

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 75 (1957)
Heft: 52: 75 Jahre SBZ

Artikel: Sickerströmung als Folge von Stauspiegelschwankungen in Erddämmen
Autor: Schnitter, Gerold / Zeller, Jürg
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-63467>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

sätzliche Zusammenhänge ankommt, dürfte es zweckmässig sein, die in Tabelle 3 zusammengestellten Mittelwerte der spezifischen Festigkeiten beider Stahlsorten dem Vergleich mit der Theorie zugrunde zu legen.

Es ist schade, dass bei diesen Versuchen die Dauerfestigkeitswerte des glatten Vollstabes ohne Walzhaut nicht bestimmt worden sind, denn diese bilden die eigentliche Grundlage der Auswertung. Diese Grundlage muss deshalb hier durch Extrapolation bestimmt werden, indem wir diejenige Wechselfestigkeit σ_w des Grundmaterials suchen, für die die berechneten Festigkeitswerte gegenüber den Versuchswerten die kleinste Fehlerquadratsumme ergeben; wegen der Streuungen ist diese Extrapolation natürlich mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. Die durchgeführten Berechnungen ergeben, dass im Mittel die Wechselfestigkeit σ_w des Grundmaterials (immer für $n = 2 \cdot 10^6$) etwa bei

$$\sigma_w = 0,42 \cdot \sigma_z$$

liegen muss. Damit kann aus Gleichung 1 die Kurve $\Delta\sigma$ bzw. $\sigma_{max} = \sigma_m + \Delta\sigma$ berechnet werden. Darauf liefert Gleichung (2)

mit

$$\sigma_{kmax} = \sigma_{max} \cdot \varphi = \sigma_{max} \frac{\varphi_w (\sigma_z - \sigma_m) + \sigma_m}{\sigma_z}$$

aus den Versuchswerten σ_{kmax} die Verhältniszahl

$$\varphi_w = \frac{\sigma_{kmax} \sigma_z - \sigma_{max} \sigma_m}{\sigma_{max} (\sigma_z - \sigma_m)} \text{ bzw. } \frac{\sum \sigma_{kmax} \sigma_z - \sum \sigma_{max} \sigma_m}{\sum \sigma_{max} (\sigma_z - \sigma_m)}$$

In Bild 3 sind die berechneten Festigkeitswerte (Kurven) mit den spezifischen Versuchsmittelwerten verglichen; auch sind die Zahlenwerte φ_w angegeben. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Theorie darf als gut bezeichnet werden. Damit wird die Feststellung bestätigt, dass bei den untersuchten Verbindungen der Einfluss der Schweissung einer Kerbwirkung gleichzusetzen ist und damit rechnerisch in der gleichen einfachen Form erfasst werden kann wie der Einfluss einer Lochschwächung.

In Bild 4 sind die berechneten Dauerfestigkeiten für die beiden Stumpfnähte und die beiden Kreuzstösse noch in zwei weiteren Darstellungen aufgetragen.

Damit dürften die Richtlinien gezeigt sein, auf die sich bei uns die zukünftigen Versuche zur Festlegung zulässiger Spannungen in geschweissten Verbindungen stützen sollten.

Sickerströmungen als Folge von Stauspiegelschwankungen in Erddämmen

DK 624.131.6

Von Prof. Gerold Schnitter und Dipl. Ing. Jürg Zeller der Versuchsanstalt für Wasserbau und Erdbau an der ETH, Zürich

Die Kenntnis der Sickerströmung in Erddämmen unter dem Einfluss der Füllung und Entleerung des Staubeckens ist in dreifacher Beziehung von Interesse:

1. Von Bedeutung ist die Ermittlung der zu erwartenden Sickerverluste. Die tolerierbaren Sickerverluste hängen vom Wert des aufgestauten Wassers ab. Dieser wird verschieden sein je nach der Zweckbestimmung des Staubeckens. Bei Speicherkraftwerken hängt er ab von der zur Verfügung stehenden, ausnutzbaren Fallhöhe und ist deshalb leicht zu errechnen. In unseren schweizerischen Verhältnissen wird er eher hoch zu veranschlagen sein, und deshalb schon sind kleinstmögliche Sickerverluste anzustreben.

2. Die Stabilität eines Staudammes, d. h. jene seiner luft- und wasserseitigen Böschungen, hängt stark ab von der Sickerströmung und den durch sie bedingten Porenwasserspannungen und Strömungsdrücken.

Dabei zeigt es sich, dass für die luftseitige Böschung neben dem Belastungszustand unmittelbar nach Baubeendigung und vor Staubeinbau (geringste Konsolidation, grösste Porenwasserspannungen) der Zustand bei Vollstau als weiterer Belastungsfall untersucht werden muss. Es wird dabei das Strömungsbild in der bekannten Weise unter Annahme der Gültigkeit des Darcyschen Gesetzes und einer stationären Strömung gezeichnet, wobei die Sickerlinie, das ist die freie Oberfläche des Wassers im Dammkörper, angenommen bzw. durch mehrfaches Probieren gefunden werden muss. (Genau genommen wäre dazu noch der Kapillarsaum des geschlossenen Kapillarraumes hinzuzuzählen.) Mit Hilfe des so ermittelten Strömungsbildes können die auftretenden Porenwasserspannungen abgelesen werden, die in diesem Falle identisch sind mit dem Auftrieb.

Die wasserseitige Böschung ist infolge der starken Schwankungen des Stauspiegels im Stausee ganz besonders durch die Sickerströmungen beansprucht, indem das Wasser in den Poren des wasserseitigen Dammmaterials je nach dessen Durchlässigkeit nicht genügend rasch, d. h. nur mit Verzögerung, dem äusseren Wasserspiegel folgen kann. Auf diese Besonderheit wurde schon relativ früh durch Terzaghi hinge-

wiesen (siehe auch E. Reinius, 1948). Es ergab sich daraus die Forderung auf Untersuchung der wasserseitigen Böschung nach den Auswirkungen einer sogenannten plötzlichen Stauabsenkung.

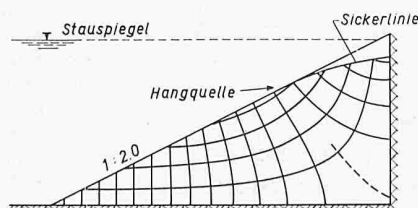
3. Während die zwei bisher gestreiften Probleme eine rechnerische Behandlung, wenigstens unter vereinfachenden Annahmen, ermöglichen (im allgemeinen gleichförmige Durchlässigkeit in sämtlichen Richtungen, Isotropie in dem selben Material), ist das dritte Problem rechnerisch nicht erfassbar. Es handelt sich dabei um die Sickerung längs preferenzieller Sickerwege, wie längs der Kontaktzonen Damm-Untergrund, Damm-Betoneinbauten oder längs unbekannter Kanäle im Untergrund und im Damm infolge Ausführungsunzulänglichkeiten. Solche Durchsickerungen können zu Ausspülungen im Dammmaterial und zu innerer Erosion führen, auf deren Gefahr nicht genug hingewiesen werden kann.

Die nachfolgende Untersuchung beschränkt sich auf den wasserseitigen Stützkörper. In Bild 1 ist ein typisches Strömungsbild zu erkennen, wenn, von Vollstau ausgehend, der Stauspiegel rasch abgesenkt wird, und infolge geringerer Durchlässigkeit des Stützkörpers das Porenwasser am raschen Nachströmen gehindert wird.

