Zum Uebergang auf das MKSA-System

Autor(en): **Grassmann, P. / Ostertag, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **77 (1959)**

Heft 17

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-84244

ORGAN DES SCHWEIZERISCHEN INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREINS S.I.A. UND DER GESELLSCHAFT EHEMALIGER STUDIERENDER DER EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE G.E.P.

Zum Uebergang auf das MKSA-System

DK 389.15:53.081.1

Von Prof. Dr. **P. Grassmann** und **A. Ostertag**, dipl. Ing., Zürich

1. Die Veranlassung

Im Jahre 1954 setzte die zehnte Generalkonferenz für Mass und Gewicht, das oberste Organ der Internationalen Meterkonvention vom Jahre 1875, als Grundeinheiten der Meter [m], das Kilogramm Masse [kg], die Sekunde [s], und das Ampère [A], also die vier Grundeinheiten des MKSA-Systems, und dazu noch den Grad Kelvin [° K] und die Candela (für die Lichtstärke) fest und beschloss, diese Grundeinheiten zur allgemeinen Verwendung zu empfehlen. Sie sind auch von anderen internationalen Gremien, insbesondere von der International Standard Organisation (ISO), empfohlen und in einigen Ländern bereits gesetzlich vorgeschrieben worden. Sie haben sich dank ihrer Vorteile sowohl an Lehranstalten und in der technischen Literatur als auch in der Industrie schon verschiedentlich eingeführt, so insbesondere in der Thermodynamik und ihren technischen Anwendungen, wo man bisher im technischen Massystem rechnete und es auch heute noch vorwiegend tut [1] [2] [3] *). Neben diesen beiden Systemen besteht noch das CGS-System mit den Grundeinheiten cm, g (Masse) und s, das im wissenschaftlichen Schrifttum der ganzen Welt sowie auch in der Elektrotechnik benützt wird. Auf die zahlreichen Massysteme, die in England und in den USA üblich sind, soll hier lediglich hingewiesen werden. Sie beruhen teils auf der Kraft, teils auf der Masse, teils auf beiden gleichzeitig, und sie kennen verschiedene Einheiten für Längen, Flächen, Räume und Gewichte, die nicht durch Multiplizieren mit Potenzen von 10 auseinander hervorgehen. Dadurch ergeben sich viele Umrechnungszahlen, die das Arbeiten sowie das Uebertragen auf andere Systeme beträchtlich erschweren und den Anfänger verwirren.

Das MKSA-System, das auch als Giorgisystem bezeichnet wird, ist physikalisch richtig, eindeutig und logisch konsequent aufgebaut. Das Arbeiten mit ihm ist einfacher als mit dem technischen und bereitet dem Anfänger weniger Schwierigkeiten. Wer es von Anfang an benützt hat, rechnet mit ihm leicht und sicher. Die Benützer anderer Systeme, die zum MKSA-System übergehen wollen, müssen sich umstellen. Der Uebergang vom CGS-System her ist leicht möglich, weil beide Systeme die Masse als Grundeinheit verwenden und ähnliche, teilweise sogar gleiche Einheiten benützen. Der Schritt vom technischen Massystem ist grösser. Er erfordert neben dem Vertrautwerden mit den neuen Grössen und Einheiten einige Ueberlegungen grundsätzlicher Art sowie Uebung im Umgang mit den massgebenden Begriffen, Zahlen und Dimensionen. Eingefleischte Vorstellungen, z. B. jene über die Bedeutung des Gewichtes als Mass für die Stoffmenge, sind zu berichtigen. Der Zeitpunkt ist gekommen, da sich der Maschinen-Ingenieur klar werden muss, ob er die Umstellung vornehmen soll oder nicht. Die nachfolgenden Betrachtungen wollen ihm die Gesichtspunkte vermitteln, auf Grund welcher er sich entschliessen kann.

