

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 68 (1950)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Der Einfluss der Verwindung auf die Eigenschwingungszahlen und die Schwingungsrichtung von Dampf- und Gasturbinenschaufeln  
**Autor:** Geiger, Jos.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57961>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

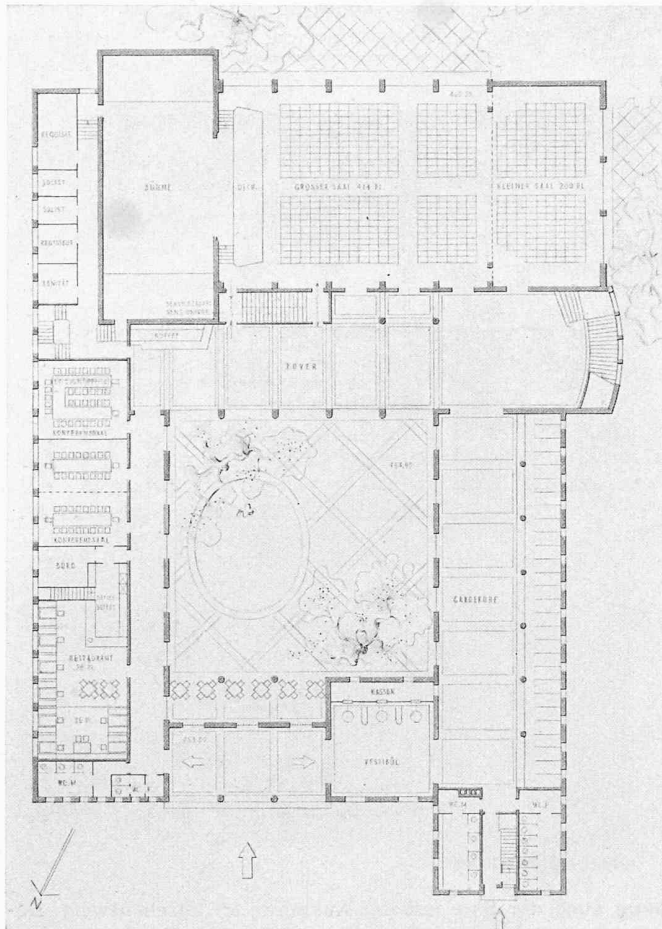
### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 30.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Sechster Preis (1900 Fr.) Entwurf Nr. 1.  
Verfasser Arch. ALBERT NOTTER, Zürich



Erdgeschoss 1: 600

Rechts: Ansicht aus Südosten

im Masstab 1:500 für die Beurteilung der Projekte der engsten Wahl konnte Umgang genommen werden, da ohnehin weitere Abklärung durch Modelle vorgesehen ist.

Grenchen, den 21. August 1949.

Das Preisgericht:

Adolf Furrer, Ammann, Präsident; Fürspr. Dr. W. Ochsenbein;

## Der Einfluss der Verwindung auf die Eigenschwingungszahlen und die Schwingungsrichtung von Dampf- und Gasturbinenschaukeln

Von Dr.-Ing. JOS. GEIGER, Augsburg

### 3. Erklärung der bei schlanken unverjüngten Profilen beobachteten Erscheinungen

Mit der Aenderung bei der I. Eigenschwingungszahl der Flachkantschwingung brauchen wir uns nicht lange aufzuhalten. Da der Stab in allen Fällen noch annähernd in der Axe des kleinsten Trägheitsmomentes schwingt, die oberen Teile des verwundenen Stabes aber schräg hierzu stehen, ist ihr auf diese Schwingungsrichtung bezogenes äquatoriales Trägheitsmoment grösser, d. h. der Stab verhält sich im oberen Teile etwas steifer als in der Gegend seines Fusses; es ist demnach zu erwarten, dass die I. Eigenfrequenz — wenn auch recht wenig — in die Höhe rückt. Es muss sich um einen sehr geringen Betrag handeln, da bei der I. Eigenfrequenz der obere Stabteil sich ohnehin nur sehr wenig verbiegt und da ausserdem die geringe Verschiebung der Schwingungsrichtung bewirkt, dass die Stelle, wo die Axe des kleinsten Trägheitsmomentes mit der mittleren Schwingungsrichtung zusammenfällt, nicht am Schauelfuss, sondern etwas darüber sich befindet, so dass die äquatorialen Trägheitsmomente erst in einer solchen Höhe über dem Fuss beachtlich zuzunehmen beginnen, dass ihre versteifende Wirkung auf die I. Eigenschwingungszahl fast ohne jeden Einfluss ist. Wenn bei sehr schlanken Profilen eher eine Erniedrigung der



Entwurf Nr. 1. 21956 m<sup>3</sup>

#### Vorteile:

Gruppierung im Nordostteil mit niedrigen Bauteilen. In Beziehung mit Schulhausneubau. Bahnhofplatz und Parkierungsstreifen vom bepflanzen Vorplatz abgetrennt. Zusammenhängende Grünfläche zur Ortschaft.