Die infolge Sickerströmung wirkenden Kräfte sind um so grösser, je grösser das Sickergefälle ist, d. h. je rascher der Stauspiegel abgesenkt wird und dadurch die «Sickerlinie» im Damm zurückbleibt. Die Geschwindigkeit, mit der die «Sickerlinie» im Dammkörper fällt, hängt dabei einerseits von der Absenkgeschwindigkeit v des Stauspiegels und andererseits von der Durchlässigkeit k und der Porosität n des Stützkörpers ab. Die Porosität ist deshalb zu berücksichtigen, weil bei nichtstationären Sickerströmungen das abfließende Wasservolumen von Bedeutung ist. Aus dem Vorhingesagten kann gefolgert werden, dass für den zeitlichen Ablauf der Sickerströmung das Verhältnis Absenkgeschwindigkeit v zu k/n von Bedeutung ist, was nichts anderes bedeutet, als dass bei stark durchlässigem Stützkörper eine wesentlich höhere Absenkgeschwindigkeit v zulässig ist als bei wenig durchlässigem, wenn gleiche hydraulische Beanspruchung des Dammes vorausgesetzt wird.

Die Sickerströmungsverhältnisse sind im Falle nichtstationärer Bewegung des Wassers mathematisch nicht mehr auf einfache Weise erfassbar. Derartige Aufgaben können mit Hilfe von Modellversuchen studiert werden. Dank der geometrischen Ähnlichkeit, welcher derartige Vorgänge gehorchen — allerdings unter der Voraussetzung einer rein laminaren Strömung — gelingt es, mit Hilfe einiger weniger Versuche den ganzen Sickerströmungsbereich zu überblicken bei beliebiger Variation der Absenkgeschwindigkeit im Staubecken, der Porosität und der Durchlässigkeit. Als Ähnlichkeitsbeziehung verwenden wir

Bild 1. Sickerströmungsbild im wasserseitigen Stützkörper nach erfolgter rascher Absenkung des Stauspiegels



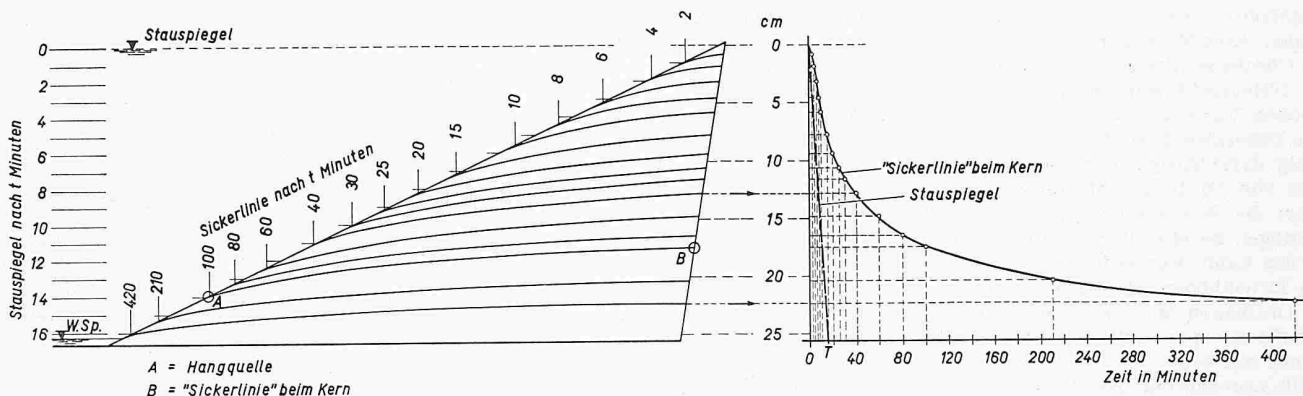


Bild 2. Zeitlicher Verlauf der Absenkung. Resultat eines Versuches im «schmalen Spalt-Modell»

$$(1) \frac{k}{n_s v} = \text{konst.}^1)$$

Die Richtigkeit obiger Gleichung kann z. B. mit Hilfe einer Dimensionsbetrachtung überprüft werden.

Es ist allgemein bekannt, dass nicht sämtliches Wasser aus den Poren auszufließen vermag (Haftwasser). Auch ist z. T. Luft darin eingeschlossen. Um diesen Faktoren Rechnung zu tragen, wird nicht die Porosität n , sondern ein auf einen gewissen Betrag

$$(2) \alpha n = n_s$$

reduzierter Wert in Rechnung gesetzt. Die in Tabelle 1 zusammengestellten Angaben über den Wert α sind Schätzungen und sollten, bis genügend Erfahrungswerte vorliegen, jeweils am betreffenden Baumaterial durch Versuche ermittelt werden.

Tabelle 1. Zusammenstellung einiger α -Werte (Größenordnung)

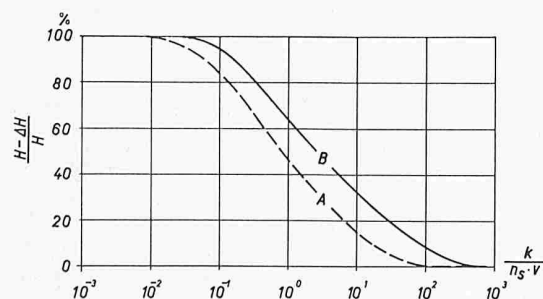
Materialart	in %	Materialart	in %
Blöcke	90 ÷ 100	Sand	50 ÷ 80
Blöcke mit Kies	80 ÷ 100	lehmiger Kiessand	10 ÷ 50
Blöcke mit Kiessand	70 ÷ 90	Lehm	0 ÷ 30
Kiessand	60 ÷ 80		

α ist von der Materialart, der Lagerungsdichte usw. abhängig. Es können daher für ein und dasselbe Lockergestein — je nach Lagerungsart — ganz verschiedene α -Werte auftreten.

Die Auswertung solcher Sickerströmungsversuche erfolgt am besten derart, dass der zeitliche Ablauf der «Sickerlinie» im Stützkörper verfolgt wird (Bild 2). Auf der linken Seite dieses Bildes sind die «Sickerlinien» eingetragen, wie sie sich im Lauf der Absenkung des Stauspiegels einstellen. Die rechte Seite gibt den zeitlichen Ablauf des Punktes der Sickerlinie direkt beim Kern wieder. T bedeutet dabei die für eine vollständige Absenkung des Stauspiegels erforderliche Zeit, B die Höhe der «Sickerlinie» beim Kern.

Bild 2 ist wohl für den gerade untersuchten Dammtyp mit gegebenen Bodenkennziffern und Absenkgeschwindigkeit in-

1) Eine Erläuterung der Bezeichnungen befindet sich im Anhang.