2. Grundsätzliche Forderungen

Ein zweckmässiges Massystem soll eine Reihe von Forderungen erfüllen, von denen nachstehend folgende genannt seien [4]:

a) Die Grundgrössen müssen so ausgewählt werden, dass sich für die abgeleiteten Grössen einfache und anschauliche Dimensionen ergeben. Diese Forderung ist stets nur für ein Teilgebiet, etwa die Mechanik oder die Elektrizitätslehre erfüllbar. Für andere Gebiete können weitere Einheiten eingeführt werden (z. B. das Kilowatt, das Bar), doch soll deren Zahl möglichst beschränkt sein.

b) Umrechnungszahlen sollen möglichst wenig vorkommen. Als abschreckendes Beispiel sei die Umrechnung der Einheiten für die Arbeit genannt:

$$1 \ J_{abs} = 2{,}778 \cdot 10^{-7} \ kWh = 0{,}10197 \ mkp = 3{,}777 \cdot 10^{-7} \ PS\,h = 3{,}725 \cdot 10^{-7} \ hph = 2{,}388 \cdot 10^{-4} \ kcal_{IT}.$$

c) Das System soll für möglichst viele Gebiete zweckmässig sein, weil sich die verschiedensten Disziplinen zunehmend mehr verflechten und ihre Bearbeiter einer gemeinsamen Grundlage zur leichtern gegenseitigen Verständigung bedürfen.

d) Die Grösse der Grundeinheiten sollten so gewählt sein, dass möglichst viele der abgeleiteten Einheiten in die Grössenordnung der menschlichen Umwelt passen.

e) Gleichungen und Formeln, die sich auf Vorgänge beziehen, bei denen die Gravitation mitwirkt, sollen die örtliche Schwerebeschleunigung g enthalten. In allen andern Fällen soll g nicht vorkommen. Treten an Stelle der Schwerkraft andere Kräfte, z. B. die Zentrifugalkraft oder elektrische oder magnetische Kräfte, so sollen die hiefür geltenden Gleichungen aus denen für das Schwerefeld gültigen dadurch gewonnen werden, dass man die Schwerebeschleunigung g durch die Zentrifugalbeschleunigung $r\omega^2$ bzw. durch die auf die Masseneinheit wirkenden elektrischen oder magnetischen Kräfte ersetzt.

f) Das System muss gegenüber den bisher gebräuchlichen nicht nur einige grundsätzliche, sondern auch wesentliche praktische Vorteile bringen. Die Umstellung ist mit bedeutenden Aufwendungen an Zeit und Mitteln verbunden (Neuberechnen von Tafeln und Diagrammen, Neubearbeiten der Literatur, Neueichen der Messinstrumente). Diese Aufwendungen lohnen sich nur, wenn das neue System den mit ihm Arbeitenden eine beträchtliche Erleichterung bringt, die Ausbildungszeit abkürzt und Irrtümer besser vermeiden lässt. Ueberdies sollen die dem Laien geläufigen Einheiten wie m, kg, s, ° C, A, V, W beibehalten bleiben.

Keines der bis heute vorgeschlagenen Massysteme vermag alle diese Forderungen restlos zu erfüllen; es bestehen jedoch grosse Unterschiede im Grad der Annäherung. Beim MKSA-System ist dieser Grad besonders hoch.

3. Die Einheiten und Dimensionen des MKSA-Systems

Die abgeleiteten Einheiten entstehen aus den Grundeinheiten durch Zusammensetzen entsprechend den jeweilen massgebenden physikalischen Gesetzen. Dabei geht ein Teil der Einheiten aus den Grundeinheiten durch einfache Produkt- und Quotientenbildungen hervor, die keinen von 1 verschiedenen Faktor enthalten. Beispiel: Masse 1 kg, Kraft 1 mkg/s^2 = 1 Newton, Arbeit 1 m^{2}kg/s^2 = 1 Joule; Leistung 1 m^{2}kg/s^3 = 1 Watt. In dieser Weise verknüpfte Einheiten nennt man aufeinander abgestimmt oder *kohärent* [3] S. 16. Neben den Bezeichnungen für die Grundeinheiten wurden auch für die abgeleiteten Einheiten besondere Bezeichnungen eingeführt. So nennt man z. B. die Einheit für die Energie 1 m^{2}kg/s^2 = 1 Joule. Um bei abgeleiteten Einheiten Grössenordnungen zu erhalten, die in die menschliche Umwelt passen, erhielten einzelne Zehnerpotenzen solcher Einheiten wiederum besondere Bezeichnungen. Das trifft z. B. beim Druck zu, bei dem 10^5 kg/ms^2 = 1 bar gesetzt wird, oder bei der Leistung mit 10^3 W = 1 kW usw. Nachstehend findet