Intime Vorhalle mit Einblick in schön dimensionierten, reizvollen Binnenhof. Tiefe Kassenhalle. Reichliche, auch für Ausstellungen verwendbare Garderobenhalle mit bequemer Abwicklung. Theatersaal nach Süden mit direkten Fenstertüren zur vorgelagerten Terrasse. Kleiner Saal als Erweiterung mit direkten Fenstertüren nach Südwesten, unter Galerie gut abtrennbar und für sich nutzbar. Zusätzliche Seitengalerie möglich. Servicebetrieb gut überlegt mit breiter Abnahme an grossem Office im Küchen-Untergeschoss. Konferenzzimmer gut teilbar und in Beziehung zu Foyer und Restaurant. Zusätzliches Hofrestaurant, intim und geschützt (für Anlässe, Tanz, usw.) Bühnenbetrieb gut.

Geglückte Gruppierung mit eindeutigen, gestreckten Körpern und einheitlichen Dächern. Rhythmisch gute Proportionen und feiner Masstab. Nutzung und Kombinierbarkeit gut.

#### Nachteile:

Park wird von Bahnhofseite her abgeriegelt. Zugang von Osten führt nicht zu Gebäudeeingängen. Zugang zum Bahnhofrestaurant muss durch Vorhalle des Saalbaues gefunden werden.

WC-Anlagen im Kopfbau gegen Bahnhof, vermischt mit Hotelzugang und Treppe. Foyer nur nach Binnenhof orientiert. Zugang und Treppenhaus als Ausbuchtung zur Galerie nicht glücklich. Besondere Garderobe oben unnötig. Treppenbetrieb mit Einzeltüren. Office indirekt belüftet und belichtet. Bahnhofrestaurant nicht als solches charakterisiert. Wirtwohnung mit Hotelzimmern getrennt vom Restaurant, im anderen Gebäudeteil.

Dominante Bühnenhaus mit Dach trotz guter Stellung nicht glücklich. Formen etwas veraltet. Betrieb etwas weitläufig. Baukubus hoch.

die Architekten Rud. Christ, W. M. Moser, H. Rüfenacht. Als Ersatzpreisrichter: Arch. Fr. Bräuning, Lehrer Hans Nussbaumer.

Im nächsten Heft werden wir noch eine Uebersicht über einige allgemein interessierende architektonische Probleme anhand zahlreicher nichtprämiierter Entwürfe bringen. Red.

DK 621.165-253.5

Schluss von Seite 21

I. Eigenfrequenz festgestellt wurde, so ist die Erniedrigung in allen Fällen so gering, dass sie noch in den Bereich der unvermeidlichen Herstellungs- und Messungenauigkeiten fällt. Ihre Ursache kann die selbe sein wie die Erniedrigung bei der sogenannten II. Eigenfrequenz, auf die wir nunmehr zu sprechen kommen. Auf alle Fälle zeigt sich, dass allgemein bei den verschiedensten Querschnittsverhältnissen und Verwindungen bis zu 45° die Aenderung der I. Flachkantbiege-Eigenschwingung so gering ist, dass man sie bei der Vorausberechnung vernachlässigen kann.

Bei der II. Eigenfrequenz zeigt sich, nochmals kurz zusammengefasst, das ausserordentlich bemerkenswerte Ergebnis, dass bei gedrunenen Profilen durch die Verwindung die II. Eigenfrequenz in die Höhe rückt, während sie bei schlanken Profilen sich stark erniedrigt, und zwar ist die Erniedrigung mit bis zu 32% so gross, dass sie selbstverständlich bei weitem nicht mehr durch Messungenauigkeiten erklärt werden kann. Das Ansteigen von  $n_{eII}$  bei gedrunenen Profilen lässt sich genau so wie bei  $n_{eI}$  erklären; auch ist es ohne weiteres verständlich, dass die verhältnismässige Erhöhung von  $n_{eII}$  bedeutender als jene von  $n_{eI}$  sein muss, da bei  $n_{eII}$  die Biegeelastizität der oberen Teile des verwundenen Stabes eine verhältnismässig grössere Rolle spielt als bei  $n_{eI}$ .

die zugehörigen Querschnitte aber, bezogen auf die Schwingungsrichtung, ein grösseres äquatoriales Trägheitsmoment besitzen.

