

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 125/126 (1945)  
**Heft:** 11

## **Inhaltsverzeichnis**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Inhalt: Diagramme und Verfahren zur Berechnung beliebig belasteter, elastisch gestützter Balken. — Industrie-Schornsteine. — Krane zum Befahren von Ecken und engen Kurven. — Herausgabe der Werke Leonhard Eulers. — Konstruktion und Form im Bauen. — Mitteilungen: Neue Formen der Fertigbetonbauweise. Eidg. Techn. Hochschule. 25 Jahre Monatsbulletin des Schweiz. Vereins von Gas- und Wasserfachmännern. Störungen

im Kesselhaus und in den Wärmeversorgungsanlagen bei Fliegerangriffen. Die Zukunft des Elektrizitätsbedarfes im Haushalt. Das Strassenprojekt Basel-Delsberg. — Nekrologe: Johannes Scheier. Ernest Loew. — Wettbewerbe: Musikpavillon in Rorschach. Kirche und Pfarrhaus in Gümligen. Bebauungsplan Lugano-Castagnola. — Mitteilungen der Vereine. — Vortragskalender.

## Band 125

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Verlagsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11

## Diagramme und Verfahren zur Berechnung beliebig belasteter, elastisch gestützter Balken

Von Ing. Dr. A. MANGER, in Firma Ed. Züblin & Cie., A.-G., Zürich

(Alle Rechte vorbehalten)

**Inhalts-Übersicht.** Es werden Diagramme dargestellt, mit denen für einige Typen elastisch gestützter Balken die Einflusslinien der Auflagerdrücke und der Auflager- bzw. Feldmittelmomente unmittelbar aufgezeichnet und auch der Einfluss eines am Balkenende angreifenden Drehmomentes untersucht werden können. Nach einigen Angaben über die Einflusslinien der Querkraft und für Zwischenschnitte, sowie über gewisse Tangenten an den Kurven, werden Anwendungen und Erweiterungen auf anormale Systeme besprochen und endlich wird ein einfaches Verfahren zur Untersuchung des Einflusses beliebiger Belastungen bzw. Verformungen der Balkenfelder erläutert. Das letztgenannte gestattet auch die Untersuchung von Balkensystemen mit Eingelenk-Feldern.

## 1. Voraussetzungen, Bezeichnungen, Berechnungsformeln

a) Das Steifheitsmass  $EJ$  des Balkens ist auf ganzer Länge konstant.

b) Alle Balkenfelder haben die gleiche Spannweite  $l$ .

c) Alle Stützen haben das gleiche elastische Senkmass  $e$  und schliessen gelenkig am Balken an.

Abweichungen von diesen Annahmen werden in den Abschnitten 3, 5, 6 besprochen.

Es bezeichnen:

$A, B, C, D, \dots$  = Ordnungsziffern der Stützen, von links nach rechts.

$1, 2, 3, \dots$  = dto. der Balkenfelder, gleichzeitig Bezeichnung der Feldmitteln.

$e$  = elastisches Senkmass der Stützen, = Senkung des Stützenkopfes beim Stützendruck  $C = 1$ .

$C, C_n, C_{nb}$  = Stützendruck, positiv nach unten auf die Stütze wirkend.  $C_n = C$  an der Stelle  $N$ ,  $C_{nb} = C$  bei  $N$  infolge einer Last bei  $B$ .

$Q$  = Querkraft, positiv links am Schnitt nach oben wirkend.

$\eta_s$  = Einflussordinate für  $Q_s$  im Schnitt  $S$ .

$M, M_2, M_n$  = Biegemoment, positiv wenn es in der unteren Balkenzone Zug erzeugt.  $M_2, M_n = M$  an den Stellen 2 bzw.  $N$ .

$M_{nb}$  = Moment bei  $N$  infolge einer Last bei  $B$ .

$D$  = äusseres, am linken Balkenende angreifendes Drehmoment, positiv wie  $M$ .