[1]) Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss des Aufsatzes.

man einige der wichtigsten abgeleiteten Einheiten sowie die Umrechnungsformeln, die den Zusammenhang mit dem technischen Massystem zeigen. Bei diesem wird die Einheit der Kraft, entsprechend der Entschliessung des Deutschen Normenausschusses vom Jahre 1955, in Kilopond (kp) angegeben, um Verwechslungen mit dem Kilogramm als der Einheit der Masse zu vermeiden.

a) Die Einheiten der Mechanik

Diese bauen auf den drei Grundgrössen für die Länge, die Masse und die Zeit auf, deren Einheiten m, kg, s sind, sowie auf dem bekannten Satz von Newton:

Kraft = Masse × Beschleunigung.

Die *Einheit der Kraft* ist das *Newton*. Es ist die Kraft, die der Masse 1 kg die Beschleunigung 1 m/s² erteilt.

$$1 \text{ N} = 1 \text{ mkg/s}^2 = 1/9{,}80665 \text{ kp}$$

$$1 \text{ kp} = 9{,}80665 \text{ N}$$

Die *Einheit der Arbeit* (Energie) ist das *Joule*. Es ist die Arbeit, die 1 N längs der Wegstrecke 1 m leistet.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^2 = 1/9{,}80665 \text{ mkp}$$

$$1 \text{ mkp} = 9{,}80665 \text{ J}$$

Die *Einheit der Leistung* ist das *Watt*. Es ist die in 1 s geleistete Arbeit in Joule

$$1 \text{ W} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^3 = 1/9{,}80665 \text{ mkp/s}$$

$$1 \text{ mkp/s} = 9{,}80665 \text{ W}$$

$$1000 \text{ W} = 1 \text{ kW} = 1{,}35962 \text{ PS}; \; 1 \text{ PS} = 0{,}7355 \text{ kW}$$

Die *Einheit des Druckes* ist das N/m². Da es für praktische Zwecke zu klein ist, wurde das *Bar* eingeführt:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ kg/ms}^2 = 1{,}01972 \text{ kp/cm}^2$$

$$1 \text{ kp/cm}^2 = 0{,}980665 \text{ bar}$$

Als weitere Druckeinheit wird das Torr benützt. 1 Torr ist der Druck einer Quecksilbersäule von 1 mm Höhe bei 0 °C ($\rho = 13{,}5951$ kg/dm³) und $g = g_n$. Das trifft für Zürich bemerkenswerterweise genau zu; da ist $g = 9{,}80665$ m/s². Als physikalische Atmosphäre bezeichnet man 1 atm = 760 Torr = 101325 N/m². Die technische Atmosphäre ist 1 at = 1 kp/cm² = 735,56 Torr = 0,980665 bar.

Die *Einheit der dynamischen Viskosität* sind 10 Poise

$$10 \text{ P} = 1 \text{ kg/ms} = (1/9{,}80665) \text{ kps/m}^2$$

Die dynamische Viskosität ist durch das Newtonsche Schubspannungsgesetz

$$\tau = \eta \, dw/dy; \; \eta = \tau \, dy/dw$$

definiert. Im CGS-System ist die kohärente Einheit Poise

$$1 \text{ P} = 1 \, dyn \text{ s/cm}^2 = 1 \text{ g/cms},$$

im MKSA-System

$$1 \text{ kg/ms} = 1000 \text{ g/100 cms} = 10 \text{ P}$$

Die *kinematische Zähigkeit* ν ergibt sich aus der dynamischen nach der Gleichung