Bild 3. Allgemeine Darstellung der Lage der Sickerlinie (z. B. beim Kern) z. Zeit T in Abhängigkeit von $k/n_s v$

teressant, doch können wir die Verhältnisse bei geändertem v , k und n nicht überblicken. Stehen uns mehrere Versuche entsprechend Bild 2, z. B. ausgeführt für verschiedene v zur Verfügung, so können wir unter Voraussetzung einer geometrisch ähnlichen Dammform eine Darstellung verwenden, die für beliebige v , k und n -Werte gilt. Allerdings gelingt es nicht, im gleichen Diagramm (Bild 3) die ganze Sickerlinie zu erfassen, sondern nur einen Punkt davon, z. B. die Hangquelle (A) oder die «Sickerlinie» (B) beim Kern²⁾ zu einer bestimmten Zeit t .

1. Modellversuche

Als Versuchsmethoden, die für derartige Untersuchungen geeignet sind, stehen uns u. a. folgende Möglichkeiten offen: Versuche im porösen Grundwasserträger, als genaues Abbild der Natur; Nachbildung der Potentialströmung durch die Strömung einer zähen Flüssigkeit zwischen planparallelen Platten («schmales Spalt-Modell»); Nachbildung der Potentialströmung durch ein elektrisches Spannungsfeld (Zeller J., 1957).

Man entschloss sich nach Abwägen der verschiedenen Vor- und Nachteile zu einem «schmalen Spalt-Modell». Dieses bot genügend Gewähr für eine einfache Messmethode bei ausreichender Messgenauigkeit und erlaubte ausserdem eine leichte Anpassung des Grundwasserträgers (Stützkörper) an die verschiedensten Dammformen. Die Versuchseinrichtung (Bilder 4 und 5) wurde derart aufgebaut, dass der Stauspiegel beliebig schnell abgesenkt und derart der Absenkprozess den tatsächlichen Verhältnissen eines bestimmten Dammobjektes angepasst werden konnte.

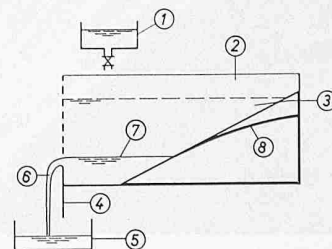
Den Stützkörper bildeten zwei planparallele Plexiglasplatten von 7 mm Stärke und einem einheitlichen Zwischenraum (Spaltweite) von 2 mm. Diese wurden in einen Glasbehälter mit einer inneren Weite von 5 cm eingefügt. Diese lichte Breite war notwendig, um die Absenkgeschwindigkeit im Staubecken genügend gross halten zu können. Als zähe Flüssigkeit wurde Esso-Zylinderöl 70 verwendet (Viskosität bei 20 ° C: 70 Poise).

Die nachfolgend beschriebenen Versuche dienten als Unterlage für die Stabilitätsberechnung des Staudammes Göschentalp³⁾. Sie wurden im Auftrage der Elektro-Watt, Elektrische und Industrielle Unternehmungen AG., in Zürich,

²⁾ Der Versuch wurde unter folgenden Voraussetzungen ausgeführt: Kern und Untergrund sind undurchlässig; zeitlicher Ablauf der Absenkung linear; $T = 900$ s, $H = 25,8$ cm, $n_s = 100$ %, $k = 4 \cdot 10^{-3}$ cm/s.

³⁾ Siehe dessen Darstellung in SBZ 1957, Heft 2 (vergriffen).

Bild 4. Schema der Versuchsanordnung. 1 Behälter zum Auffüllen des Modells; 2 wasserseitiger Stützkörper aus zwei planparallelen Plexiglasplatten mit geringem Zwischenraum (schmales Spalt); 3 Staubecken, das entleert wird; 4 Schütze für die Entleerung des Beckens, dessen Absenkgeschwindigkeit sich nach dem zu untersuchenden v richtet; 5 Behälter; 6 Ueberlauf; 7 momentaner Stauspiegel; 8 Sickerlinie



ausgeführt. Die folgenden Angaben sind deshalb zweckgebunden. Eine Verallgemeinerung ist aber möglich, da die Form des Göschenealdammes einem Normaltyp entspricht.

Untersucht wurden die in Bild 6 links (S. 810) wiedergegebenen Varianten, wobei vereinfachend angenommen wurde, dass Untergrund und Kern im Verhältnis zum Stützkörper sehr wenig durchlässig seien. Geprüft wurden u. a. auch der Einfluss von Drainageschichten auf die Absenkgeschwindigkeit, wobei die Wirksamkeit dieser Schichten bezüglich Schluckvermögen im Modellversuch zu rd. 75 bis 100 % angenommen werden kann. Für sehr kleine Druckgradienten (d. h. bei kleinen Druckhöhen, die sich ausbilden, wenn die «Sickerlinie» die Drainagen nahezu erreicht) wurde das Resultat durch die Oberflächenspannung des Oeles etwas verfälscht. Der selbe Effekt mit ähnlichen Folgen war übrigens auch bei der Hangquelle beobachtbar. Bei der Auswertung wurden diese Störungen, soweit dies möglich war, eliminiert. Weitere Versuche sollten Aufschluss über den Einfluss einer wenig durchlässigen Auflast aus Abraummaterial im Bereiche des wasserseitigen Dammfusses, zum Teil in Kombination mit Drainagen, geben, wobei angenommen wurde, dass das Schluckvermögen dieser Drainage ausreiche, um auch unter der Auflast das Sickerwasser abzuführen. Ein letzter Versuchstyp, der allerdings nur der Größenordnung nach untersucht wurde, sollte den Einfluss einer im Verhältnis zum Stützkörper stark durchlässigen Deckschicht zeigen. Diese Variante kann ohne Schwierigkeiten in erster Näherung vom zuallererst untersuchten Typ abgeleitet werden (mit Hilfe der Modellähnlichkeit).

Die Versuchsergebnisse sind ebenfalls in Bild 6 zusammengestellt, entsprechend dem in Bild 3 wiedergegebenen Auswertungsprinzip. Die Abbildungen auf S. 811 links geben die Messresultate der Hangquelle, diejenigen rechts die Werte der «Sickerlinie» direkt beim Kern wieder.

Zum besseren Verständnis diene nachfolgendes Rechenbeispiel:

Gegeben: Dammform entsprechend dem Modellversuche Bild 6, Typ I ($H = 100$ m); die Bodenkennziffern $k = 10^{-2}$ cm/s; $n_s = 0,28$

Gesucht: Zeitlicher Verlauf der Sickerlinie beim Kern für eine mittlere Absenkgeschwindigkeit des Stauspiegels von 20 m/Tag (0,0231 cm/s), ausgehend vom Vollstau bei totaler Entleerung des Staubeckens.

Lösung: $T = \frac{100}{20} = 5$ Tage

$$\frac{k}{n_s v} = \frac{10^{-2}}{0,28 \cdot 0,0231} = 1,55 \cdot 10^0$$

Aus Bild 6, Typ I, Diagramm rechts, lassen sich die in Tabelle 2 zusammengestellten Werte ablesen.

