

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67 (1949)
Heft: 18

Artikel: Die Gestaltung der Schienen-Fahrbahn
Autor: Peter, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-84048>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Gestaltung der Schienen-Fahrbahn

Von Ing. H. PETER, Inspektor beim Eidg. Amt für Verkehr, Bern

1. Allgemeines

Im Bahnverkehr sowohl als im Strassenverkehr sind die Fahrgeschwindigkeiten gegenüber früher erheblich gesteigert worden und damit auch die Anforderungen an die Fahrbahn, deren Unregelmässigkeiten sich umso unangenehmer und schädlicher bemerkbar machen, je schneller gefahren wird. Bei der Eisenbahn wird die Fahrbahn durch die Schienenköpfe gebildet, welche die Fahrzeuge tragen und leiten. Die Räder der Eisenbahnfahrzeuge sind dadurch charakterisiert, dass sie mit der Achse des Radsatzes fest verbunden sind und konische Radreifen mit Spurkranz besitzen. Die Mantellinien des Radreifenkegels sind unter 1:20 zur Achse des Radsatzes geneigt; auch die Schienen stehen in der Regel nicht senkrecht auf den Schwellen, sondern mit $\frac{1}{20}$ Anzug einwärts geneigt, so dass im Querschnitt die berührende Mantellinie des Radreifens senkrecht zur Schiene steht.

In der geraden Strecke liegen beide Schienenköpfe gleich hoch, und die konischen Radreifen bewirken, dass der Radsatz zentriert wird, so dass die Laufkreise beider Räder gleich gross sind. Das Grundmass der Spurweite beträgt 1435 mm (Normalspur); das entsprechende Mass des Radsatzes ist 1425 mm; der neue Radsatz hat also im neuen Gleis 10 mm Spiel, das sich im Betrieb durch Abnutzung der Schienen und Radreifen nach und nach vergrössern kann. Die Traglinie der Schienen befindet sich auf der gewölbten Oberfläche des Schienenkopfes, die Leitlinie (Leitkante, Fahrkante) an der inneren Seitenfläche, etwa 10 mm tiefer als die Traglinie. Eine Ebene durch die Leitlinie parallel zur Radsatzachse schneidet den Spurkranz in einer linsenförmigen Figur, die etwa 32 mm breit und 285 mm lang ist. Die Begrenzungen dieser Figur sind grösstenteils Hyperbeln, weil der Spurkranz in der Hauptsache durch Kegelflächen mit Spitze auf der Radsatzachse begrenzt ist. Steht der Radsatz normal zum Gleis (in der geraden Strecke), so erfolgt eine allfällige Berührung zwischen Schienenkopf und Spurkranz im Scheitel der Hyperbel; steht der Radsatz schief zum Gleis (in Kurven), so entfernen sich die Berührungspunkte beider Spurkränze eines Radsatzes gegenläufig vom Hyperbelscheitel weg, wodurch das der Spurweite entsprechende Mass des Radsatzes (1425 mm) etwas vergrössert wird.

2. Die Spurerweiterung

In Kurven wird die Spurweite in der Regel vergrössert. Nach den amtlichen Vorschriften darf die anfängliche Erweiterung 20 mm nicht überschreiten. Vergrösserungen der Spurweite durch den Betrieb sind zulässig bis zu 15 mm bei Normalspur und 10 mm bei Meterspur, so dass die Spurweite bei Normalspur im Maximum auf 1470 mm, bei Meterspur auf 1030 mm anwachsen kann. Verengerungen der Spurweite, wie sie etwa durch Schienenwanderung erzeugt werden, dürfen den Betrag von 3 mm nicht überschreiten.

Durch die Spurerweiterung in Kurven wird dem Radsatz ermöglicht, sich derart einzustellen, dass ein Gleiten der Räder vermieden wird. Infolge der konischen Radreifen haben die beiden Räder nur dann gleiche Laufkreise, wenn der Radsatz im Gleis zentriert ist; sobald er sich aus der Mitte verschiebt, wird der eine Laufkreis ebensoviel grösser wie der andere kleiner wird. Wenn die Differenz der Laufkreisumfänge gleich gross ist wie der Unterschied der Umdrehungswege auf dem äusseren und dem inneren Kurvenstrang, so findet ein Gleiten nicht statt. In diesem Fall muss die Spurerweiterung betragen

$$e = \frac{5sd}{R} - j$$

wobei s den Schienenabstand, d den mittleren Laufkreisdurchmesser, R den Radius der Kurve und j das Spiel des Radsatzes bedeutet. Mit $s = 1,5$ m, $d = 1,00$ m und $j = 0,01$ m erhält man brauchbare Werte von $R = 750$ m bis $R = 250$ m, nämlich

$$e = \frac{7,5}{750} - 0,01 = 0 \text{ bzw. } e = \frac{7,5}{250} - 0,01 = 0,02 \text{ m}$$