Wie ist es aber möglich, dass es bei schlanken Profilen ganz im Gegenteil zu einer Erniedrigung kommt, statt zu einer Erhöhung dieser Eigenschwingungszahl? Hier ist zu beachten, dass die Schwingungsrichtung des Schaufelkopfes im Gegensatz zu der bei den gedrungenen Profilen nicht nur um einen geringeren Winkel, als dem Verdrillungswinkel entspricht, sondern umgekehrt um einen grösseren Winkel verdreht ist. Der Stab führt, wie man auch durch aufmerksame Beobachtung sich überzeugen kann, keine Schwingung durch, die an allen Stabteilen in der gleichen Richtung erfolgt und, wie man es bei einer reinrassigen II. Eigenfrequenz erwarten muss, einen Knotenpunkt besitzt, in dem die Schwingungsausschläge gerade Null sind. Eine sogenannte Knotenlinie ist wohl vorhanden, sie unterscheidet sich aber von normalen Knotenpunkten dadurch, dass die Ausschläge wohl in einer Schwingungsrichtung Null sind, nicht aber in einer dazu senkrechten Richtung. Zur Erklärung dieses letztgenannten Schwingungsanteils wollen wir daran denken, dass ein solcher Stab nicht nur flachkant, sondern auch hochkant schwingen kann; beim unverwundenen Stab von schlankem Profil liegt freilich die I. Hochkanteigenschwingung ganz bedeutend über der II. Flachkanteigenschwingung. Beim verwundenen Stab rückt aber aus dem gleichen bereits erörterten Grunde, aus dem eine geringe Erhöhung der I. Flachkanteigenschwingung zu erwarten ist, die I. Hochkanteigenschwingungszahl unter Umständen so beträchtlich herunter, dass sie in die Nähe der II. Flachkanteigenschwingung kommt. (Die Worte Flachkant und Hochkant beziehen wir hierbei immer auf den Fussquerschnitt.) Die äquatorialen auf die Hochaxe des Fussquerschnittes bezogenen Trägheitsmomente nehmen bei schlanken Profilen infolge der Verdrillung vom Fuss bis zum Kopf stark ab (Bild 27). Diese Abnahme ist dagegen nicht bedeutend, wenn es sich um gedrungene Profile handelt, weil hier der Unterschied in den auf die Hoch- und die Flachaxe bezogenen Trägheitsmomenten viel weniger ausmacht.

Ermittelt man jetzt dasjenige Trägheitsmoment, das der verwundene Stab im Mittel haben müsste, wenn bei der Hochkantschwingung seine I. Eigenfrequenz gerade mit der gemessenen II. Flachkanteigenfrequenz zusammenfielen, so kommt man in allen Fällen, d. h. sowohl bei dem Profilverhältnis 20/1 als auch beim Verhältnis 10/1 und ebenso bei den Verdrillungen 15 bzw. 30 bzw. 45°, angenähert auf ein Trägheitsmoment bzw. einen Querschnitt, dessen Hochkantaxe ungefähr senkrecht zum Mittel aus der Schwingungsrichtung am Fuss und der gemessenen Schwingungsrichtung am Kopf steht (Bild 27).

Erklärung: Bei verwundenen schlanken Profilen mit dem Verhältnis  $b/h = 20/1$  bzw.  $10/1$  ist die Abhängigkeit der äquatorialen Trägheitsmomente für eine unter  $\alpha = 30^\circ$  zur Hauptaxe des Fussquerschnittes erfolgende Schwingung durch das Bild 24 gegeben, d. h. vom Fuss bis etwa zur Mitte (also auf 50% seiner Länge) verhält sich der Stab steif, und nur die obere Hälfte schwingt. (Wenn sich hierbei die obersten 10% wieder steif verhalten, so ändert dies an der so entstehenden I. Eigenschwingung nichts.) Die I. Eigenschwingung eines solchen Stabes von der elastischen Länge  $0,5l$  liegt aber  $\left(\frac{1}{0,5}\right)^2 = 4,0$  mal so hoch wie jene eines Stabes von der Länge  $l$ . Diese Schwingung wird angefacht durch die Cosinus-Komponente des Erregungsausschlags  $a$  am Fuss, d. h. durch  $a \cos 30^\circ$ . Wenn sich diese Schwingung ausbildet, so gibt sie aber gleichzeitig infolge der Cosinus-Komponente des in der Erregungsrichtung grossen Ausschlags an der Schaufelspitze und des in der Höhe des oberen Knotenpunktes für die II. Eigenschwingung der unverwundenen Schaufel ziemlich kleinen Ausschlags eine starke Anregung zur Ausbildung einer Art Schwingung II. Grades, deren Richtung aber gegen jene I. Grades stark versetzt ist und etwa mit der Hauptaxe des Fussquerschnittes zusammenfällt. Nur wird für diese der sich ausbildende Knotenpunkt tiefer als bei der unverwundenen Schaufel liegen, weil hierbei gemäss Bild 2 der obere Schaufelteil sich praktisch

steif verhält. Die entstehende Schwingung stellt sich nun als eine Verbindung einer unter dem Winkel  $\beta$  schräg zur Fusshauptaxe erfolgenden Schwingung mit einem Knotenpunkt und einer etwa in Richtung der Fusshauptaxe erfolgenden mit zwei Knotenpunkten dar. Wenn diese beiden Schwingungen aber eine gemeinsame Eigenschwingung ergeben sollen, so folgt daraus, dass die Schwingungszahl der I. Eigenschwingung des Oberteils etwas erhöht, jene der II. Eigenschwingung der ganzen Schaufel etwas herabgezogen wird. Weiter ist es naheliegend, dass eine solche Kombinationsschwingung nur dann sich ausbilden kann, wenn die beiden genannten Eigenschwingungen nicht weit auseinander liegen. Betrachten wir zu diesem Zweck die unter  $45^\circ$  verwundenen Stäbe: Beim Profilverhältnis 20/1 ergibt sich für die I. Eigenschwingung des oberen Teiles des Stabes 453/min, für die II. Eigenschwingung des unverwundenen Stabes dagegen 735/min, während sich bei  $45^\circ$  Verwindung diese II. Eigenschwingung nicht ausbildete, sondern dafür eine Kombinationsschwingung  $K_{II}$  bei 562/min gefunden wurde, die also um fast 24% über der I. Grades des oberen Teiles liegt.

