > 0$  ne permet pas de discuter utilement le problème. Nous lui substituerons la condition  $\varphi_m(t) > 0$ , en nous rappelant la définition de  $\varphi_m(t)$ , déjà utilisée pour écrire l'équation (13)

$$\varphi_m(t) = \frac{\int_0^t \varphi(t) \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt}{\int_0^t \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt} \quad \dots \quad (13a)$$

On vérifie que  $\varphi_m(t)$  existe réellement et que l'on obtient alors:

$$\frac{Lf(H+z_0)}{2gPC} \varphi_m(t) \cong 1 - \frac{1}{n} - \frac{1-2/n}{H+z_0} \frac{\int_0^t \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt}{\int_0^t \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt} - \frac{1}{2} \frac{\int_0^t \cos \frac{2\pi t}{T} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt}{\int_0^t \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 dt} \geq 0$$

ou, en remplaçant  $s$  par sa valeur  $s \cong -Z_* \sin 2\pi t/T$

$$n \geq n^* = \frac{1 - \frac{2Z_*}{3(H+z_0)} \frac{\cos^2 \frac{2\pi t}{T} - 1}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{2} \frac{2\pi t}{T}}}{1 - \frac{Z_*}{3(H+z_0)} \frac{\cos^2 \frac{2\pi t}{T} - 1}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{2} \frac{2\pi t}{T}} - \frac{1}{2} \frac{\sin \frac{2\pi t}{T} \left( \frac{1}{3} \cos^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2}{3} \right)}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{2} \frac{2\pi t}{T}}} \quad (17)$$

Pour discuter cette formule encore trop compliquée, nous allons la décomposer comme suit:

Pour de très petites valeurs de  $Z_*/(H+z_0)$ , l'inéquation (17) se réduit à

$$n \geq n_1^* = \frac{1}{1 - \frac{\sin \frac{2\pi t}{T} \left( \frac{1}{3} \cos^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2}{3} \right)}{\frac{1}{2} \sin \frac{4\pi t}{T} + \frac{2\pi t}{T}}} \quad \dots \quad (18)$$

qui représente la seule influence du terme  $dz/dt$ . On voit immédiatement (fig. 2), en traçant la courbe  $n_1^* = n_1^*(t)$ , que  $n_1^*$  tend rapidement vers 1 par valeurs alternativement  $> 1$  et  $< 1$ . Les parties de la courbe situées au dessous de l'unité compensant celles qui sont au dessus. On peut donc estimer que l'influence du terme en  $dz/dt$  devient assez rapidement négligeable dès que  $t > T/2$  et poser que  $n_1^*$  est égal à l'unité ou légèrement supérieur à 1. Ce premier résultat signifie que, à ne considérer que des oscillations petites, quoique finies,  $n^*$  tend vers 1 et non vers 2 ou 3 comme le voulaient les formules de Schüller et de Karas. Il faut maintenant interpréter la formule (17) pour le cas d'oscillations d'amplitude non négligeable.

<sup>13)</sup> En fait, seule la manœuvre d'ouverture est intéressante; La fermeture totale ne donne jamais lieu à des phénomènes d'instabilité, car  $Q = 0$  est un cas particulier du groupe  $Q = \text{const.}$ , dont nous savons qu'il ne nous intéresse pas ici.

En nous inspirant de ce premier résultat nous écrivons (17) sous la forme approchée<sup>14)</sup>:

$$n^* \cong \left( 1 + \frac{Z_*}{3(H+z_0)} \frac{1 - \cos^2 \frac{2\pi t}{T}}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi t}{T}} \right) \times \left[ 1 : \left( 1 - \frac{\sin \frac{2\pi t}{T} \left( \frac{1}{3} \cos^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2}{3} \right)}{\frac{1}{2} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi t}{T}} \right) \right] \quad \dots \quad (19)$$

ou

$$n^* \cong n_1^* \left( 1 + \frac{Z_*}{3(H+z_0)} f(t) \right) = n^{**} n_1^* \quad \dots \quad (19a)$$