Dagegen ergibt sich für $R = 150$ m die Spurerweiterung $e = \frac{7,5}{150} - 0,01 = 0,04$ m, was nach den amtlichen Vorschriften nicht mehr zulässig ist.

In der Form $e = \frac{5sd}{R} - j \geq 0,02$ m gibt die Formel aber brauchbare Anhaltspunkte für die Bemessung der Spurerweiterung. Infolge Abnutzung der Schienen und Radreifen wird indessen die theoretisch berechnete Spurerweiterung mehr oder weniger problematisch.

Ein weiterer Grund, den Kurvengleisen Spurerweiterung zu geben, liegt in der Bauart der Fahrzeuge; besitzen diese mehr als zwei Achsen im gleichen Rahmen (Lokomotiven, dreiachsige Wagen), so ist eine gewisse Spurerweiterung erwünscht, damit sich die mittleren Achsen leichter einstellen können.

In der geraden Strecke sind Rad und Schiene parallel, in Kurven bilden sie miteinander einen Winkel, der mit Rücksicht auf die Materialabnutzung und die Entgleisungsgefahr möglichst klein bleiben soll. Die Spurerweiterung kann aber den Winkel zwischen Schiene und führendem Rad nicht verkleinern, sondern nur um den Betrag $\frac{e}{l}$ (Spurerweiterung geteilt durch festen Radstand) vergrössern, so dass also der Anlaufwinkel des führenden Rades bei Erstellung von Spurerweiterung etwas ungünstiger wird als bei strenger Spur.

3. Ueberhöhung und Fahrgeschwindigkeit in Kurven

Die zulässige Fahrgeschwindigkeit in Kurven kann nur dann ausgenutzt werden, wenn der äussere Schienenstrang relativ zum innern überhöht wird. Die maximal zulässige Ueberhöhung beträgt bei Normalspurbahnen 150 mm, bei Meterspurbahnen 105 mm. Die Ueberhöhungsrampe, d. h. der Uebergang von der Ueberhöhung null in der Geraden zum Endbetrag H in der Kreiskurve, soll in der Regel mit der Uebergangskurve zusammenfallen; sie darf nicht kürzer sein als 300 H bei Normalspur und 400 H bei Meterspur. Wird die Ueberhöhungsrampe steiler ausgeführt, so kann die Fahrbahn so stark windschief werden, dass die führenden Räder zu sehr entlastet werden und entgleisen. Diese Gefahr tritt namentlich bei der Fahrt aus der Kreiskurve in die Gerade ein; sie wächst mit der Steilheit der Ueberhöhungsrampe, mit der Steifigkeit der Achsrahmen, mit der Grösse des festen Radstandes und mit der Härte der Federung; bei umgekehrter Fahrtrichtung werden die führenden Räder nicht entlastet, sondern mehrbelastet.

Kurven, die nicht überhöht sind, dürfen nur mit entsprechend reduzierter Geschwindigkeit befahren werden.

Die maximale Fahrgeschwindigkeit in einer Kurve von bestimmtem Radius wird konstant vorausgesetzt. Als Grundlage für ihre Ermittlung dient die theoretische Querbeschleunigung p , die bei Normalspurbahnen $1,0$ m/s², bei Meterspurbahnen $0,85$ m/s² nicht überschreiten sollte, selbst dann nicht, wenn Fahrgeschwindigkeit V , Ueberhöhung H und Kurvenradius R von den Sollwerten mehr oder weniger abweichen. Die Querbeschleunigung ist ein geeignetes Mass zur Beurteilung der zusätzlichen Beanspruchung von Oberbau und Rollmaterial sowie der Kippsicherheit beim Durchfahren der Kurven.