Beim Profilverhältnis 10/1 ergibt sich für die I. Eigenschwingung des oberen Teiles 1000/min, für die II. Eigenschwingung des unverwundenen Stabes 1494/min, während sich bei  $45^\circ$  Verwindung diese II. Eigenschwingung nicht ausbildete, sondern dafür die Kombinationsschwingung  $K_{II}$  bei 1136/min, also um 11,4% über der I. Grades des oberen Teiles, gefunden wurde.

Betrachten wir aber jetzt im Gegensatz hierzu einen Stab mit gedrungenem Querschnitt, also z. B.  $b/h = 2/1$  (Bild 25). Hier sieht man ohne weiteres, dass sich für eine um  $\sim 30^\circ$  zur Fusshauptaxe versetzte Schwingungsrichtung die Trägheitsmomente in den verschiedenen Abständen vom Fuss nicht mehr so unterscheiden, dass man mit einiger Berechtigung davon sprechen könnte, dass sich etwa die untere Stabhälfte oder auch nur das unterste Stabdrittel steif verhält. Wenn aber der Stab als Ganzes schwingt, so liegt seine II. Eigenfrequenz  $\left(\frac{4,694}{1,875}\right)^2 = 6,25$  mal oder um 525% höher als die I.

Der Prozentsatz ist also 21,9 bzw. 46 mal so gross wie in den beiden vorgenannten Fällen mit  $b/h = 20/1$  bzw.  $10/1$ . Beide Eigenschwingungen sind also so weit entfernt, dass hier das Entstehen einer Kombinationsschwingung ausscheidet. Es sei noch ausdrücklich bemerkt, dass die Versetzung der Schwingungsrichtung gegen die Trägheitshauptaxe des Fussquerschnittes um  $\beta = 30^\circ$  lediglich eine vorläufige Annahme ist; man hätte für  $\beta = 35^\circ$  wahrscheinlich noch bessere UeberEinstimmung gefunden.

Wir fragen uns jetzt noch, wie es kommt, dass die Schwingungsrichtung am Stabkopf bei den schlanken Profilen sogar beträchtlich stärker verdreht ist, als der Verdrillung entspricht, während man zunächst gefühlsmässig erwarten würde, dass sie nur um einen Bruchteil, z. B. etwa um den halben Verdrillungswinkel, verdreht ist.

Erklärung: Bei der Kombinationsschwingung eines um  $45^\circ$  verdrillten Flachstabes schwingt die obere Stabhälfte zunächst infolge der Steifigkeit der unteren Hälfte um  $\alpha = 30^\circ$  gegen die Fusshauptaxe versetzt; andererseits schwingt der Stab mit einem oberen Knotenpunkt, also in einer der II. Eigenschwingungsform angenäherten Form, d. h. am Stabkopf mit entgegengesetztem Ausschlag wie bei der I. Eigenschwin-

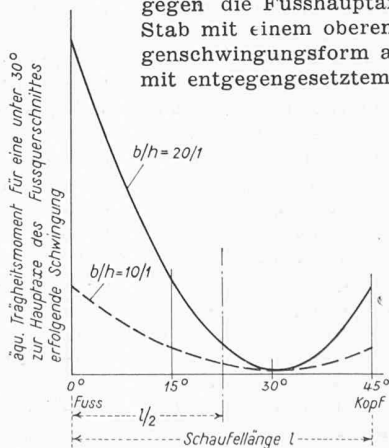


Bild 24. Abhängigkeit des für die mittlere Schwingungsrichtung massgebenden äquatorialen Trägheitsmomentes vom Abstand des betreffenden Querschnittes vom Fuss bei schlanken Profilen

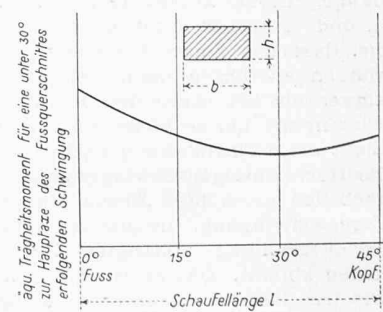


Bild 25. Abhängigkeit des für die mittlere Schwingungsrichtung massgebenden Trägheitsmomentes vom Abstand des betreffenden Querschnittes vom Fuss beim gedrungenen Profil  $b/h = 2/1$