Pour établir une formule approximative maniable, nous retenons que, des deux facteurs  $n^{**}$  et  $n_1^*$ , dont le produit nous donne  $n^*$ , le second tend rapidement vers l'unité. Il faut, pour se rendre compte des variations de  $n^*$  étudier la fonction

$$f(t) = \frac{1 - \cos^2 \frac{2\pi t}{T}}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi t}{T}}$$

qui figure au premier terme et que nous avons également reproduite sur la fig. 2. Cette fonction qui s'annule pour  $t = T, 2T, 3T$  etc. passe par les valeurs extrêmes 1,45, 0,425, 0,254 etc. Nous aurons pour  $n^*$ , valeur du coefficient de sécurité à partir de laquelle les oscillations non infiniment petites sont stables, une valeur limite, si nous substituons à  $f(t)$  sa valeur maximum  $f_{\max}(t) = 1,45$  et si nous écrivons

$$n^* = \left( 1 + 0,482 \frac{Z_*}{H+z_0} \right) \quad \dots \quad (20)$$

C'est cette relation finale, donnant  $n^*$  en fonction de  $Z_*/(H+z_0)$ , qu'il s'agit de contrôler par des calculs directs point par point et que nous utiliserons par la suite pour déterminer les dimensions utiles d'une chambre cylindrique.

En se plaçant au seul point de vue mathématique, il serait certes possible d'étudier plus à fond la fonction  $n^* = n^* \left( \frac{Z_*}{H+z_0} \right)$ .

Nous avons cependant de bonnes raisons de nous arrêter à cette étude sommaire. La première est que la formule (20) est suffisante pour les besoins pratiques. La seconde est que les hypothèses fondamentales de la méthode estimative de Schüller-Karas ne sont point vérifiées de façon suffisante pour justifier de plus amples calculs. Si nous reproduisons, pour une valeur donnée du rapport  $Z_*/H_0$  les courbes  $\varphi(t)$  et  $\psi(t)$ , nous constaterions qu'elles varient amplement avec le temps, en sorte que l'une de nos hypothèses de calcul se trouve vérifiée de façon insuffisante.

Enfin, d'avoir examiné ce que donne la condition  $\varphi_m(t) > 0$  ne nous renseigne pas sur ce que devient la condition  $\psi_m(t) > 0$ . Alors que Thoma indique que l'on doit avoir  $Pw_0^2 < H/2$ ,

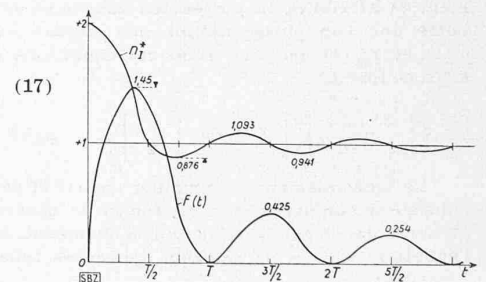


Fig. 2. Fonctions  $n_1^*$  et  $f(t)$  figurant dans

$$n^* \cong n_1^* \left[ 1 + \frac{Z_*}{3(H+z_0)} f(t) \right]$$

Schüller calcule que l'on doit écrire  $Pw_0^2 < H/4$ . Karas<sup>15)</sup>, qui a étudié le problème plus à fond, trouve  $Pw_0^2 < H/3$  à  $H/6$  selon les types de chambres. Or, l'analyse de l'équation (20) et la confrontation avec les calculs directs de Frank, que nous allons entreprendre au paragraphe suivant, prouve que l'on ne peut pas se satisfaire de relations aussi simples.

On a bien l'impression, qu'avec la formule (20), on a atteint l'essentiel de ce qu'il nous importe de savoir pour le moment et qu'il est difficile d'aller plus outre, à moins de suivre de tout autres chemins que celui indiqué par Schüller et Karas, avec leur «méthode estimative».