Die allgemeine Formel für die Ermittlung der Kurvenfahrgeschwindigkeit lautet:

$$V_{\max} = 3,6 \sqrt{\left(p + g \frac{H - \Delta H}{s}\right)(R - \Delta R) - \Delta V} \text{ (km/h)}$$

worin p die Querbeschleunigung in m/s², g die Gravitationskonstante $9,81$ m/s², H die Ueberhöhung, s den Schienenabstand, R den Radius der Kreiskurve in Metern bedeuten. Die Grössen ΔH und ΔR in Metern, ΔV in km/h sind die Toleranzen, die vom Unterhalt des Oberbaues und von der Fahrdisziplin abhängen.

Aus dieser Formel ergibt sich durch Auflösung die minimale Ueberhöhung

$$H_{\min} = \left(\frac{V_{\max} + \Delta V}{3,6}\right)^2 \frac{s}{g(R - \Delta R)} - p \frac{s}{g} + \Delta H \geq H_{\max} \text{ (0,150 bzw. 0,105)}$$

Tabelle 1. Zulässige Fahrgeschwindigkeiten in Kurven

Radius m	Normalspurbahnen km/h				Radius m	Meterspurbahn km/h			
	Klasse A		Klasse B			Klasse A		Klasse B	
	$H = 0,150$	$H = 0 \text{ m}$	$H = 0,150$	$H = 0 \text{ m}$		$H = 0,105$	$H = 0 \text{ m}$	$H = 0,105$	$H = 0 \text{ m}$
750	126	87	114	75	300	76	49	67	41
700	122	84	110	72,5	275	73	47	64	39
650	117	81	105	70	250	69	45	61	37
600	113	77,5	101	67	225	65	43	58	35
550	108	74	97	64	200	61	40	54	33
500	103	70,5	92	61	175	57	37	50	31
450	97,5	67	87	57,5	150	53	34	46	28
400	91,5	63	82	53,5	125	48	31	42	25
350	85,5	58,5	76,5	50	100	43	27	37	22
300	79	54	70,5	46	75	37	23	32	18
250	71	49	64	42	50	28	19	23	14
200	64	43	57	36	40	23	16	19	12
150	55	37	48	31					

Als maximale Ueberhöhung empfiehlt sich

$$H_{\max} = \left(\frac{V_{\min}}{3,6} \right)^2 \frac{s}{gR} \quad (\text{siehe unten}).$$

Als Toleranzen fallen in Betracht:

	Normalspurbahnen $s = 1,50 \text{ m}$			Meterspurbahnen $s = 1,05 \text{ m}$		
	ΔH	ΔR	ΔV	ΔH	ΔR	ΔV
Klasse A	0,015 m	0,1 R	2 km/h	0,01 m	0,1 R	2 km/h
Klasse B	0,03 m	0,2 R	4 km/h	0,02 m	0,2 R	4 km/h

Klasse A setzt dauerhaft versichertes Gleis und Geschwindigkeitsmesser im Führerstand voraus.

Wenn die maximal zulässigen Kurvenfahrgeschwindigkeiten nach der vorstehenden Formel berechnet und die Toleranzen eingehalten werden, so wird die maximale Querschleunigung $p = 1,0$ bzw. $0,85 \text{ m/s}^2$ nie überschritten. Dadurch wird erreicht, dass ein in der Kurve fahrendes Fahrzeug im Hinblick auf die Kippsicherheit nie in eine ungünstigere Lage geraten kann, als ein in der maximal überhöhten Kurve stillstehendes Fahrzeug, bei Mitberücksichtigung des ungünstigsten Windes in beiden Fällen. Mit $p = 1,0 \text{ m/s}^2$ Querschleunigung für Normalspurbahnen, $p = 0,85 \text{ m/s}^2$ für Meterspurbahnen wird gleiche Kippsicherheit erzielt, wenn das Verhältnis der entsprechenden Schwerpunkthöhen

$$\frac{z}{Z} = \frac{1,05}{1,50} \cdot \frac{1,0}{0,85} = 0,825 \text{ zutrifft.}$$

Setzt man die vorstehenden Toleranzen und Schienenabstände für Normalspur und Meterspur in die allgemeine Formel ein, so erhält man einerseits für die maximale Ueberhöhung, andererseits für die Ueberhöhung $H = 0$ folgende Formeln für

Normalspur			
$V_{AH} = 4,68 \sqrt{R} - 2$		$V_{A0} = 3,24 \sqrt{R} - 2$	
$V_{BH} = 4,30 \sqrt{R} - 4$		$V_{B0} = 2,89 \sqrt{R} - 4$	
Meterspur			
$V_{AH} = 4,50 \sqrt{R} - 2$		$V_{A0} = 2,97 \sqrt{R} - 2$	
$V_{BH} = 4,13 \sqrt{R} - 4$		$V_{B0} = 2,62 \sqrt{R} - 4$	

und für verschiedene Radien die Geschwindigkeiten gemäss Tabelle 1.