Eine vollständige Absenkung im Damm ergibt sich nach rd. 100 T, d. h. 500 Tagen. Bezüglich der Dammstabilität dürfte

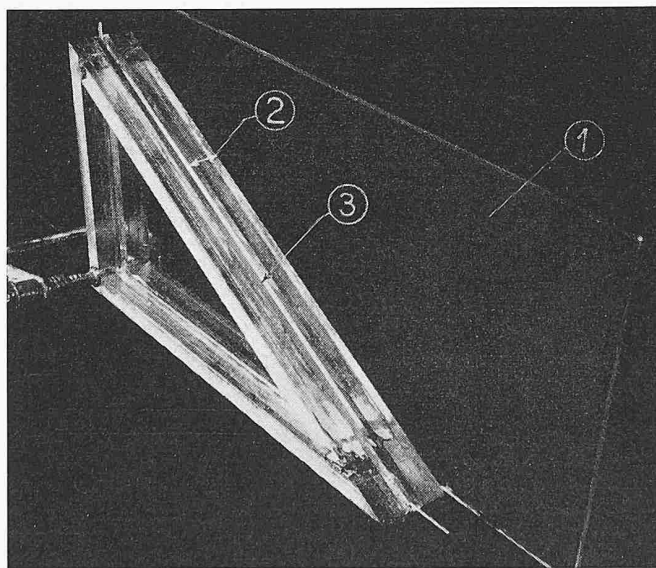
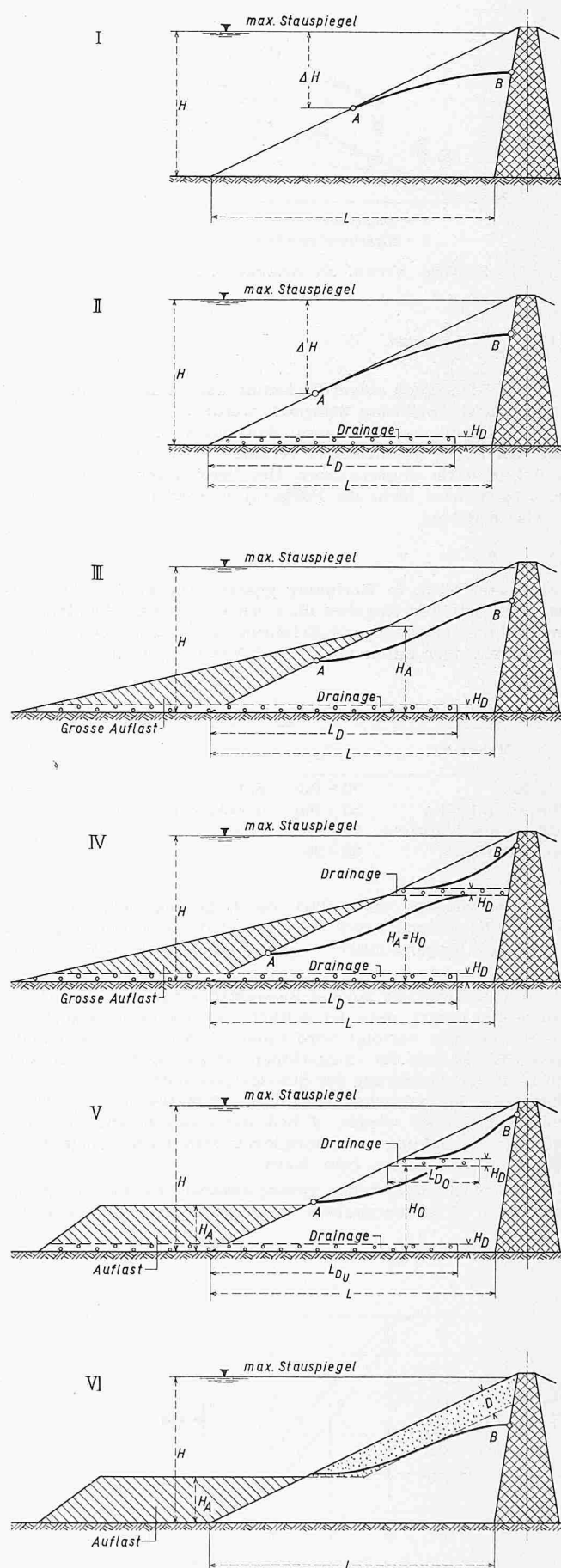


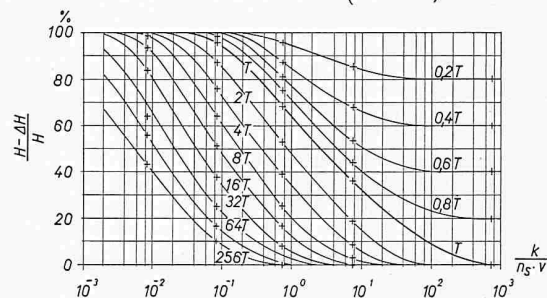
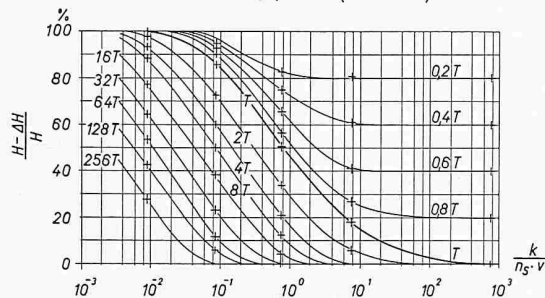
Bild 5. Aufbau des Stützkörpers (Grundwasserträger); Photo des «schmalen-Spalt-Modells». 1 Glasplatte (Wand des Modellkastens), 2 Stützkörper (Plexiglasplatte mit Distanzhalter), 3 schmaler Spalt



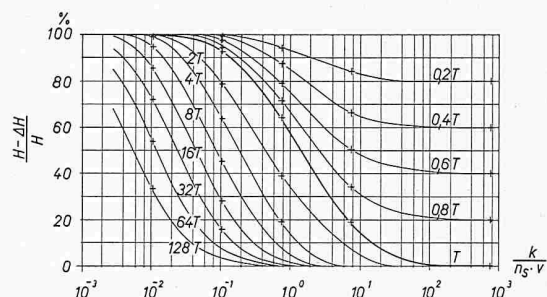
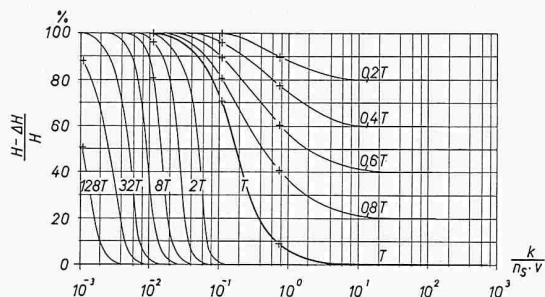
Zu Bild 6

Ort der Hangquelle (Punkt A)

Sickerlinie beim Kern (Punkt B)



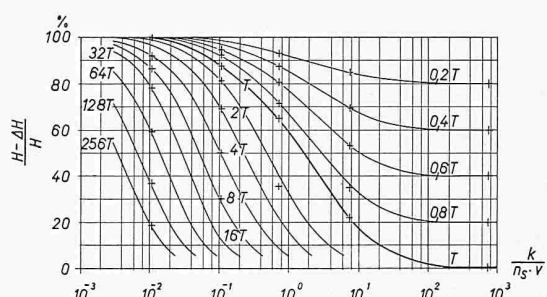
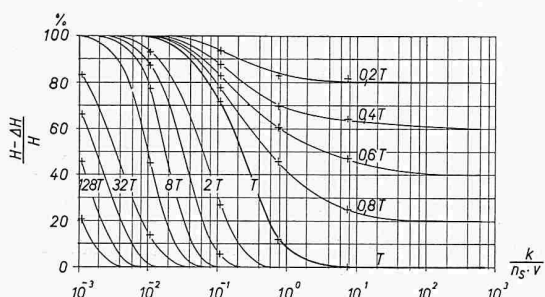
I Homogener
Stützkörper