<sup>14)</sup> Pour passer de (17) à (19), on constate que l'on peut écrire:

$$n^* = \frac{1-2x}{1-x-y} \cong \frac{1-2x}{(1-x)(1-y)} \cong (1-2x)(1+x) \left( \frac{1}{1-y} \right) \cong \frac{1-x}{1-y}$$

<sup>15)</sup> Karas, op. cit., p. 397, formule (78b).

## 2. Contrôle de la formule (20) par la méthode graphique de calcul point par point. Précisions sur la puissance limite d'une usine

Cette formule (20) a été déduite en supposant que les oscillations sont d'amplitude moyenne. Il y aurait donc un intérêt certain à la confronter avec des résultats de calcul direct, ce qui nous permettrait de dire dans quelle mesure et dans quel domaine elle est valable. Nous pouvons heureusement le faire, grâce à une récente publication, pleine d'intérêt, de Frank<sup>16)</sup>. Cet auteur s'est appliqué à trouver les lois de stabilité des chambres d'équilibre en procédant à de très nombreux calculs directs au moyen de la méthode graphique de Braun<sup>17)</sup>. On arriverait d'ailleurs aux mêmes résultats en appliquant la méthode graphique de Schoklitsch<sup>18)</sup>.

Frank introduit dans ses calculs les valeurs relatives d'après Vogt, dont nous rappelons les définitions:

$$\varepsilon = \frac{L f w_0^2}{g F (P w_0^2)^2} = \frac{f}{g F} \frac{k^4 R^{8/3}}{L w_0^2} = \left( \frac{Z_*}{P w_0^2} \right)^2 = \frac{1}{p_0^2}$$

$$\beta = \frac{P w_0^2}{H} = p_0 \frac{Z_*}{H}; m = \frac{w_1}{w_0}; x = \frac{Z}{P w_0^2}; \bar{x} = \frac{x}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{z}{Z_*}$$

$$y = \frac{w}{w_0}$$

$w_1$  = vitesse correspondant au débit initial  $Q^*$ ,  $w_0$  = vitesse de régime final  $Q_0$ .  $p_0$  est égal, d'après la définition donnée par

Calame et Gaden, à  $P w_0^2 / Z_*$ , où  $Z_* = w_0 \sqrt{\frac{L f}{g F}}$ .

Puis il montre que l'on peut mettre les équations (3) et (4) sous la forme:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{x + y^2}{1 + \beta x - y} \quad \dots \quad (21)$$

Ce qui signifie que, dans un diagramme en  $(y, x)$  où  $y$  est une vitesse relative et  $x$  une amplitude relative, la courbe  $f(y, x) = 0$  représentative de l'oscillation dépend de  $\varepsilon$  et  $\beta$  seuls, ainsi que, bien entendu, des conditions aux limites c'est-à-dire de  $m$ . Or la courbe  $f(y, x) = 0$  a la forme d'une spirale qui s'enroule dans le sens de sa progression si l'oscillation est amortie, et qui se déroule si l'oscillation est instable et gagne en amplitude (figure 3a)<sup>19)</sup>. Si l'oscillation est à la limite de la stabilité, la courbe  $f(y, x) = 0$  est une courbe fermée (fig. 3b). On peut donc, pour une valeur  $m$  donnée ( $m = 0,5$  = ouverture de la demi-charge à la charge totale,  $m = 0$  = ouverture de  $Q = 0$  à la charge totale) et pour un  $\varepsilon$  donné, tracer des courbes  $f(y, x) = 0$  en prenant  $\beta$  comme paramètre. On trouve, par interpolation, la valeur particulière  $\beta^*$  qui correspond à la limite de la stabilité (condition  $\varphi(t) = 0$ ). En répétant ce calcul pour un certain nombre de valeurs  $\varepsilon$ , on obtiendra un ensemble de valeurs  $(\varepsilon^*, \beta^*)$  qui, reportées sur un diagramme  $(\varepsilon, \beta)$  donne une courbe

<sup>16)</sup> J. Frank: Zur Stabilität der Schwingungen in Schachtwasserschlossern mit unveränderlicher Leistungsentnahme. Bauingenieur 1942, p. 149.