Diese Geschwindigkeiten dürfen nur da angewendet werden, wo ihre Zulässigkeit durch Probefahrten erwiesen ist, die Länge der Uebergangskurven in Metern wenigstens $0,56 V_{\max}$, bzw. $300 H$ bei Normalspur, $400 H$ bei Meterspur beträgt und die Einhaltung der zu Grunde gelegten Toleranzen gewährleistet ist.

Für ablenkende Fahrt über Weichen sind die Geschwindigkeiten der Klasse B, Ueberhöhung null und entsprechender Weichenradius, massgebend.

Es ist nicht ratsam, die Kurven ohne weiteres maximal zu überhöhen, damit die höchst zulässige Fahrgeschwindigkeit ausgenutzt werden kann. Dies ist nur zu empfehlen, wenn die normalerweise vorkommende Minimalgeschwindigkeit (Güterzüge, starke Gefälle)

$$V_{\min} \geq 3,6 \sqrt{g \frac{H}{s} R}$$

ist. Wenn die Minimalgeschwindigkeit nach dieser Formel berechnet wird, so ist die Querschleunigung theoretisch gleich null, wird aber praktisch je nach dem Zustand des Gleises und der Einhaltung der Geschwindigkeit mehr oder weniger von null abweichen. Die Betriebsicherheit wird dadurch nicht gefährdet. Dagegen wird die Führung der Fahrzeuge schlecht, wenn die Querschleunigung im negativen Sinn erheblich von null abweicht; sie erfolgt dann stossweise bald am äusseren, bald am inneren Strang, wodurch das Gleis verdorben wird. Die Erfahrung hat gezeigt, dass es die langsam fahrenden Züge sind, die das für rasch fahrende Züge hergerichtete Gleis verderben.

Bei überhöhten Gleisen empfiehlt sich deshalb folgendes Vorgehen. Die ordentlicherweise vorkommende Minimalgeschwindigkeit $V_{\min}$ wird festgestellt. Die maximal zulässige Ueberhöhung für die Geschwindigkeit $V_{\min}$ wird aus der Formel

$$H_{\max} = \left(\frac{V_{\min}}{3,6} \right)^2 \frac{s}{gR}$$

berechnet. Dann beträgt die maximal zulässige Geschwindigkeit

$$V_{\max} = 3,6 \sqrt{\left(p + g \frac{H_{\max} - \Delta H}{s} \right) (R - \Delta R) - \Delta V}$$

z. B. Klasse A, $s = 1,50 \text{ m}$, $V_{\min} = 45 \text{ km/h}$, $R = 300 \text{ m}$

$$H_{\max} = \left(\frac{45}{3,6} \right)^2 \frac{1,50}{9,81 \cdot 300} = 0,08 \text{ m}$$

$$V_{\max} = 3,6 \sqrt{(1,0 + 6,54 \cdot 0,065) 270} - 2 = 68,5 \text{ km/h}$$

oder Klasse B, $s = 1,05 \text{ m}$, $V_{\min} = 25 \text{ km/h}$, $R = 100 \text{ m}$

$$H_{\max} = \left(\frac{25}{3,6} \right)^2 \frac{1,05}{9,81 \cdot 100} = 0,052 \text{ m}$$

$$V_{\max} = 3,6 \sqrt{(0,85 + 9,34 \cdot 0,032) 80} - 4 = 30,5 \text{ km/h}$$

Für jedes überhöhte Kurvengleis gibt es also eine zweckmässige grösste und kleinste Geschwindigkeit, die in vorstehender Weise ermittelt werden können. Ist die Kurve nicht überhöht, so ist $V_{\min} = 0$, und es ist jede Geschwindigkeit zwischen 0 und $V_{\max}$ für $H = 0$ zulässig. Tabelle 2 enthält $V_{\max}$ und $V_{\min}$ für maximal überhöhte Kurven verschiedener Radien.

Ist das normalerweise vorkommende $V_{\min}$ kleiner als der Tabellenwert, so sollte die Ueberhöhung im Sinne vorstehender Beispiele reduziert werden, wodurch auch $V_{\max}$ entsprechend verringert würde.