$$\nu = \eta/\rho$$

Im CGS-System ist die Einheit Stokes

$$1 \text{ St} = 1 \text{ g/cm s} \cdot \text{cm}^3/\text{g} = \text{cm}^2/\text{s},$$

im MKSA-System und im technischen System ist die kohärente Einheit

$$10^4 \text{ St} = 1 \text{ m}^2/\text{s}$$

b) Einheiten der Thermodynamik

Hier tritt als neue Grundeinheit der Grad Kelvin (°K) hinzu. Da sich der Eispunkt im Hinblick auf die heute sehr gesteigerten Ansprüche an Präzision nicht mehr genügend genau verwirklichen lässt, wurde durch die 10. Generalkonferenz für Mass und Gewicht (Paris 1954) an Stelle des Eispunktes der Tripelpunkt des Wassers herangezogen. Seine Temperatur beträgt *definitionsgemäss* 273,16 °K. Zusammen mit dem absoluten Nullpunkt, dessen Temperatur natürlich 0° K beträgt, genügt er zur Definition der Temperaturskala, ohne dass noch der Siedepunkt des Wassers herangezogen werden muss. Es sei in diesem Zusammenhang vermerkt, dass sich die Celsiusskala nach wie vor auf den *Eispunkt* bezieht. Dieser liegt 0,01° C tiefer als der Tripelpunkt. Es gilt also die Umrechnungsformel T [°K] = 273,15 + t [° C]. Ausser dem normalen Siedepunkt des Wassers (= 100° C) wurden als weitere Fixpunkte die Gleichgewichtstemperaturen zwischen der flüssigen und der dampfförmigen Phase bei 760 Torr folgender Stoffe festgelegt: Sauerstoff —182,97° C, Schwefel +444,60° C, Silber +960,8° C, Gold +1063,0° C. Die Wärmemenge bedarf keiner neuen Einheit; da sie eine Energieform darstellt, gilt für sie das Joule. Für die Umrechnung auf die technischen Einheiten wird die internationale Tafelkalorie [kcal_{IT}] zugrunde gelegt, die an der 5. Internationalen Dampftafelkonferenz (vom Juli 1956 in London) zu

$$1 \text{ kWh} = 859{,}845 \text{ kcal}_{IT}$$

festgesetzt wurde. Damit ergeben sich

$$1 \text{ J} = 1/9{,}80665 \cdot 426{,}935 = 2{,}38846 \cdot 10^{-4} \text{ kcal}_{IT}$$

$$1 \text{ kcal}_{IT} = 4186{,}8 \text{ J} = 4{,}1868 \text{ kJ}$$

Die *Einheit der spezifischen Wärme* ist

$$1 \text{ J/kg°K} = 2{,}38846 \cdot 10^{-4} \text{ kcal}_{IT}/\text{kg°C}$$ [2])

Die spezifische Wärme von Wasser (von 15° C) ist

$$c_w = 1 \text{ kcal}_{15}/\text{kg°C} = 4{,}1855 \text{ kJ/kg°K}$$

Die spezifische Wärme von Luft bei konstantem Druck ist

$$c_p = 0{,}24 \text{ kcal/kg°C} = 1{,}005 \text{ kJ/kg°K}$$

Für die meisten technischen Berechnungen kann für die Luft $c_p = 1$ kJ/kg°K gesetzt werden, was das Rechnen sehr vereinfacht.