II Stützkörper mit
Drainageschicht
auf undurch-
lässigem Unter-
grund

$$L_D = 0,63 L$$

$$H_D = 0,02 H$$

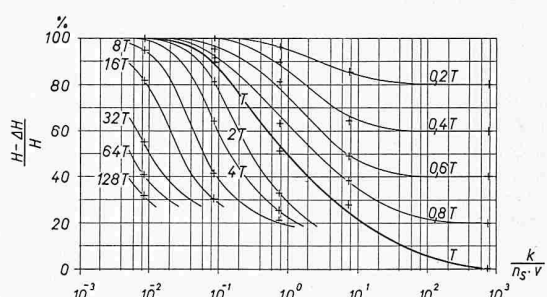
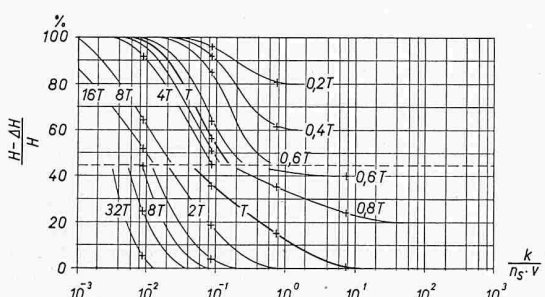


III Stützkörper mit
grosser, wenig
durchlässiger
Auflast und
durchgehender
Drainageschicht

$$L_D = 0,63 L$$

$$H_D = 0,02 H$$

$$H_A = 0,64 H$$

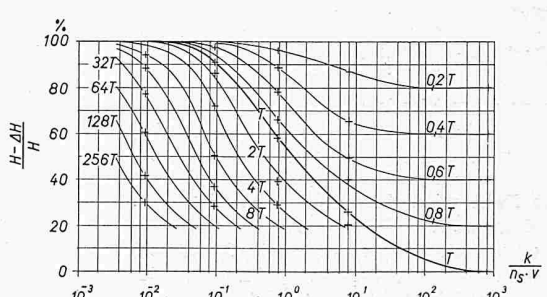
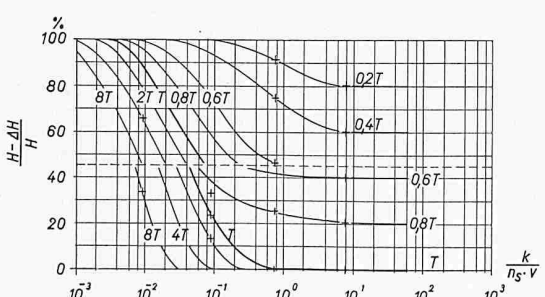


IV Stützkörper mit
grosser, wenig
durchlässiger
Auflast und zwei
Drainage-
schichten

$$L_D = 0,63 L$$

$$H_D = 0,02 H$$

$$H_A = 0,64 H$$



V Stützkörper mit
kleiner, wenig
durchlässiger
Auflast und zwei
Drainage-
schichten

$$L_{Du} = 0,63 L$$

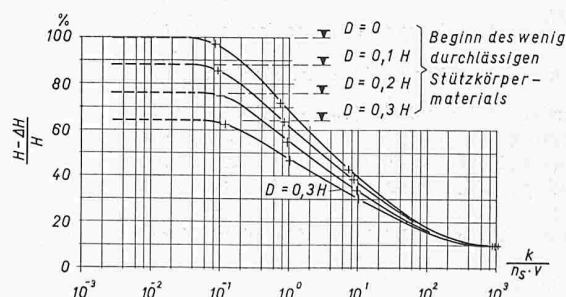
$$H_D = 0,02 H$$

$$H_A = 0,25 H$$

$$L_{Do} = 0,36 L$$

$$H_o = 0,45 H$$

Bild 6. Darstellung des zeitlichen Verlaufes der Sickerlinie im Stützkörper während und nach einer vollständigen Absenkung des Stauspiegels (ausgehend von Vollstau). Böschungsneigung des Stützkörpers 1:2,08. Böschungsneigung des Kernes 1:0,16. Durchlässigkeitsverhältnisse: Kern und Untergrund im Verhältnis zum Stützkörper sehr klein



VI Stützkörper mit
kleiner Auflast
und stark durch-
lässiger Deck-
schicht aber ohne
Drainagen.
Kurven für voll-
ständige Absenkung (zur Zeit
1,0 T)

$$H_A = 0,25 H$$

$$D = 0,0/1,0/0,2/0,3 H$$

Tabelle 2: Zeitlicher Verlauf der Sickerlinie

Zeit gemessen vom Beginn der Absen- kung an in Tagen	0,2 T	0,4 T	0,6 T	0,8 T	1,0 T
	1	2	3	4	5
$H - \Delta H/H$ in %	92,5	80,5	72,0	65,0	58,0

der Zustand nach fünf Tagen am ungünstigsten sein, doch sind zur Kontrolle auch Zustände vor der vollständigen Absenkung des Stauspiegels zu überprüfen.

2. Ein rechnerisches Verfahren zur Abschätzung der Spiegelabsenkung im Damme

Da eine grosse Zahl von Messresultaten vorliegt, ist es verlockend, den Versuch zu unternehmen, auf rechnerischem Wege mit Hilfe einer Näherungsmethode eine derartige Absenkung zu bestimmen. Auch sollte es auf diese Weise möglich sein, nicht nur für die den Versuchen zugrunde gelegte Böschungsneigung 1:2,08, sondern auch für andere im Dammbau gebräuchliche Neigungen die Sickerströmungsverhältnisse abzuschätzen.

Diese Berechnungsmethode stützt sich auf die Gleichung der nichtstationären Grundwasserbewegung von Boussinesq für eine horizontale undurchlässige Schicht:

$$(3) \quad \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{n_s} \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2}$$

dabei bedeuten:

k den Durchlässigkeitskoeffizienten

n_s die Porosität des Grundwasserträgers (siehe Erläuterung im Anhang)

h die Höhe der freien Wasseroberfläche über der undurchlässigen Schicht

x Abszisse des Punktes von der Höhe h

t Zeit

Durch die Verwendung dieser Gleichung werden implizite die üblichen Annahmen von Dupuit eingeführt, nämlich dass die Vertikalkomponente der Sickergeschwindigkeit null ist und dass deren Horizontalkomponente längs einer Vertikalen konstant ist.

Die nichtlineare Gleichung von Boussinesq kann nicht in geschlossener Form gelöst werden. Eine weitere Schwierigkeit bereitet die Randbedingung an der Austrittsfläche (Sickerfläche und überfluteter Teil der wasserseitigen Böschung), die in Wirklichkeit in Widerspruch zur Annahme von Dupuit steht. Deshalb wurde die Problemstellung noch wesentlich vereinfacht. Diese vereinfachenden Annahmen werden anhand von Bild 7 erläutert.