<sup>17)</sup> La méthode de Braun, qui a été résumée dans la Schweiz. Bauzeitung du 12 mars 1921 est, à peu de chose près, celle dont Calame et Gaden se sont servis dans leur ouvrage classique sur la «Théorie des chambres d'équilibre».

<sup>18)</sup> A. Schoklitsch: Graphische Hydraulik. Teubner, Leipzig 1923 et Schweiz. Bauzeitung, 1923, tome 79, p. 129 et 146.

<sup>19)</sup> Les figures 3a, 3b, 3c ont été dessinées par Frank en prenant comme ordonnées  $\bar{x} = \frac{x}{\sqrt{\varepsilon}}$ .

Figures 3a, 3b, 3c d'après Frank

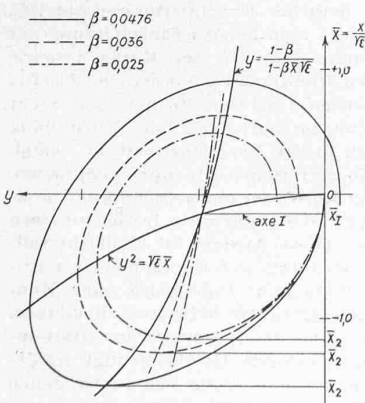


Fig. 3a. Diagramme  $(x, y)$  pour  $\varepsilon = 40$ ,  $m = 0$ ,  $\beta = 0,0476, 0,036$  et  $0,025$ .

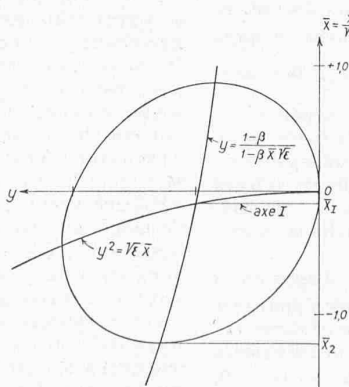


Fig 3b. Oscillations stables  $\varepsilon = 100$ ,  $m = 0$ ,  $\beta^* = 0,0196$

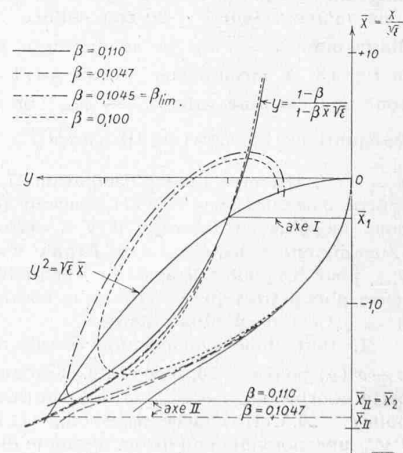


Fig. 3c.  $\varepsilon = 10$ ,  $m = 0$ ,  $\beta = 0,100, 0,1045, 0,1047$  et  $0,110$

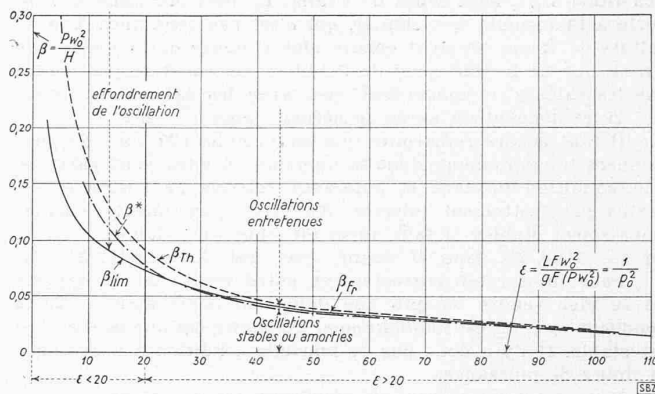


Fig. 4. Courbes  $\beta_{Th} = \beta(\varepsilon)$  Thoma,  $\beta_{Fr} = \beta(\varepsilon)$  Frank