Die *Einheit der Wärmeleitfähigkeit*

$$1 \text{ W/m °K} = 0{,}859845 \cdot \text{kcal}_{IT}/\text{m °C h}$$

Die *Einheit der Wärmeübergangszahl*

$$1 \text{ W/m}^2 \text{ °K} = 0{,}859845 \cdot \text{kcal}_{IT}/\text{m}^2 \text{ °C h}$$

Die *Gaskonstante* $R = p/\rho T$ ist die Arbeit pro 1 °K Temperaturerhöhung, die die Mengeneinheit eines idealen Gases infolge Erwärmung bei konstantem Druck leistet. Für Luft gilt

$$R = 286{,}9 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ °K} = 286{,}9 \text{ J/kg°K} = 29{,}27 \text{ mkp/kg°K}$$

Die allgemeine Gaskonstante pro Mol ist

$$\mathbf{R} = 8315 \text{ J/°K kmol} = 1{,}986 \text{ kcal}_{IT}/\text{°C kmol} = 847{,}9 \text{ mkp/°C kmol}$$

Hieraus ergibt sich das Molvolumen beim technischen Normalzustand + 10°, 1 kp/cm² zu $\mathfrak{B} = 24$ m³/kmol. Den selben Wert erhält man bei +19° C und 1 bar.

c) Elektrische Einheiten

Die hier neu hinzutretende Grundeinheit, das Ampère A, wird als derjenige konstante Strom definiert, der beim Durchfliessen zweier unendlich langer, gerader, parallel zueinander im Abstand 1 m im Vakuum angeordneter Drähte von vernachlässigbar kleinem Querschnitt zwischen diesen Drähten pro m Drahtlänge eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N hervorruft (Int. Komitee für Mass und Gewicht 1946, 9. Generalkonferenz für Mass und Gewicht, Paris 1948). Durch diese

[2]) Bei spezifischen Grössen tritt in den Dimensionsformeln im technischen Massystem das kg als Einheit der Masse (Stoffmenge) auf; hierüber werden später unter 4a die nötigen Erläuterungen gegeben werden.

Festsetzung ergibt sich die magnetische Feldkonstante im MKSA-System zu

$$\mu_0 = \text{Induktion/Feldstärke} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/mA}$$

Einer der Hauptvorteile des MKSA-Systems liegt in seinem sehr engen Anschluss an die elektrischen und magnetischen Einheiten, wie Ampère, Volt, Ohm, Coulomb, Watt, Joule, Weber, die sich in der ganzen Welt durchgesetzt haben. Um das deutlich zu machen, ist die nachfolgende Zusammenstellung etwas ausführlich gehalten. Damit wird zudem bezweckt, dem Maschineningenieur, dem diese Grössen und Einheiten weniger geläufig sind, das Rechnen mit ihnen zu erleichtern.

Die *Einheit der Kraft* ist das Newton:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ mkg/s}^2 = 1 \text{ VAs/m}$$

Die *Einheit der Energie* ist das Joule (= Wattsekunde):

$$1 \text{ J} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^2 = 1 \text{ VAs}$$

Die *Einheit der Leistung* ist das Watt:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^3 = 1 \text{ VA}$$

Die *Einheit der Spannung* ist das Volt:

$$1 \text{ V} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^3\text{A} = 1 \text{ W/A}$$

Die *Einheit der Ladung* ist das Coulomb:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$$

Die *Einheit des Widerstandes* ist das Ohm:

$$1\ \Omega = \text{m}^2\text{kg/s}^3\text{ A}^2 = 1 \text{ V/A}$$

Die *Einheit der Kapazität* ist das Farad:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ s}^4\text{ A}^2\text{/m}^2\text{ kg} = 1 \text{ C/V}$$

Die *Einheit der Induktivität* ist das Henry

$$1 \text{ H} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^2\text{ A}^2 = 1 \text{ J/A}^2$$

Die *Einheit des magnetischen Flusses* ist das Weber

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ m}^2\text{kg/s}^2\text{ A} = 1 \text{ J/A} = 1 \text{ Vs}$$

Im MKSA-System wird die magnetische Polstärke in derselben Einheit, also auch in Weber gemessen.