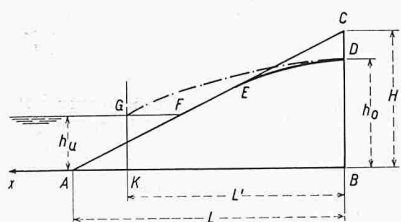


Bild 7. Vereinfachende Annahmen

Die Austrittsfläche EFA wird durch die Austrittsfläche längs einer vertikalen Begrenzung GK ersetzt (GK schneidet AF in der Mitte), dementsprechend wird die freie Oberfläche DEF durch die ideale Oberfläche DG ersetzt. Dadurch werden die Randbedingungen wesentlich vereinfacht und lauten:

- (4) für $x = 0$ ist $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$ (Tangente ist horizontal)
für $x = L'$ ist $h = h_u$ (Wassertiefe im Becken)

Die Länge L' variiert mit der Zeit ($L/2 < L' < L$) während der Absenkbewegung des Spiegels im Becken; schon dies erfordert eine schrittweise Berechnung, wobei für jeden Schritt die Länge L' konstant gehalten wird. Nach erfolgter totaler Absenkung ist $L' = L$.

Wie schon erwähnt, ist die Gleichung (3) nicht linear, ein Umstand, der die analytische Berechnung sehr erschwert. Deshalb wird hier, wie üblich, die Gleichung (3) linearisiert und lautet:

$$(3') \quad \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k h_m}{n_s} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

wobei h_m ein geeigneter Mittelwert der Grundwassertiefe ist. Gl. (3') besitzt nun folgende partikuläre Lösung:

$$(5) \quad h = h_u + (h_o - h_u) \cos \frac{\pi x}{2L'} e^{-\frac{k h_m}{n_s} \frac{\pi^2}{4L'^2} t}$$

die den Randbedingungen (4) gerecht wird. Der Verlauf von h in Funktion von x entspricht auch ungefähr der Vorstellung für die tatsächliche Form der Sickerlinie nach einer gewissen Zeit.

Die numerische Behandlung erfordert zunächst die Wahl eines geeigneten kleinen Zeitintervalls Δt . Zur Zeit $t = 0$ ist $h_u(0) = h(0) = h_o(0)$ gegeben. Nach der Zeit Δt ist $h_u(\Delta t)$ auch gegeben (Bewegung des Spiegels im Becken) und man rechnet (für $x = 0$):

$$h_o(\Delta t) = h_u(\Delta t) + [h_o(0) - h_u(\Delta t)] e^{-\frac{k h_m}{n_s} \frac{\pi^2}{4L'^2} \Delta t}$$

mit $L' = L'(0)$

Nachdem $h_o(\Delta t)$ bestimmt ist, kann $h_o(2\Delta t)$ ermittelt werden:

$$h_o(2\Delta t) = h_u(2\Delta t) + [h_o(\Delta t) - h_u(2\Delta t)] e^{-\frac{k h_m}{n_s} \frac{\pi^2}{4L'^2} \Delta t}$$

mit $L' = L'(\Delta t)$

im allgemeinen:

$$h_o(i\Delta t) = h_u(i\Delta t) + \{h_o[(i-1)\Delta t] - h_u(i\Delta t)\} e^{-\frac{k h_m}{n_s} \frac{\pi^2}{4L'^2} \Delta t}$$

mit $L' = L'[(i-1)\Delta t]$

Auf diese Art können die Werte von h_o in den Zeitpunkten $i \cdot \Delta t$ sukzessive berechnet werden. Es bleibt aber noch die Frage der Wahl einer geeigneten «mittleren» Tiefe h_m . Bei den von uns durchgeführten Berechnungen wurde der arithmetische Mittelwert der Tiefe in einem bestimmten Zeitpunkt verwendet:

$$(6) \quad h_m = \frac{1}{L'} \int_0^{L'} h(x) dx = h_u + \frac{2}{\pi} (h_o - h_u)$$

h_m ändert sich mit der Zeit; bei der schrittweisen Berechnung von $i \cdot \Delta t$ wird im Exponent der Wert von h_m eingeführt, ermittelt nach (6) für den Zeitpunkt $(i-1)\Delta t$.

Die Methode kann für jeden Verlauf der Kurve $h_u = h_u(t)$ angewandt werden und erfordert einen recht kleinen Arbeitsaufwand. Da sie aber auf wesentlichen Vereinfachungen beruht, wurden in einem Fall ($L = 2H$) die Resultate dieser vereinfachten Methode einerseits mit den Ergebnissen von Reinius⁴⁾, andererseits mit den Modellversuchen verglichen (Bild 8). Die Übereinstimmung ist befriedigend, vor allem

für grosse Werte des Parameters $\frac{k}{n_s v} (> 10^1)$. Für kleine Werte dieses Parameters ($< 10^1$) gibt das angenäherte Verfahren systematisch zu hohe Werte für die Tiefe h_o . Dies lässt sich ohne weiteres verstehen: bei einer plötzlichen Absenkung

4) Die von Reinius E. (1948) bekanntgegebenen Resultate beruhen z. T. auf Modellversuchen, z. T. auf einem halbgraphischen Verfahren, welches ziemlich langwierig und für praktische Anwendungen weniger geeignet ist.

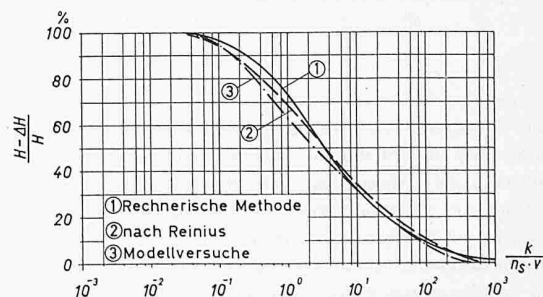


Bild 8. Standort der Sickerlinie beim Kern zur Zeit T (vollständige Absenkung); Vergleich von Modellversuchen und Rechnung für eine Böschungsneigung von 1:2,0

$\left(\frac{k}{n_s v} = 0\right)$ z. B. ist im ersten Augenblick die Form der freien Oberfläche eine geneigte Linie und nicht eine Sinuslinie, wie angenommen. Eine grobe Abschätzung des Fehlers auf Grund einer Fourier-Zerlegung zeigt, dass die angenäherte Methode nach kurzer Zeit Werte ergibt, die rund 20 % zu hoch liegen, was auch ungefähr der Beobachtung entspricht, wenn man die Resultate der Modellversuche als genau ansieht. Im übrigen war der Vergleich mit den Modellversuchen dadurch erschwert, dass die Begrenzung des undurchlässigen Kerns in den Modellversuchen mit 1:0,16 geneigt war, was in der Berechnung nicht berücksichtigt werden konnte.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die angenäherte Methode recht befriedigende Resultate ergibt, wenn an die Genauigkeit keine allzu grossen Ansprüche gestellt werden, und dass sie für alle praktisch vorkommenden Fälle angewandt werden darf, mit Ausnahme derjenigen, in welchen die wasserseitige Kernbegrenzung allzu geneigt ist. Die in Bild 8

sich zeigenden Abweichungen, besonders bei kleinen $\frac{k}{n_s v}$ -Werten, enttäuschen auf den ersten Blick. Berücksichtigt man aber die grosse Variation in der Durchlässigkeit und Porosität, wie sie in Natur normalerweise gemessen werden, so ist leicht zu erkennen, dass die durch die Rechnung erzielte Genauigkeit für eine Stabilitätsuntersuchung vollauf ausreichend ist. Zur Erläuterung des Rechnungsganges diene nachfolgendes Beispiel. Für die Zeiten $t = 0,2 T, 0,4 T, 0,6 T, 0,8 T$ und $1,0 T$ wurde die Lage der Sickerlinie beim Kern bestimmt. Die Rechnung kann sinngemäss für andere Zeiten, z. B. $8,0 T$, weitergeführt werden.