4. Uebergangskurven

Auf ein Fahrzeug, das sich mit konstanter Geschwindigkeit in einer Gleiskurve bewegt, wirkt als resultierende Kraft die Zentripetalkraft von der Grösse $mp = \frac{mv^2}{\rho}$. Mit Hilfe des d'Alembert'schen Prinzips gelangt man zu einer statischen Aufgabe: es wirken auf das stillstehend gedachte Fahrzeug dessen Schwerkraft $mg = \frac{G}{g} \cdot g = G$ (Gewicht) und die Fliehkraft $\frac{mv^2}{\rho}$. In der geraden Strecke ist die Fliehkraft entsprechend dem unendlich grossen Krümmungsradius gleich

Tabelle 2. $V_{\max}$ und $V_{\min}$ für maximal überhöhte Kurven, $H = 0,150$ bzw. $H = 0,105$

Radius m	Normalspurbahnen km/h				Radius m	Meterspurbahnen km/h			
	Klasse A		Klasse B			Klasse A		Klasse B	
	$V_{\max}$	$V_{\min}$	$V_{\max}$	$V_{\min}$		$V_{\max}$	$V_{\min}$	$V_{\max}$	$V_{\min}$
750	126	97,5	114	97,5	300	76	61,5	67	61,5
700	122	94	110	94	275	73	59	64	59
650	117	91	105	91	250	69	56,5	61	56,5
600	113	87	101	87	225	65	53,5	58	53,5
550	108	83,5	97	83,5	200	61	50,5	54	50,5
500	103	79,5	92	79,5	175	57	47	50	47
450	97,5	75,5	87	75,5	150	53	43,5	46	43,5
400	91,5	71	82	71	125	48	40	42	40
350	85,5	66,5	76,5	66,5	100	43	35,5	37	35,5
300	79	61,5	70,5	61,5	75	37	30	32	30
250	71	56,5	64	56,5	50	28	22,5	23	22,5
200	64	50,5	57	50,5	40	23	18	19	18
150	55	43,5	48	43,5					

null, in der Kreiskurve vom Radius R gleich $\frac{mv^2}{R}$. Zwischen der Geschwindigkeit v in m/s und V in km/h besteht die Beziehung $v = \frac{V}{3,6}$.

Fährt das Fahrzeug aus der geraden Strecke unvermittelt in die Kreiskurve ein, so ändert sich die Fliehkraft ruckartig von null auf $\frac{mv^2}{R}$, was für die Fahrgäste sowohl als für die Fahrzeuge, das Gleis und die Betriebssicherheit unzulässig ist. Die Uebergangskurven dienen zur Vermeidung dieser Unzukömmlichkeit. Der Uebergang von der Geraden zur Kreiskurve wird durch eine Kurve vermittelt, deren Krümmungsradius beim tangentialen Anschluss an die Gerade unendlich gross ist, sich stetig verkleinert und beim tangentialen Anschluss an den Kreis mit dem Kreisradius übereinstimmt.

Praktisch stellt sich die Aufgabe wie folgt (Bild 1). Ein Richtungswechsel der Linienführung von t_1 zu t_2 soll durch eine Kreiskurve vom Radius R erzielt werden. Der Innenwinkel ω der Tangenten t_1 und t_2 wird gemessen und die Tangentenlänge $B_1S = SB_2 = R \cdot \tan \frac{180^\circ - \omega}{2} = R \cdot \tan \frac{\gamma}{2}$ wird berechnet, wodurch die beiden Berührungspunkte B_1 und B_2 auf den Grundtangente t_1 und t_2 festgelegt werden. Sie dienen als Festpunkte für die Orientierung der Uebergangskurven. Damit diese einerseits bei A tangential an die Grundtangente, andererseits bei E tangential an den Kreis anschliessen können, muss der ursprüngliche Kreis vom Radius R konzentrisch auf den Radius $r = R - c$ verkleinert werden. Die gemeinsame Tangente im Endpunkt E bildet den Winkel α_E mit der Grundtangente.

Als Länge l der Uebergangskurve bezeichnet man deren Projektion x_E senkrecht auf die Grundtangente. Diese ist etwas kürzer als die wirkliche Bogenlänge, was aber belanglos ist. Die Länge l muss so gross sein, dass die spezifische Aenderung der Fliehkraft (Ruck) ein gewisses, gut erträgliches Mass nicht überschreitet. Um die Masse m nicht unnötig mitschleppen zu müssen rechnet man vorteilhaft direkt mit den Beschleunigungen. Ist die Beschleunigung p bekannt, so ist die ihr entsprechende Fliehkraft $\frac{p}{g} G \sim \frac{p}{10} G$, wo G das Gewicht des beschleunigten Fahrzeuges bedeutet. Jeder Fliehkraft F entspricht eine bestimmte Querbeschleunigung $p \sim \frac{10 F}{G}$.