$c, c_n, c_{nb}$  = Einfluss-Ordinaten für den Auflagerdruck  $C$  bzw.  $C_n, C_{nb}$ .

$\mu, \mu_2, \mu_n, \mu_{nb}$  = Einfluss-Ordinaten für das Biegemoment  $M, M_2, M_n, M_{nb}$ .

$c', c'_n, \mu', \mu'_n$  = Koeffizienten zur Berechnung der Auflagerdrücke  $C$  bzw.  $C_n$  und Momente  $M, M_n$  infolge des Drehmomentes  $D$ .

Alle positiven (bzw. negativen) Ordinaten  $c, \mu, c', \mu'$  liegen in den Diagrammen unterhalb (bzw. oberhalb) der zugehörigen waagrechten Grundlinien und werden in den Einflusslinien entsprechend von der Balkenaxe aus aufgetragen. Das gleiche gilt für die Momente und Querkraft.

Nach Berechnung der Kennziffer  $k$  des Systems

$$k = \frac{6EJ}{l^2} e \quad (1)$$

werden alle Werte  $c, \mu, c', \mu'$  aus den Diagrammen abgegriffen oder gemessen und mit den angegebenen Masstäben zahlenmässig ausgewertet. Die Auflagerdrücke  $C$  und Momente  $M$  werden dann:

a) Infolge senkrechter Einzellasten  $P$ :

$$C = cP, \quad M = \mu Pl \quad (2) \quad (3)$$

b) Infolge eines Drehmomentes  $D$  am linken Balkenende<sup>1)</sup>:

$$C = 2c' \frac{D}{l}, \quad M = 2\mu' D \quad (4) \quad (5)$$

<sup>1)</sup> Die Zahl 2 in den Formeln (4), (5) entspricht dem Umstand, dass, um übersichtliche Figuren zu erhalten, in den Diagrammen die Werte  $c', \mu'$  in halber Grösse gegenüber  $c, \mu$  gezeichnet sind und dass, ohne die Zahl 2, die Masstäbe unbequem würden.

## 2. Zweck und Beschreibung der Diagramme

Die wenigen bekannten, praktisch brauchbaren Methoden zur vereinfachten Berechnung dieser Systeme erfordern meist noch ziemlich viel Arbeit<sup>2)</sup>. Die vorliegenden Diagramme haben nun den Zweck, bei einigen normalen Systemen die rechnerische Arbeit sozusagen ganz zu vermeiden, d. h. im wesentlichen auf die Auswertung von Einflusslinien zu beschränken, die auf einfache Weise mit den Diagrammen gezeichnet werden. Dabei werden kleine Übertragungs- und Zeichenfehler, die bei allen graphischen Verfahren entstehen, in Kauf genommen, da sie praktisch wenig Bedeutung haben.

Abgesehen davon, dass sie die genauere Untersuchung solcher Träger erleichtern und befördern, ermöglichen die Diagramme auch anschauliche Vergleiche verschiedener Systeme und können auch zur wesentlichen Kürzung der Berechnung anormaler Systeme verwendet werden.

Unsere weiteren Untersuchungen (besonders Abschnitt 7) führen ferner, auch für Balken auf festen Stützen zu interessanten Vereinfachungen gewisser Berechnungen.

Wir haben im Laufe der letzten Jahre Tabellen der Einflusszahlen  $c, \mu, c', \mu'$  für Balken auf mehreren Stützen mit verschiedenen Werten  $k$  und für Laststellungen über den Auflagern und Feldmitteln ausgerechnet. Alle diese Zahlen verändern sich mit  $k$  und es sind die vorliegenden Diagramme nichts anderes als eine geordnete graphische Darstellung dieser Funktionen mit Parallel-Koordinaten<sup>3)</sup>.