Beispiel:

Wasserseitige Böschung 1:2,0, d. h. $H = 1,0 \quad L = 2,0$

Totale Absenkzeit $T = \frac{H}{v}$; Zeitintervall $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{5}$

Parameter $\frac{k}{n_s v} = 10^{-1}$ Rechnungsgang: ($x = 0$)

1. Schritt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{5}$$

$$L' = \frac{\Delta t}{T} L + \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right) \frac{L}{2} = \frac{1}{5} \cdot 2,0 + \frac{4}{5} \cdot \frac{2,0}{2} = 1,2$$

$$h_m = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot 0,637 = 0,927$$

$$h_o = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} e^{-10^{-1} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 1,2^2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,927} = 0,994$$

2. Schritt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{5} \quad L' = \frac{2}{5} \cdot 2,0 + \frac{3}{5} \cdot \frac{2,0}{2} = 1,4$$

$$h_m = \frac{3}{5} + 0,394 \cdot 0,637 = 0,851$$

$$h_o = \frac{3}{5} + 0,394 e^{-10^{-1} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 1,4^2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,851} = 0,986$$

3. Schritt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{3}{5} \quad L' = \frac{3}{5} \cdot 2,0 + \frac{2}{5} \cdot \frac{2,0}{2} = 1,6$$

$$h_m = \frac{2}{5} + 0,586 \cdot 0,637 = 0,773$$

$$h_o = \frac{2}{5} + 0,586 e^{-10^{-1} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 1,6^2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,773} = 0,977$$

4. Schritt

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{4}{5} \quad L' = \frac{4}{5} \cdot 2,0 + \frac{1}{5} \cdot \frac{2,0}{2} = 1,8$$

$$h_m = \frac{1}{5} + 0,777 \cdot 0,637 = 0,695$$

$$h_o = \frac{1}{5} + 0,777 e^{-10^{-1} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 1,8^2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,695} = 0,968$$

5. Schritt

$$\frac{\Delta t}{T} = 1 \quad L' = 2,0$$

$$h_m = 0 + 0,968 \cdot 0,637 = 0,617$$

$$h_o = 0,968 e^{-10^{-1} \cdot \frac{\pi^2}{4 \cdot 2,0^2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,617} = 0,960$$

3. Zusammenfassung und Schlussbemerkungen

Für eine Berechnung der Stabilität der wasserseitigen Böschung eines Erddammes ist die Kenntnis des Sickerströmungsverlaufes als Folge von Stauspiegelabsenkungen von grösster Bedeutung. Mit Hilfe von Modellversuchen wurde für den Staudamm Göschenenalp dieses Verhalten an verschiedenen Dammquerschnitten untersucht (Bild 6). Die Untersuchungsmethode hat sich gut bewährt, so dass jederzeit die Möglichkeit besteht, ähnliche derartige Probleme zu studieren. Auch wurde versucht, mit Hilfe einer Näherungsberechnung den Sickerströmungsvorgang zu erfassen. Es konnte gezeigt werden, dass für einfache Dammquerschnitte die Berechnungsmethode befriedigende Resultate ergibt.

Die Untersuchungen lassen erkennen, dass

$$1. \text{ im Bereich } \frac{k}{n_s v} < 10^{-1}$$

der Absenkvorgang ausserordentlich langsam vor sich geht und deshalb bei einer Stabilitätsberechnung am besten mit vollständig gesättigtem Stützkörper gerechnet wird,

$$2. \text{ bei } \frac{k}{n_s v} > 10^{+1}$$

unter Voraussetzung steiler Dammböschungen die Absenkung nahezu eine vollständige ist und die Sickerströmung auf die Stabilität im allgemeinen kaum von Bedeutung ist,

$$3. \text{ aber bei Werten } 10^{-1} < \frac{k}{n_s v} < 10^{+1}$$

die Stabilitätsuntersuchung hinsichtlich Sickerströmungen mit besonderer Sorgfalt durchzuführen ist. Bei flachen Böschungen erstreckt sich dieser Bereich sogar bis 10^{+2} (an Stelle von 10^{+1}).

Mit Hilfe von speziellen Massnahmen (wie Einbau von Drainagen, stark durchlässigem Material in Dammteilen mit geringer Stabilität usw.) gelingt es, den Einfluss der Sickerströmung auf die Stabilität zu vermindern. Doch hat man sich Rechenschaft zu geben über den Transport von Feinmaterial im Stützkörper, der je nach Kornaufbau sehr intensiv ist und sukzessive zu einer Verstopfung der Drainageschichten führen kann, wodurch dann die gewünschte Wirkung ausbleibt⁵⁾.

Der wasserseitigen Dammoberfläche ist in diesem Zusammenhang besondere Beachtung zu schenken. Besteht doch die Gefahr, dass an Stellen konzentrierten Wasseraustritts sich eine Erosion von Stützkörpermaterial einstellt, die zu lokalen Rutschungen führen und dadurch schlimmstenfalls den Beginn einer allgemeinen Instabilität des wasserseitigen Stützkörpers bilden kann.

Die vorliegende Arbeit beschäftigte sich bisher nur mit der Böschungsneigung 1:2,08. Um den Einfluss der Neigung auf die Sickerströmung darzustellen, wurde mit Hilfe des angegebenen Berechnungsverfahrens der Standort der Sickerlinie beim Kern nach vollständiger Absenkung (zur Zeit T) auch für die Neigungen 1:1,5, 1:2,0, 1:2,5, 1:3,0 und 1:5,0 berechnet. Die Kernbegrenzung wurde als senkrecht angenommen. Die Ergebnisse sind in Bild 9 wiedergegeben. Wie zu erwarten, ist die Retentionswirkung bei flachen Böschungen wesentlich grösser als bei steilen.

⁵⁾ Es ist abzuwägen, ob evtl. über der Drainage angeordnete Filterschichten bessere Verhältnisse ergeben, doch ist auch bei diesen die Verstopfungsgefahr sehr akut, wie Beispiele aus der Praxis zeigen.

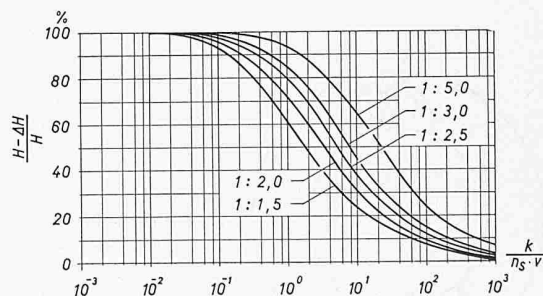


Bild 9. Standort der Sickerlinie beim Kern zur Zeit T für verschiedene Neigungen der Dammböschung (Kernbegrenzung senkrecht)

Der Elektro-Watt, elektrische und industrielle Unternehmungen AG., Zürich, sei an dieser Stelle für die Bewilligung zur Veröffentlichung der Messdaten bestens gedankt. Für ihr Mitwirken an Versuchen und Berechnung danken die Verfasser den Ingenieuren K. Frei, A. Thomopoulos und R. Härry sowie Dr. A. Preissmann, Mathematiker der VAWE.