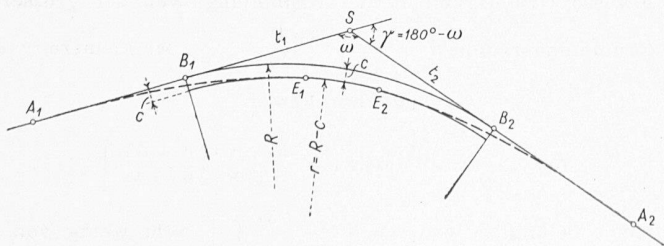


Bild 1

Beträgt die Querbeschleunigung $p = \frac{v^2}{R}$ im anschliessenden

Kreis höchstens 0,8 bis 1,0 m/s², so muss die Fahrzeit $\frac{l}{v} = 2$ s betragen, damit die spezifische Aenderung der Querbeschleunigung nicht mehr als 0,4 bis 0,5 m/s³ beträgt, was als erträgliches Mass beurteilt wird. Daraus entsteht die Bedingung $l \geq 2v = \frac{2V}{3,6} = 0,555 V$, wenn mit V die maximale Geschwindigkeit in km/h bezeichnet wird.

Andererseits muss die Länge der Uebergangskurve mit der Ueberhöhungsrampe, d. h. mit dem Uebergang von der Ueberhöhung null in der Geraden zum Endbetrag H im anschliessenden Kreis übereinstimmen, damit der Verlauf der Ueberhöhung demjenigen der Krümmung angenähert entspricht. Daraus ergibt sich die Bedingung

$$l \geq 300 H \text{ für Normalspur, bzw.}$$

$$l \geq 400 H \text{ für Meterspur.}$$

Für die Länge der Ueberhöhungsrampe ist massgebend, dass die Fahrbahn nicht so stark windschief wird, dass infolge Entlastung führender Räder Entgleisungen vorkommen können.

Für die Länge der Uebergangskurve gilt also die Doppelbedingung

$$300 H \leq l \leq 0,555 V_{\max} \text{ für Normalspur, bzw.}$$

$$400 H \leq l \leq 0,555 V_{\max} \text{ für Meterspur.}$$

Die Doppelbedingung lautet in allgemeiner Form

$$m H \leq l \leq \frac{p_{\max} (V + \Delta V)}{3,6 \frac{\Delta p}{\Delta t}}$$

wobei mit m die Cotangente der Rampenneigung, mit $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ die spezifische Aenderung der Querbeschleunigung (Ruck) bezeichnet ist. Wird die Ueberhöhung H aus der quadratischen Gleichung

$$H^2 - p^2 \frac{(R - \Delta R) g}{m^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)^2 s} H - p^2 \frac{(R - \Delta R)}{m^2 \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)^2} \left(p - \frac{g}{s} \Delta H \right) = 0$$

ermittelt, so werden Ueberhöhungsrampe und Uebergangskurve gleich lang, was erwünscht, aber nicht immer zweckmässig ist.

Die Triebfahrzeuge der Bahnen sind für gewisse Maximalgeschwindigkeiten V_T gebaut. Wird $V_{\max} > V_T$, so können Ueberhöhung H und Querbeschleunigung p aus folgenden Formeln berechnet werden:

$$H = \frac{(V_T + \Delta V)^2 s}{3,6^2 g (R - \Delta R)} + \Delta H \quad \text{und} \quad p = H \frac{3,6 m \frac{\Delta p}{\Delta t}}{V_T + \Delta V} + 1$$

wodurch Ueberhöhungsrampe und Uebergangskurve gleich lang werden, was in diesem Fall immer zweckmässig ist. $V_{\max}$ aus der Geschwindigkeitsformel wird dann grösser als V_T , wenn der Kreisbogenradius grösser ist als

$$R = \left(\frac{V_T + \Delta V}{3,6} \right)^2 \frac{1}{\left(p + \frac{H - \Delta H}{s} g \right)} + \Delta R$$

Es versteht sich, dass auch die Spurerweiterung, soweit eine solche notwendig ist, im Bereich der Uebergangskurve derart angebracht wird, dass sie am Anfang der Uebergangskurve beginnt und am Ende derselben den vollen Betrag erreicht.