Zur Erläuterung ihres Aufbaues beziehen wir uns auf das einfachste Diagramm I (Seite 126) für Träger auf drei Stützen:

Es besteht, im linken und rechten Teil, aus senkrechten, den Kennziffern  $k$  als Abszissen entsprechenden Linien, auf denen, von waagrechten Grundlinien aus, verschiedene Kurvengruppen  $c_a, c_b, \mu_1, \mu_b, c', \mu'$  aufgetragen sind. Jede dieser Gruppen dient, bei gegebenem  $k$ , zum Aufzeichnen einer bestimmten Einflusslinie, bzw. zur Berechnung der Stützendrücke und Momente infolge eines Momentes  $D$  am Balkenende.

Die  $k$ -Linien gelten für die speziellen Werte  $k = 0, 0,05, 0,1, 0,25, 0,5, \dots, 25, 50, 100, \infty$  und es entsprechen ihre Abstände den Differenzen der Logarithmen der Werte  $k + 0,1$ . Die Senkrechte  $k = \infty$  ist willkürlich in 3 mm Abstand von  $k = 100$  gezeichnet.

Nach Gl. (1) gilt die Senkrechte  $k = 0$  für Balken auf festen Stützen ( $e = 0$ ),  $k = \infty$  dagegen für Balken auf sehr weichen Stützen ( $e = \infty$ ) oder für starre Balken ( $EJ = \infty$ ) auf nachgiebigen Stützen ( $e \neq 0$ ).

Die Kurvengruppe  $c_a$  bezieht sich z. B. auf die Einflusslinie des Auflagerdruckes  $C_a$  bei  $A$ . Die darin mit  $A, 1, B, 2, C$  bezeichneten Kurven stellen die Einfluss-Ordinaten an den Stellen  $A, 1, B, 2, C$  des Balkens, also die Werte  $c_{aa}, c_{a1}, c_{ab}, c_{a2}, c_{ac}$  dar.

Ausserdem sind noch zwei weitere Kurven  $1^*, 2^*$  für die Ordinaten  $c_{a1}^*, c_{a2}^*$  der Endtangente an der Einflusslinie in der Feldmitte 1 bzw. 2 gezeichnet. Auch in allen anderen Kurvengruppen beziehen sich diese, mit \* bezeichneten Kurven stets auf die Endtangente, d. h. auf ihre Ordinaten der Mitte des ersten und des letzten Balkenfeldes. Diese Endtangente gestattet, auch den Einfluss von Belastungen bei Balken-Endkonsolen festzustellen.

Die Kurven liegen, im Sinne von Abschnitt 1, unterhalb oder oberhalb der zugehörigen Grundlinie, wenn die Einflusszahlen

<sup>2)</sup> Ein bequemes Verfahren hat Dipl. Ing. E. Amstutz, Zürich, in der SBZ vom 18. Dez. 1937 (Bd. 110, S. 306\*) veröffentlicht. Es werden dabei zuerst feste Stützen angenommen und der Einfluss der Stützen-Nachgiebigkeit nachträglich mit übersichtlichen Formeln ermittelt.

<sup>3)</sup> Wir verzichten hier auf den Nachweis der Zahlenwerte, die unter Benützung der Schrift des Verfassers berechnet wurden: «Der durchlaufende Balken auf elastisch drehbaren und elastisch senkbaren Stützen, einschliesslich des Balkens auf stetiger elastischer Unterlage», von Dr. sc. techn. Alfred Manger, Dipl. Ing., Mitteilung Nr. 10 aus dem Institut von Baustatik an der E. T. H., Verlag A.-G. Gebr. Leemann & Co., Zürich, 1939.

Im vorliegenden Aufsatz sind zunächst nur Balken auf drei bis sechs Stützen dargestellt. Der Balken auf sieben Stützen folgt event. später, gleichzeitig mit einer Tafel zur Ermittlung der Auflager-Verschiebungen und -Verdrehungen aller Systeme.