$\beta^* = \beta(\varepsilon)$  et  $\beta_{lim} = \beta(\varepsilon)$

Région  $\varepsilon > 20$ : validité des courbes  $\beta_{Fr}$  ou  $\beta^*$

Région  $\varepsilon < 20$ : validité de la courbe  $\beta_{lim}$

qu'il s'agit précisément de confronter avec la courbe représentant l'équation (20) (fig. 4).

Pour le faire, il faut tout d'abord transformer la relation (20) en l'écrivant en valeurs relatives.

En effectuant les substitutions conformes aux définitions de  $\varepsilon$  et  $\beta$  on constate que l'expression (20) est équivalente à:

$$n^* = 1 + 0,482 \sqrt{\varepsilon^*} \frac{\beta^*}{1 - \beta^*} = \frac{F^*}{F_{Th}} = \frac{2}{\varepsilon^*} \frac{(1 - \beta^*)}{\beta^*} \quad (22)$$

ou encore

$$\frac{\beta^*}{1 - \beta^*} + 0,482 \sqrt{\varepsilon^*} \left( \frac{\beta^*}{1 - \beta^*} \right)^2 - \frac{2}{\varepsilon^*} = 0 \quad (22a)$$

A titre de comparaison, la relation de Thoma devient:

$$\varepsilon_{Th} = \frac{2(1 - \beta_{Th})}{\beta_{Th}} \quad \dots \quad (23)$$

La relation (15) de Schüller donnerait au contraire:

$$\varepsilon_{Sch} = 1/\beta_{Sch}$$

On peut maintenant confronter la courbe (22), la courbe (23) de Thoma et la courbe obtenue par Frank<sup>20)</sup> par calculs directs. On obtient (fig. 4), pour  $m = 0$ , le tableau I.

Tableau I<sup>21)</sup>

| $\varepsilon$ | 100    | 50     | 40     | 30     | 20     | 10    |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $\beta_{Th}$  | 0,0196 | 0,0385 | 0,0476 | 0,062  | 0,091  | 0,167 |
| $\beta_{Fr}$  | 0,0196 | 0,0368 | 0,044  | 0,0566 | 0,0735 | 0,103 |
| $\beta^*$     | 0,0181 | 0,0344 | 0,0424 | 0,0545 | 0,0776 | 0,138 |
| $\beta_{Sch}$ | 0,01   | 0,02   | 0,025  | 0,0333 | 0,050  | 0,10  |

<sup>20)</sup> J. Frank: «Der Bauingenieur», op. cit. et «Wasserkraft und Wasserwirtschaft», No. 12, tome 37 (1942), p. 280.

<sup>21)</sup> En étudiant des chambres d'équilibre réellement exécutées, on trouve des valeurs de  $\varepsilon$  variant de  $\varepsilon = 3$  (Innertkirchen) à près de 80. Mais ce sont des chambres pour lesquelles le constructeur a choisi, dans l'intention de réduire l'amplitude des oscillations, une valeur  $n$  grande. A la limite de l'oscillation sinusoïdale,  $\varepsilon$  pourrait dépasser 100. Mais au delà de  $\varepsilon = 100$ , la courbe  $\beta_{Fr} = \beta(\varepsilon)$  se confond avec celle de Thoma.

Les valeurs  $\beta_{Fr}$  sont celles de Frank. La dernière ligne se rapporte à la formule de Schüller, qui n'est pas confirmée. Les résultats de Karas seraient encore plus éloignés de la courbe de Frank que ne le sont ceux de Schüller. On constate par contre que les valeurs  $\beta^*$  concordent bien avec les valeurs  $\beta_{Fr}$ , pour  $\varepsilon > 20$  et donnent un excès de sécurité pour  $\varepsilon > 25$ .