4. Anhang: Zusammenstellung der Bezeichnungen

k	Durchlässigkeit nach Darcy
v	mittl. Geschwindigkeit, mit der der Stauspiegel abgesenkt wird
n	Porosität (spezif. Porenvolumen)
n_s	spezifisches Wasservolumen in den Poren, das bei einer Stauspiegelabsenkung aus dem Stützkörper abfließt
α	Koeff. $= \frac{n_s}{n}$
H'	Mächtigkeit der stark durchlässigen Deckschicht
H	Stauhöhe
ΔH	Spiegeldifferenz
$H - \Delta H$	abgesenkte Spiegelhöhe
h_o	Höhe der Sickerlinie beim Kern über der undurchlässigen Schicht
h_u	Höhe des Wasserspiegels im Staubecken
h_m	Mittelwert der Höhe der Sickerlinie über der undurchlässigen Schicht
Δt	Zeitintervall
T	Zeit, die erforderlich ist, um einen Stausee vom Vollstau bis zur vollständigen Entleerung abzusenken
t	Zeit
i	Ganze Zahl

L Länge des Stützkörpers
 L' idealisierte Dammlänge
 x Abszisse

Literaturverzeichnis

- Bishop, A. W. (1952): The Stability of Earth Dams. Thesis, University of London, Imperial College, p. 103/110.
- Irmay, S. (1956): Extension of Darcy Law to unsteady unsaturated flow through porous media. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept., Tome II, p. 57/66.
- Meyer, R. (1955): Quelques résultats théoriques récents concernant les écoulements des nappes d'eau souterraines. «La Houille Blanche», 1955, No. 1, p. 86/108.
- Mosonyi, E. und Kovacs, G. (1956): Loi de modèles réduits de filtration. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept., Tome II, p. 111/115, Publication No. 41.
- Müller, R. (1938): Die Anwendung von Strömungsbildern zur Berechnung durchsickerter Erdschüttungen. Erdbaukurs der ETH, 1938.
- Reinius, E. (1948): The Stability of the Upstream Slope of Earth Dams. Statens Kommitté for Byggnadsforskning, Meddelanden Nr. 12, Stockholm.
- Schneebeil, G. (1955): Le Barrage de Serre-Ponçon sur la Durance, Etude des Infiltrations. «La Houille Blanche», No. spécial A/1955, p. 320/331.
- Todd, D. K. (1955): Ground-Water Flow in Relation to a Flooding Stream. «Proc. ASCE», Vol. 81, Sep. 628, Feb. 1955. — (1954): Unsteady Flow in Porous Media by Means of a Hele-Shaw Viscous Fluid Model. «Transaction, Am. Geoph. Union», Vol. 35, No. 6, Dec. — (1956): Laboratory research with ground-water models. Association Internationale d'Hydrologie Scientifique, Symposia Darcy, Dijon, Sept. Tome II, p. 199/206.
- Zeller, J. (1957): Behandlung von Grundwasser-Strömungsproblemen mit Hilfe von Modellversuchen. «Schweiz. Zeitschrift für Hydrologie», Vol. XIX, Fasc. 1, S. 164.

Elementare Betrachtungen zum Satelliten- und Raumfahrtproblem

DK 629.19

Vorgetragen im Technischen Verein Winterthur am 8. November 1957 von Prof. Dr. Jakob Ackeret, Vorstand des Institutes für Aerodynamik an der ETH, Zürich

Mit dem vierten Oktober 1957 ist eine neue Epoche der Ortsveränderung, die *Raumfahrt*, angebrochen. Schon fliegen zwei Körper im praktisch leeren Raum mit kosmischer Geschwindigkeit, und es ist den russischen Physikern und Ingenieuren gelungen, ein lebendes Wesen dem zweiten Satelliten mitzugeben und dessen Verhalten wenigstens während einigen Tagen zu registrieren. Der arme Hund hat inzwischen sein Leben lassen müssen; immerhin hat er zur Lösung wichtiger Fragen offenbar Wesentliches beigetragen — Fragen, die sich auf die Durchführbarkeit menschlicher Raumreisen beziehen.

An dieser Stelle wollen wir uns nicht mit den aufregenden vielfältigen, aber auch zwiespältigen Problemen politischer und militärischer Art, sondern nur mit den technischen oder eher physikalischen Aspekten beschäftigen. Dabei wollen wir uns weniger in Beschreibungen verlieren, als vielmehr die *Gesetze* der Raumfahrt, freilich in sehr vereinfachter Form, kennenlernen. Dem Ingenieur ist ja wohl eher gedient, wenn er die Dinge *quantitativ* etwas überblicken kann.

Dass ein Mond auch künstlich geschaffen werden könnte, hat Isaac Newton 1686 in seinen epochemachenden «Principia» klar dargelegt. Er beschreibt (Bild 1) den *Wurf* (ohne Luftwiderstand) mit horizontaler Anfangsgeschwindigkeit V von

einem hohen Berg herunter. Der Körper fällt infolge seiner Schwere; aber mit grösserem V beschreibt er eine längere Bahn bis zum Auftreffen am Boden. Erreicht nun aber V einen bestimmten berechenbaren Wert V_z , so führt eine *Kreisbahn* zum Ausgangspunkt zurück, und da der Geschwindigkeitsbetrag nicht verändert wird (die Schwerkraft wirkt ja senkrecht zur Kreisbahn und hat also keine Komponente in Bahnrichtung), geht der Vorgang ad infinitum weiter; ein neuer Mond ist entstanden.

V_z berechnet sich aus dem Gleichgewicht von Anziehungs- und Zentrifugalkraft. Mit der Erdbeschleunigung g ($= 981 \text{ cm/s}^2$), dem Erdradius R und dem Newtonschen Gravitationsgesetz folgt nämlich für die bewegte Masse m

$$(1) \quad m g \frac{R^2}{r^2} = m \frac{V_z^2}{r}$$

also

$$(1a) \quad V_z = \sqrt{\frac{g R^2}{r}}$$

Sehr nahe am Boden ist $r \rightarrow R$ und

$$V_{z0} = \sqrt{g R}$$

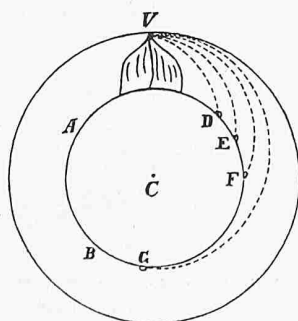


Bild 1 (links). Bahnen eines von einem hohen Berg horizontal und mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten geworfenen Körpers nach J. Newton (1686). Kreis-(Satelliten-)bahn bei einer bestimmten Geschwindigkeit

Bild 2 (Mitte). Geschwindigkeitsverhältnisse bei Kreisbahnen von verschiedenem Radius

Bild 3 (rechts). Uebergang von der Kreis- zur Ellipsenbahn bei Erhöhung der Geschwindigkeit im Perigäum P. Starke Vergrößerung des Apogäum-Abstandes r_2