gung. Für letztere ist zwar wegen der Abweichung der Schwingungsrichtung von der Erregungsrichtung der Ausschlag mit  $\cos 30^\circ = 0,866$  zu multiplizieren und wegen der halben federnden Länge nur etwa halb so gross wie bei ganzer Stablänge. Andererseits sind aber bei der II. Eigenschwingung die Ausschläge  $a_{II}$  bei gegebener Erregung ganz roh nur 50 % derjenigen bei der I. Eigenschwingung, wie ich an anderer Stelle gezeigt habe, so dass wir resultierend das Bild 26 erhalten. Hiernach findet sich die Schwingungsrichtung am Stabkopf zu  $\approx 60^\circ$  gegen die Fusshauptaxe, also um  $15^\circ$  mehr, als dem Verdrillungswinkel  $45^\circ$  entspricht, verdreht. Der Wert steht, wenn man bedenkt, dass die angenommene Verdrehung der Schwingungsrichtung um  $\alpha = 30^\circ$  nur eine erste rohe Annäherung darstellt und  $\alpha = 35^\circ$  wahrscheinlich richtiger ist, in genügender Uebereinstimmung mit dem Versuchswert von  $65^\circ$ .

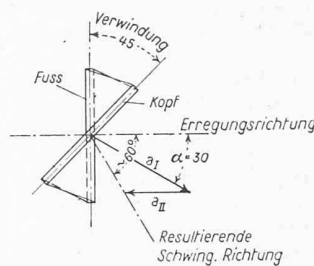


Bild 26. Resultierende Schwingungsrichtung R bei der Eigenschwingung  $K_{II}$  für schlankes Profil

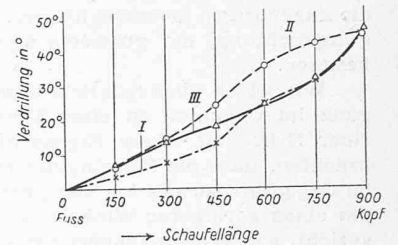


Bild 28. Abhängigkeit der Verdrillung von der Entfernung vom Schauelfuss für drei in der Breite verjüngte Schaukeln von gleichbleibender Dicke 16 mm. Verjüngung: Schaufel I 8,2/3, Schaufel II 8,2/5,7, Schaufel III 8,2/3,8

Für die Kombinationsschwingung III gelten die selben Erwägungen, nur dass es sich hier um eine Kombination der Eigenschwingung II. Grades der oberen Stabhälfte mit der Eigenschwingung III. Grades des ganzen Stabes handelt.

Wichtig ist jetzt noch der Fall der Hochkanterschwingung. Wir verstehen darunter jene Eigenschwingung, die entsteht, wenn der Flachstab in Richtung der Hochkantaxe des Fussquerschnittes erregt wird.

Hierbei entsteht zunächst zweifellos die reine Hochkanterschwingung, deren Richtung lediglich gegen die Hochkantaxe des Fussquerschnittes um etwa ein Drittel des Verdrillungswinkels, also bei  $45^\circ$  Verdrillung um  $\approx 15^\circ$  versetzt sein wird. Da hierbei das Hochkantträgheitsmoment nur wenig sich ändert, so bleibt auch die Eigenfrequenz des unverwundenen Stabes einigermaßen erhalten. Man würde aber von diesem Gesichtspunkt aus erwarten, dass die Hochkanteigenfrequenz des verdrillten Stabes um so tiefer liegt, je stärker der Stab verdrillt ist, weil durch die Verdrillung die Trägheitsmomente für Hochkantaxen, die mit der Schwingungsrichtung nicht zusammenfallen, nur kleiner, aber nicht grösser werden. In Wirklichkeit steigen aber im Gegenteil die Hochkanteigenfrequenzen mit zunehmender Verdrillung an. Zunächst erklärt sich dies dadurch, dass die Abweichungen der Hochkantträgheitsachsen von der Schwingungsrichtung sich in erster Linie auf die obere Hälfte des Stabes konzentrieren, so dass die Trägheitsmomente dort um so kleiner werden, je näher man an den Stabkopf herankommt. Für die I. Eigenfrequenz eines unten eingespannten Stabes spielt aber die Elastizität seines oberen Teiles nur eine ganz geringe Rolle, da sich dort der Stab nur mehr wenig verbiegt. Man erkennt also bereits, dass die Hochkanteigenfrequenzzahl mit zunehmender Verdrillung nicht offenkundig abfallen wird.

Ferner zeigt uns aber die Beobachtung, dass der Stab trotz Erregung in der Hochkantrichtung eine starke Quer- oder Flachkanterschwingung ausführt, die um so beträchtlicher wird, je stärker die Verdrillung ist. Sie wird dadurch angeregt, dass der Stabquerschnitt in seinem oberen Teil schräg zur Erregungsrichtung steht und eine Sinus-Komponente der Erregung auf diesen Teil einwirkt. Ist der Stab nur um  $15^\circ$  verdrillt, so entspricht nach Bild 27 die Strecke, innerhalb deren sich das Trägheitsmoment nur ziemlich wenig ändert, etwa dem obersten Drittel seiner Länge, ist er aber um  $45^\circ$  verdrillt, so entspricht das oberste Stabstück mit roh annähernd gleichbleibendem und dabei im Vergleich zur Hochkantrichtung sehr kleinem Trägheitsmoment etwa  $1/8$  seiner Länge. Hierbei kommt es gar nicht darauf an, ob die Werte  $1/3$  und  $1/8$  gerade stimmen; es genügt vielmehr die Erkenntnis, dass das obere Stabstück, das Flachkanteigenfrequenzen ausführen kann, bei starker Verdrillung wesentlich kürzer als bei schwacher ist und dass daher diese Eigenschwingung um so höher liegt, je stärker die Verdrillung ist. Liegt diese Flachkanteigenfrequenz nun in der Nähe der Hochkanteigenfrequenzzahl, so vereinigen sich beide nach den gemachten Beobachtungen zu einer gemeinsamen Eigenschwingung, die um so höher liegt, je höher die von der Verdrillung abhängige Flachkanteigenfrequenz zu liegen kommt. Das heisst, die Kombinationsschwingung  $K_{II}$ , wie wir diese Hochkanterschwingung kurz bezeichnen wollen, steigt in Uebereinstimmung mit der Beobachtung mit zunehmender Verdrillung.