Il faut encore remarquer que les formules (20) ou (22) contiennent implicitement, dans le domaine où elles sont valables, une condition limitant la puissance relative de l'usine et les pertes par frottement tolérées. En effet, pour que les oscillations soient stables, il faut qu'on ait pour un  $\varepsilon$  donné:  $\beta \leq \beta^*$ . Or  $\beta = Pw_0/H$ . Pour  $H$  donné,  $Pw_0$  est donc limité à  $\beta^*H$ .

Pour interpréter correctement notre remarque, il importe de se bien rendre compte que dans tout le domaine  $\varepsilon > 20$  la condition  $\beta < \beta^*$  est implicitement satisfaite dès que la chambre est stable. Il n'y a donc pas de nouvelle condition à poser pour la limite de puissance.

Mais il est intéressant de constater que les valeurs de  $Pw_0$  que l'on peut déduire du tableau I pour  $\varepsilon \geq 20$  sont de beaucoup inférieures à celles indiquées par Schüller et Karas. On a en effet, pour toute chambre stable, d'après le tableau II:

Tableau II

| $\varepsilon =$        | 100      | 50       | 40       | 30       | 20       |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\beta \leq \beta^* =$ | 0,018    | 0,034    | 0,042    | 0,055    | 0,078    |
| $Pw_0 \leq$            | $H/55,5$ | $H/29,4$ | $H/23,8$ | $H/18,2$ | $H/12,8$ |

Encore une fois, ce tableau II n'implique pas de condition nouvelle. Il constate le fait que, chaque fois que l'on peut choisir une chambre caractérisée par un grand  $\varepsilon$ , c'est que le rapport  $Pw_0/H$  ne dépasse pas quelques pour cents, ou au contraire que, pour des valeurs plus grandes du rapport  $Pw_0/H$ , on doit admettre des valeurs  $\varepsilon$  plus petites, correspondant à des chambres plus grandes.

Nous allons maintenant nous demander pour quelle raison la courbe (20) ou (22) n'est plus valable lorsque  $\varepsilon < 20$  et comment il y a lieu de procéder en ce cas.

Notre raisonnement va s'appuyer en grande partie sur les diagrammes  $x = x(y)$  de Frank, ou mieux sur ses diagrammes  $\bar{x} = \bar{x}(y)$ , où  $\bar{x} = \frac{x}{\sqrt{\varepsilon}}$  (fig. 3). D'après Frank, il y a état de régime lorsque les conditions

$$z = -Pw^2 \text{ ou } \bar{x} \sqrt{\varepsilon} = x = -y^2 \quad (21a)$$

et

$$Q = Q_0 \frac{H - Pw_0}{H + z} \text{ ou } \frac{1 - \beta}{1 + \beta \bar{x} \sqrt{\varepsilon}} - y = 0 \quad (21b)$$

(en valeurs relatives) sont satisfaites simultanément. La première courbe est une parabole, la seconde une hyperbole. Elles ont deux points d'intersection par lesquels passent deux axes d'oscillation I et II, d'ordonnées  $x_I$  et  $x_{II}$  (fig. 3c); l'axe I étant celui qui se trouve le plus rapproché du niveau statique. Schüller<sup>22)</sup> a montré que les oscillations autour de l'axe II ne sont pas stables.