Die ideale Uebergangskurve ist die Klothoide, deren Krümmung proportional zur Bogenlänge wächst. Sie hat sich aber bisher bei den Schweizer Bahnen trotz der Klothoiden-Abstecktafeln von Walther Schürba nicht eingebürgert. Wir sind bei der kubischen Parabel $y = kx^3$ geblieben, wie sie in den meisten Schulen, Lehr- und Handbüchern gelehrt oder empfohlen wird. Mit der kubischen Parabel lassen sich denn auch die meisten Uebergangskurven-Aufgaben befriedigend lösen, wenn zwei wichtige Eigenschaften dieser Kurve gebührend beachtet werden (siehe R. Petersen, Die Gestaltung der Bogen im Eisenbahngleise): a) Die Krümmung der kubischen Parabel weist beim Zentriwinkel $24^\circ 5' 41''$ ein Maximum auf, so dass diese Kurve nur bis $\tan \alpha_E = 0,44721$ verwendet werden kann. b) Die Krümmung der kubischen Parabel wächst bis zu einem Zentriwinkel von $4^\circ 0' 0''$ ($\tan \alpha = 0,07$) fast proportional zur Abszisse, dann aber zunehmend langsamer bis zum Maximum bei $24^\circ 5' 41''$, worauf sie wieder abnimmt. Daraus folgt, dass das Glied $\tan^2 \alpha$ gegenüber 1 nicht beliebig vernachlässigt werden darf, sondern mindestens von $\tan \alpha = 0,07$ an in die Rechnung einbezogen werden muss, wenn missliche Unstimmigkeiten beim Anschluss an den zum ursprünglichen konzentrischen Kreis vom Radius $r = R - c$ vermieden werden sollen (Bild 2).

Solange $\tan \alpha_E \sim \frac{l}{2R} \leq 0,07$ ist, darf das übliche Rezept verwendet werden. Der Anfangspunkt A liegt dann in der Entfernung $x_B = \frac{l}{2}$ vom Berührungspunkt B auf der Grundtangente. Er dient als Nullpunkt des rechtwinkligen Koordinatensystems; die Abszisse des Endpunktes E ist $x_E = l$, die Ordinate $y_E = \frac{l^2}{6R}$. Die konzentrische Verkleinerung des ursprünglichen Kreises beträgt $c = \frac{l^2}{24R}$, so dass der Radius des konzentrischen Kreises $r = R - \frac{l^2}{24R}$ wird. Die Zwischenordinaten berechnen sich aus der Parabelgleichung $y = \frac{x^3}{6Rl} = y_E \frac{x^3}{l^3}$; im besondern wird die Ordinate beim ursprünglichen Berührungspunkt B ($x_B = \frac{l}{2}$), $y_B = \frac{y_E}{8} = \frac{c}{2}$.

Wird dagegen $\tan \alpha_E \sim \frac{l}{2R} \geq 0,07$, so ist zur Erzielung einer einwandfreien Uebergangskurve (namentlich bei Schmalspurbahnen) wie folgt vorzugehen. Die ungefähre Länge l_1 der Uebergangskurve wird aus der Doppelbedingung

$$300 (400) H \leq l_1 \leq 0,555 V_{\max}$$

bestimmt. Daraus folgen die Näherungswerte

$$\tan \alpha_1 = \frac{l_1}{2R} \text{ und } c_1 = \frac{l_1^2}{24R}$$

Mit den Näherungswerten l_1 , $\tan \alpha_1$ und c_1 bestimmt man endgültig:

$$\tan \alpha_E = \frac{l_1}{\sqrt{[2(R - c_1)]^2 - 3l_1^2 - 3l_1^2 \tan^2 \alpha_1}} \leq 0,44721$$

Mit Hilfe der Anschlussbedingungen der kubischen Parabel an den konzentrischen Kreis vom Radius $r = R - c$ erhält man die endgültigen Werte:

$$l = \frac{6R \cos^3 \alpha_E \tan \alpha_E}{3 \cos \alpha_E + 2 \cos^3 \alpha_E \tan^2 \alpha_E}$$