Von einer streng mathematischen Verfolgung der Verhältnisse soll abgesehen werden, da die sich auftürmenden Schwierigkeiten gross sind. Ich hoffe jedoch anhand der

beschriebenen Darstellung und der daran sich anschliessenden Erklärung die Erscheinungsformen auch zahlenmässig den derzeitigen praktischen Bedürfnissen entsprechend genügend klar gestellt zu haben.

Ausser den Versuchen an unverjüngten verdrillten Schaukeln wurden auch Versuche mit in der Breite verjüngten verdrillten Schaukeln durchgeführt. Es wurden absichtlich in der Breite verjüngte Stäbe untersucht, weil die vorausgegangenen an verjüngten Stäben durchgeführten bereits geschilderten Versuche gezeigt hatten, dass bei Stäben mit schlankem Profil nur eine ganz geringfügige Aenderung der I. Eigenfrequenz eintritt und weil in der Dicke verjüngte Stäbe vom Rechteckquerschnitt durch die Verjüngung der Dicke erst recht ein schlankes Profil erhalten, so dass hierbei mit einer nur sehr geringen Aenderung der I. Eigenfrequenz zu rechnen war.

Es war schwierig, die Verdrillung der verjüngten Stäbe gleichmässig durchzuführen. Bild 28 zeigt für die drei untersuchten in der Breite verjüngten Stäbe, wie die Verdrillung vom Fuss bis zum Kopf zunimmt. Die Verjüngung erfolgt von 8,2 mm Breite am Fuss auf 7,3 mm am Kopf, also um 11 % beim ziemlich schwach verjüngten Stab, auf 5,7 mm, d. h. um 30,3 % beim nächsten Stab und auf 3,8 mm, d. h. um 53,6 % beim stark verjüngten Stab. Bei einer gesamten Verdrillung um  $45^\circ$  vom Fuss bis zum Kopf ergab sich beim stark verjüngten Stab für die I. Eigenfrequenz keine Erhöhung gegenüber dem unverdrillten Zustand; beim schwach verjüngten Stab wurde eine solche von 5,5 % gegenüber dem unverdrillten Stab gefunden; bei dem in der Verjüngung dazwischen liegenden war die Erhöhung fast nicht feststellbar (siehe Bild 29). Man sieht also, dass bei in der Breite verjüngten Stäben durch eine Verdrillung um bis zu  $45^\circ$  fast keine oder nur eine geringfügige Erhöhung der I. Biegeigenfrequenz eintritt.

Die Schwingungsrichtung wurde ebenfalls für die I. Eigenfrequenz-Zahl ermittelt. Es zeigt sich, dass sie mit zunehmender Verjüngung der Breite stärker sich ändert, was durchaus verständlich ist, da bei starker Verjüngung auf eine ziemlich grosse Länge die Breite erheblich geringer als die Dicke ist und der Stab immer geneigt sein wird, in der Richtung der Hauptträgheitsaxe seiner Querschnitte zu schwingen. Bild 29 zeigt die gefundene Abhängigkeit.

Für die II. Biegeigenfrequenz sind die Verhältnisse aus Bild 30 zu ersehen, wobei ausserdem auch noch die rechnermässige für den unverwunde-

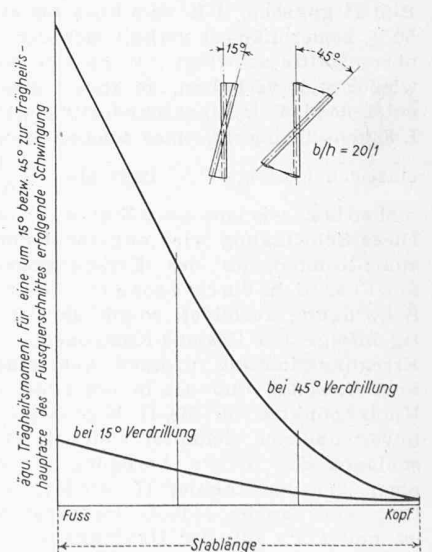


Bild 27. Aquatoriales Trägheitsmoment für eine um  $15^\circ$  bzw.  $45^\circ$  zur Trägheitshauptaxe des Fussquerschnittes erfolgende Schwingung