Si nous examinons les diagrammes en  $\bar{x} = \bar{x}(y)$ , nous observons qu'au point où la spirale coupe l'hyperbole, on a  $d\bar{x}/dy = 0$ . La courbe spirale possède en ce point d'ordonnée  $\bar{x}_2$  un minimum. Pour  $\varepsilon > 20$  on a toujours  $|\bar{x}_2| < |\bar{x}_{II}|$  (fig. 3a et 3b). Ce n'est que pour  $\varepsilon < 20$  que l'on peut avoir  $\bar{x}_2 = \bar{x}_{II}$ . Voyons sur le diagramme fig. 3c, tiré de Frank, ce qui se passe alors. Admettons qu'une valeur  $\varepsilon < 20$  soit donnée. Tant que  $\beta$  est petit, le diagramme  $\bar{x} = \bar{x}(y)$  ne se distingue pas des diagrammes de la fig. 3a. A mesure que  $\beta$  croît,  $|\bar{x}_2|$  croît et  $|\bar{x}_{II}|$  décroît, et pour une certaine valeur  $\beta = \beta_{lim.}$ , on a  $\bar{x}_2 = \bar{x}_{II}$  avec, d'après les équations (21) (21a) et (21b),  $d\bar{x}/dy = 0$ . Si  $\beta > \beta_{lim.}$  la courbe

$\bar{x} = \bar{x}(y)$  traverse l'axe d'oscillation II, la spirale dégénère, la courbe d'oscillation  $z = z(t)$  descend au dessous de toute limite pour ne plus se relever: il y a «effondrement du système», «Zusammenbruch», comme dit Frank. On observe que les valeurs  $\beta_{lim.}$  pour lesquelles le système s'effondre sont, pour  $\varepsilon < 20$ , toujours plus petites que  $\beta^*$  et c'est la raison pour laquelle la courbe  $\beta^* = \beta^*(\varepsilon)$  n'est plus valable.

Il faut donc calculer un certain nombre de diagrammes  $\bar{x} = \bar{x}(y)$  pour  $\varepsilon = 20, 10, 6$  et 2,5. C'est ainsi que Frank a pu tracer cette courbe  $\beta_{lim.} = \beta_{lim.}(\varepsilon)$ , qui continue la courbe  $\beta^* = \beta^*(\varepsilon)$  pour  $\varepsilon < 20$ . Cette courbe  $\beta_{lim.} = \beta_{lim.}(\varepsilon)$  introduit pour les valeurs  $Pw_0$  une nouvelle condition, distincte de la condition  $q_m(t) > 0$ , qui nous permet d'établir le tableau III donnant  $Pw_0$  en fonction

Tableau III

| $\varepsilon =$             | 20       | 10      | 6        | 2,5     |
|-----------------------------|----------|---------|----------|---------|
| $\beta \leq \beta_{lim.} =$ | 0,075    | 0,1045  | 0,134    | 0,205   |
| $Pw_0 \leq$                 | $H/13,3$ | $H/9,5$ | $H/7,45$ | $H/4,9$ |

de  $H$ . La fig. 4, ainsi complétée, permet de préciser le domaine du plan  $(\varepsilon, \beta)$ , où l'on doit choisir les valeurs de  $\varepsilon$  et de  $\beta$  pour qu'il n'y ait ni oscillations entretenues, ni effondrement du système.

Dans leur ouvrage

«Théorie des chambres d'équilibre» Calame et Gaden donnent un abaque<sup>23)</sup> des elongations relatives  $\bar{x}_2$  en fonction de  $p_0$ . Cet abaque est calculé sans tenir compte du réglage des turbines, c'est-à-dire pour un cas idéal pour lequel  $H = \infty$  et  $\beta = 0$ . Ils trouvent alors que

$$\bar{x}_2 \cong -1 - 0,125 p_0$$

Nous posséderions maintenant toutes les données utiles pour

construire un abaque plus général qui tienne compte de  $H$  en prenant  $\beta = Pw_0/H = p_0 \frac{Z_*}{H}$ , comme paramètre. La fig. 5 est

une esquisse d'un pareil abaque qui, construite à l'aide d'un nombre restreint de points, a uniquement pour but de montrer que les valeurs  $|\bar{x}_2|$  peuvent être de beaucoup plus grandes que celles données par la formule usuelle  $\bar{x}_2 \cong -1 - 0,125 p_0$ .