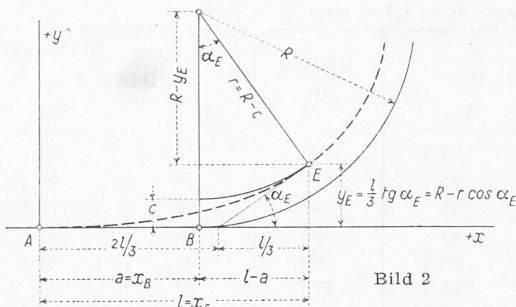


Bild 2

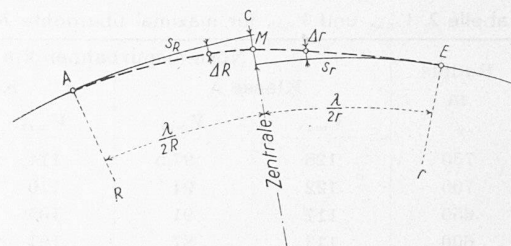


Bild 3

$$r = \frac{l}{2 \cos^3 \alpha_E \tan \alpha_E} \text{ und}$$

$$c = R - r = R - \frac{l}{2 \cos^3 \alpha_E \tan \alpha_E}$$

(Die Kürzung mit $\cos \alpha_E$ unterbleibt mit Rücksicht auf die praktische Verwendung der Formeln.) Die Orientierung der Uebergangskurve ergibt sich aus der Entfernung $x_B = l - r \sin \alpha_E$ ihres Anfangspunktes A vom ursprünglichen Berührungspunkt B. Diese Entfernung x_B weicht mehr oder weniger von $l/2$ ab. Die Konstante k der Gleichung $y = kx^3$

wird $k = \frac{1}{6rl \cos^3 \alpha_E}$. Die Gleichung der kubischen Parabel lautet damit

$$y = \frac{x^3}{6rl \cos^3 \alpha_E} = y_E \frac{x^3}{l^3}, \text{ wo } y_E = \frac{l}{3} \tan \alpha_E = R - r \cos \alpha_E \text{ ist.}$$

y_E , $\tan \alpha_E$ und r im Endpunkt E stimmen für beide Kurven, kubische Parabel und Kreis, vollständig überein.

Zwischen zwei unmittelbar zusammenstossenden Kreisbögen ungleichen Halbmessers r und R (Korbbogen) sind ebenfalls Uebergangskurven einzulegen (Bild 3). Dies ist nur dann möglich, wenn die beiden Kreiskurven auf ihrer Zentralen eine kleine Strecke c ausschneiden, was ohne weiteres zutrifft, wenn sie an ihren Enden mit Uebergangskurven von der Länge l_r bzw. l_R versehen sind. Dann beträgt das Mass $c \sim \frac{l_r^2}{24r} - \frac{l_R^2}{24R}$ und es kann eine regelrechte Uebergangskurve eingelegt werden, deren Länge

$$\lambda = \sqrt{\frac{24cRr}{R-r}}$$

ist. Der Anfangspunkt A befindet sich auf der Peripherie R im Bogenabstand $\frac{\lambda}{2}$ von der Zentralen, der Endpunkt E auf der Peripherie r , ebenfalls im Bogenabstand $\frac{\lambda}{2}$ von der Zentralen. Die Punkte A und E sind die Koordinatenursprungspunkte für die beiden Kurvenäste

$$\Delta r = \frac{c}{2} \frac{s_r^3}{(\lambda/2)^3} = 4c \frac{s_r^3}{\lambda^3}$$

$$\Delta R = -4c \frac{s_R^3}{\lambda^3}$$

Die Ordinaten Δr und ΔR werden radial, die Abszissen s_r und s_R auf den zugehörigen Kreisperipherien gemessen. Die Punkte der Korbbogen-Uebergangskurve können auch ohne weiteres durch rechtwinklige Koordinaten festgelegt werden, deren Ursprung sich in M oder in A und E befinden kann. Auf der Zentralen treffen die beiden Kurvenäste im Punkt M mit gemeinsamer Tangente zusammen. Dagegen entsteht eine gewisse Unstetigkeit in der Krümmung, weil der grössere

Krümmungsradius $R^* = \frac{2nRr}{R+r(2n-1)}$, der kleinere $r^* = \frac{2nRr}{r+R(2n-1)}$ beträgt. Der Fehler

$$100 \frac{R^* - r^*}{R^*} = 100 \left[1 - \frac{R+r(2n-1)}{r+R(2n-1)} \right] \%$$

bleibt belanglos, weil $n = \left[1 + \left(\frac{3c}{\lambda} \right)^2 \right]^{3/2}$ sehr wenig von 1 abweicht.