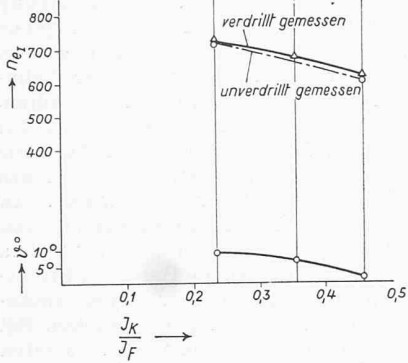


Bild 29. Abhängigkeit der I. Eigenschwingungszahl u. der Verschiebung  $\delta$  der Schwingungsrichtung gegenüber der Hauptträgheitsaxe des Fussquerschnittes bei in der Breite verjüngten Stäben vom Verhältnis der Trägheitsmomente  $J_K$  und  $J_F$  am Kopf und am Fuss

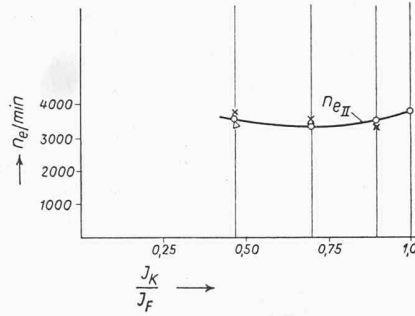


Bild 30. In der Breite verjüngte Stäbe: Abhängigkeit der II. Eigenfrequenz vom Verjüngungsverhältnis  $J_K/J_F$  ( $J_K$  Trägheitsmoment des Kopfquerschnittes,  $J_F$  Trägheitsmoment des Fussquerschnittes), O unverwunden, nach Versuch, x um  $45^\circ$  annähernd gleichmässig verdrillt nach Versuch,  $\Delta$  unverwunden mit  $0,43 l$  nach Rechnung

nen in der Breite verjüngten Zustand erhaltenen Werte eingetragen sind und wobei nach unseren früheren Angaben für den mittleren Querschnitt der im Abstand  $0,43 l$  vom Kopf und für das mittlere Trägheitsmoment der im Abstand  $0,43 l$  vom Fuss sich ergebende Wert eingesetzt wurde. Wegen der Kleinheit der Unterschiede gegenüber dem Rechnungswert geben wir im folgenden die Werte für die unverdrillten und die um  $45^\circ$  verdrillten Stäbe in Tabellenform wieder:

Verjüngung in der Breite	11 %	30,3 %	53,6 %	
	+ 2,0	- 0,5	+ 2,9	unverdrillt
	0	+ 2,6		um $45^\circ$ verdrillt

Die Unterschiede liegen also mehr oder weniger nahezu im Bereich der Versuchs- und Beobachtungsgenauigkeit. Insbesondere gilt dies, wenn man sich anhand von Bild 28 vergegenwärtigt, dass die Verdrillung keineswegs gleichmässig war.

Man wird sich jetzt noch fragen, wie die Verhältnisse liegen, wenn nicht nur die Verdrillung, sondern auch die Verjüngung, und zwar in der Dicke sehr stark ist, welchen Fall man bekanntlich bei Flugzeugpropellern hat. Im Jahre 1943<sup>3)</sup> habe ich für unverdrillte, stark verjüngte Turbinenschaufeln folgendes Verfahren angegeben:

1. Ersatz des wirklichen Verlaufs der Schaufelquerschnitte  $F$  durch eine gerade Linie, die namentlich innerhalb der äusseren Schaufelhälfte sich dem wirklichen Verlauf so gut anpasst, dass der Durchschnittswert nur wenig grösser als der Durchschnittswert der wirklichen äusseren Hälfte ist.
2. Ersatz der wirklichen Trägheitsmomentenkurve  $J$  durch eine Kurve dritten Grades, die namentlich in der inneren Schaufelhälfte mit der wirklichen Trägheitsmomentenfunktion möglichst gut übereinstimmt. Mehr unvermittelt auftretende Abweichungen am Kopf- oder Fussende bleiben unberücksichtigt; starke Verdickungen an der Schaufelwurzel werden durch eine kürzere, wirksame Schaufellänge  $l_{wi}$  in Rechnung gesetzt.

Aus der Ersatzgeraden, bzw. Ersatzkurve, ist für die erste Eigenfrequenz im Abstand  $0,231$  vom Kopfende der für die Masse massgebende Querschnitt  $F$  und im gleichen Abstand vom Fussende das für die Elastizität massgebende Trägheitsmoment  $J$  in die bekannte Formel

$$n_e = \frac{30}{\pi} \frac{\beta^2}{l^2} \sqrt{\frac{E J}{\rho F}}$$

einzusetzen. Hierbei ist  $\rho$  die Masse je Volumeneinheit und  $\beta = 1,875$  für die erste Eigenfrequenz. Für die zweite Eigenfrequenz sind die Werte  $F$  und  $J$  im Abstand  $0,431$  vom Kopf- bzw. Fussende abzugreifen. Der Festwert  $\beta$  ist mit  $4,694$  einzusetzen.