(à suivre)

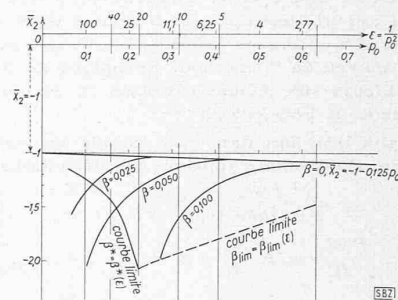


Fig. 5. Abaque d'ouverture complète instantanée compte tenu de la perte de charge et du réglage à puissance constante

## Der Akademiker als Konstrukteur

Ein in der Industrie tätiger Maschineningenieur schreibt uns:

Wenn man Gelegenheit hatte, vor dem Kriege in Fabriken verschiedener Länder als Konstrukteur von kalorischen Maschinen tätig zu sein, fiel unwillkürlich der ungleiche Prozentsatz von Akademikern am Reissbrett auf. Während z.B. in einer der grössten Motorenfabriken Deutschlands fast 40% der Konstrukteure Absolventen einer Technischen Hochschule sind, findet man in Frankreich sozusagen keinen Akademiker in diesem Berufszweig tätig. England liegt in dieser Beziehung näher bei Deutschland, während die Schweiz sich mehr Frankreich nähert.

Worin mögen die Ursachen dieser Verhältnisse in der Schweiz liegen? Wenn man ihnen nachgeht, so wird man die Gründe für das geringe Interesse der Absolventen der E.T.H. am Konstrukteurberuf an verschiedenen Stellen finden: bei der Ausbildung an der E.T.H., bei der Einstellung der Fabrikleitung und nicht zuletzt beim Akademiker selbst.

Ziel der Hochschule kann nie die volle Ausbildung eines jungen Menschen für einen bestimmten Berufszweig sein; die Hochschule will und kann ihm nur das Rüstzeug für seinen späteren Beruf geben, mit dem er dann die kommenden Aufgaben zusammen mit der Erfahrung aus der Praxis meistern soll. Es ist also nicht die Aufgabe einer Hochschule — ganz abgesehen von der Unmöglichkeit aus zeitlichen Gründen — den Absolventen als Konstrukteur ins Leben zu entlassen.

Was nun die Einstellung mancher Fabrikleitungen betrifft, so findet man leider da und dort eine höhere Einschätzung der Berechnungs- und Versuchsingenieure als der Konstrukteure. Ob diese Einstellung, an deren Richtigkeit wohl manche Zweifel erwachsen, heute noch so verbreitet ist wie früher, soll nicht weiter untersucht werden, sicher ist nur, dass diese Einstellung mit ein Grund ist, warum sich in der Vergangenheit so wenige Absolventen der E.T.H. dem Konstrukteurberuf zugewandt haben. Man hört hierbei oft, dass der Absolvent eines Technikums konstruktive Probleme geradeso gut oder sogar noch besser zu lösen vermöge, als der Akademiker. Diese Ansicht ist vielleicht teilweise auf den Mangel an Konstrukteuren mit akademischer Bildung zurückzuführen, indem manchmal Ingenieure ohne Konstruktionspraxis glauben, sich konstruktiv betätigen zu können. Solchen Dilettanten aber sind dann die Techniker am Brett infolge ihrer grossen Erfahrung überlegen. Gewiss genügt der gewöhnliche Konstrukteur völlig, um auf Grund von vorhandenen Zeichnungen bereits gelieferter Maschinen durch mehr oder

<sup>22)</sup> Frank et Schüller: «Schwingungen in den Zuleitungs- und Ableitungskanälen von Wasserkraftanlagen». Berlin 1938.

<sup>23)</sup> Calame et Gaden: «Théorie des chambres d'équilibre», Paris-Lausanne 1926, fig. 11, p. 109. Ces auteurs désignent  $\bar{x}_2$  par  $z_p$ .