Die *Einheit der magnetischen Induktion* sind 10^4 Gauss

$$10^4 \text{ Gs} = 1 \text{ Vs/m}^2$$

Die *Einheit der magnetischen Feldstärke* sind $4\pi/10^3$ Oersted

$$4\pi/10^3 \text{ Oe} = 1 \text{ A/m}$$

4. Mit dem technischen Massystem verbundene Schwierigkeiten

Je mehr sich Ingenieure mit Physikern, Chemikern, Aerzten, Naturwissenschaftern sowie mit Kollegen aus andern Ländern, vor allem aus Grossbritannien und den USA, verständigen müssen, desto stärker wird das Bedürfnis nach einem einheitlichen Massystem, desto mehr treten aber auch die Schwächen des technischen Systems störend in Erscheinung. Ueber diese ist in der neueren technischen Literatur an verschiedenen Orten berichtet worden [4] [5] [6] [7] [8]. Wer weiterhin im technischen System rechnen will, muss dessen Schwächen kennen, damit er die sich aus ihnen ergebenden Schwierigkeiten überwinden kann. Das selbe gilt in noch höherem Masse für Anfänger sowie für jene Fachleute, die bisher das MKSA- oder das CGS-System benützt hatten, sich jedoch aus irgend welchen Gründen veranlasst sehen, im technischen System zu arbeiten. Unsere Bemerkungen sollen aber auch den Entschluss zum Uebergang vom technischen zum MKSA-System besser begründen und erleichtern helfen. Wer sich eingehender über physikalische Grösse und Einheiten unterrichten will, findet eine umfassende Darstellung im grundlegenden Werk von Dr. *U. Stille* [9].

a) Inkonsequenzen des technischen Massystems

Wir wollen hier nicht die Frage aufwerfen, ob es zweckmässiger sei, als Grundgrösse die Masse oder das Gewicht zu wählen oder ob die Masse oder die Kraft das Primäre sei. In jedem Fall müssen wir aber fordern, dass die Einheiten, die einem System zu Grunde liegen, konstant sind. Dies gilt für das in Paris aufbewahrte «kilogramme des archives» in vollem Umfang, solange wir es als Einheit der Masse betrachten. Es besitzt die Masse 1 kg an jedem Punkt der Erdoberfläche, aber auch auf einem Sputnik, bei hoher und tiefer Temperatur, bei hohem und niedrigem Umgebungsdruck. Entsprechend der von der Relativitätstheorie geforderten Aequivalenz von Energie E und Masse m ($E = mc^2$, c = Lichtgeschwindigkeit) erhöht sich seine Masse nur um $1,5 \cdot 10^{-10}$ g, wenn es um 100 °C erhitzt wird. Es erfüllt also auf lange Zeit hinaus noch alle Anforderungen, die hinsichtlich Konstanz zu stellen sind.

Wie steht es jedoch, wenn wir — entsprechend dem technischen Massystem — dieses selbe Kilogramm-Stück als Einheit der Kraft ansehen? Hier in Zürich würde es tatsächlich mit der Einheit der Kraft des technischen Massystems von der Erde angezogen, aber nur wegen des einzigartigen Glückfalls, dass hier die Schwerebeschleunigung innerhalb der Messgenauigkeit gleich dem Normwert g_n = 9,80665 m/s² ist [11]. Schon in Paris wird das selbe Kilogrammstück mit einer um fast 0,3 g grösseren Kraft angezogen. In dem von Menschen bewohnten Teil der Erdoberfläche können aber die Differenzen noch zehnmal grösser werden. Es wird aber wohl niemand behaupten wollen, dass 3 g pro kg mir nichts dir nichts vernachlässigt werden dürfen.

Damit kommen wir nun in eine sehr eigenartige Lage, wenn wir das kg als Gewichtseinheit ansehen. Unser kg-Stück hat nämlich je nach dem Ort ein verschiedenes Gewicht, erfüllt also in keiner Weise mehr die Forderung der Konstanz. Wollen wir es also tatsächlich zur Bestimmung eines Gewichts, also einer Kraft benützen, so ist dies nur möglich, wenn wir die örtliche Schwerebeschleunigung kennen. Dagegen besitzt dieses kg immer und überall die Masse 1 kg. Mit Hilfe einer richtig zeigenden Balkenwaage lassen sich also immer und überall Massen mit ihm vergleichen. Aus diesem Sachverhalt heraus wird wohl jeder unvoreingenommene Mensch den Schluss ziehen, dass es doch wohl besser sei, das kg als Masseneinheit anzusehen.