Es ist nun sehr bemerkenswert, festzustellen, dass auch bei so starken Verjüngungen wie bei Propellerblättern, bei denen die Kurve der Querschnitte und namentlich jene der

Trägheitsmomente stark von denen bei Turbinenschaufeln abweichen, das Verfahren für die erste Eigenfrequenz sehr gut mit dem Versuch übereinstimmende Werte liefert und dass dies auch noch für die zweite Eigenfrequenz gilt, wenn man die von uns eingangs geschilderte, durch die Verwindung verursachte Erniedrigung derselben berücksichtigt.

#### 4. Zusammenfassung

Durch die Verwindung wird nach Versuchen die erste Biegeeigenfrequenz von Turbinenschaufeln kaum geändert, die zweite dagegen beträchtlich. Sie wird bei schlanken Profilen erniedrigt, bei gedrungener erhöht. Bei flachen Profilen zeigen sich bei höheren Frequenzen verwickelte Erscheinungen. Es wird ein einfaches Verfahren zur Berechnung der Eigenschwingungszahlen verjüngter verwundener Schaufeln angegeben.

## NEKROLOGE

† Ferdinand Rothpletz. Am 7. Dezember 1949, seinem 77. Geburtstag, wurde in seiner Vaterstadt Aarau Dipl. Ing. Dr. h. c. Ferdinand Rothpletz aus einem arbeitsreichen Leben abberufen. Am 6. November hatte er noch in gewohnter temperamentvoller Art der Stadtbehörde von Aarau die neue, von seiner Firma projektierte und unter ihrer Leitung gebaute Aarebrücke übergeben<sup>1)</sup>.

Mit Ferdinand Rothpletz ist wieder einer der wenigen noch lebenden schweizerischen Ingenieure dahingegangen, die noch die letzten Jahrzehnte der vor etwa einem Vierteljahrhundert bei uns zu Ende gegangenen Periode der grossen Eisenbahn-, insbesondere Tunnelbauten in leitender Stellung mitmachten. Er war sogar der einzige Ingenieur, der beim Bau beider Simplontunnel von Anfang bis zu Ende mitwirkte, beim ersten als Adjunkt des Oberingenieurs der Unternehmung für die Nordseite, beim zweiten als Direktor des Regiebaues der SBB. Zwischen diesen beiden Arbeiten leitete er den Bau des Weissensteintunnels der SMB, dann, als Oberingenieur der Generalunternehmung, die Nordseite des Lötschbergtunnels<sup>2)</sup> und schliesslich, als Partner der Unternehmung, den Bau des Grenchenbergtunnels. Es folgte, nach Gründung der Firma Rothpletz & Lienhard (1920), die Mitwirkung als Berater, Bauleiter oder Unternehmer bei einer Reihe weiterer Tunnelbauten und -umbauten im In- und Ausland. Dr. Rothpletz und die von ihm gegründete Firma führten noch viele, z. T. grosse und schwierige Arbeiten anderer Art aus, aber es sind seine hervorragenden Leistungen im Tunnelbau, die den persönlichen Namen des Dahingegangenen begründeten, und als Tunnelbauer ist er in die Geschichte des Ingenieurbauwesens eingegangen; nicht in erster Linie wegen der grossen Zahl solcher Bauten, die ihm zwar eine grosse Erfahrung vermittelten, sondern wegen der Art ihrer Durchführung. Dank eines feurigen, mitreissenden Arbeitseifers, einer unbeugsamen Energie sowie eines ungewöhnlichen Organisationsgeschickes erreichte er Leistungen, die vorher nie erreicht worden waren. Aber das war es auch nicht allein. Ingenieur Rothpletz war durch und durch Praktiker, aber sein praktisches Können war durch eine gründliche technisch-wissenschaftliche Schulung (Zürich und Dresden) untermauert und von technisch-wissenschaftlichem Geiste durchdrungen. Er hatte Ideen! Nie verfiel er der Routine. Er trug wesentlich dazu bei, dass sich der schweizerische Tunnelbau von den im Ausland dogmatisch erstarrten Bauweisen löste, eigene Wege ging und eigene Methoden entwickelte, die sich nach und nach auch anderwärts durchsetzten, so dass am Ende jener grossen Bauperiode der Eisenbahnen die Schweiz im Tunnelbau führend war. Die wichtigsten Erkenntnisse und Grundsätze, die damals in Praxis und Literatur eingingen, stammen von ihm. Anlässlich der Schlusssteinlegung im II. Simplontunnel am Barbaratag 1921 anerkannte die ETH

<sup>1)</sup> SBZ 1949, S. 671.

<sup>2)</sup> Zwei Bilder, auf denen F. R. sprechend ähnlich ist, sind veröffentlicht in der SBZ Bd. 113, S. 13 beim Bericht über die Feier «25 Jahre Lötschbergbahn».

<sup>3)</sup> Geiger: Ermittlung der Eigenschwingungszahlen von verjüngten Turbinenschaufeln, «Wert-Rederei-Hafen», 1943, Seiten 49 ff.