Diese Schwierigkeit wäre vermieden worden, wenn man als Eichgerät der technischen Krafteinheit z. B. eine Feder verwendet hätte, die durch die Masse 1 kg an einem Ort mit $g = g_n$ um einen gewissen Betrag gedehnt worden wäre. Mit dieser Feder hätte man dann an jedem beliebigen Punkt der Erdoberfläche die Krafteinheit reproduzieren können, ohne die örtliche Schwerebeschleunigung zu kennen. Sie wäre dagegen ungeeignet, um Massen zu vergleichen. Hätte man sie nämlich hier in Zürich mit Hilfe eines genauen kg-Stückes geeicht, so hätte man in Paris feststellen müssen, dass das dortige «kilogramme des archives» um fast 0,3 g zu schwer sei.

Es braucht heute nicht mehr die Frage aufgerollt zu werden, ob es tatsächlich möglich gewesen wäre, ein solches Krafteichgerät mit der nötigen Genauigkeit und Konstanz zu schaffen. Wichtig ist für uns heute nur die Tatsache, dass man nicht so vorgegangen ist. Darin liegt eine der Inkonsequenzen des technischen Systems begründet.

Eine zweite Inkonsequenz beruht auf folgender Uebereinkunft: die spezifischen Stoffeigenschaften wie spezifisches Volumen, spezifische Wärme, spezifische Enthalpie usw. werden allgemein auf das kg bezogen. Im technischen Massystem ist aber das kg die Einheit der Kraft oder des Gewichtes. Das spezifische Volumen und die übrigen spezifischen Grössen haben jedoch gar nichts mit dem Gewicht des betreffenden Körpers zu tun. Das spezifische Volumen von Wasser beträgt auch auf dem Mond 10^{-3} m³ pro kg Masse, obwohl es dort nur noch etwa $^1/_6$ wiegt. Wäre man im technischen System konsequent vorgegangen, so hätte man diese Eigenschaften auf die kohärente technische Masseinheit beziehen müssen. Das ist diejenige Masse, der die Einheit der Kraft die Einheit der Beschleunigung erteilt. Sie entspricht also 9,80665 Massen-kg. Man hat dies nicht getan! Man hat damit einerseits eine Inkonsequenz begangen, anderseits den Vorteil eingetauscht, die für Systeme mit der Masse als Grundeinheit aufgestellten Tabellen der spezifischen Grössen ohne Umrechnung — oder nur nach Multiplikation mit einer Zehnerpotenz — unmittelbar verwenden zu können. Man ist damit eines Bequemlichkeit-Vorteils willen seinem Prinzip untreu geworden!

Diese Schwierigkeiten lassen sich restlos vermeiden, wenn man zu einem in sich konsequenten System übergeht. Es kommen heute nur das CGS- und das MKSA-System in Frage. Dieses bietet den grossen Vorteil, dass seine Einheiten besser der natürlichen Umwelt des Menschen angepasst sind, als die meist sehr kleinen Einheiten des CGS-Systems, und dass die geläufigen elektrischen Einheiten, wie Ampère, Volt und Ohm als kohärente Einheiten in ihm auftreten.

Bis diese Umstellung vollzogen ist, müssen wir aber als Zwischenlösung anstreben, die Gleichungen des technischen Systems so zu schreiben, dass sie 1. auch ausserhalb Zürichs — allgemeiner ausgedrückt für Orte mit $g \neq g_n$ — gelten und 2. leicht in ein System mit der Masse als Grundgrössenart umzuschreiben sind. Um der ersten Forderung gerecht zu werden, muss streng zwischen der örtlichen Fallbeschleunigung g und der Normfallbeschleunigung g_n = 9,80665 m/s² unterschieden werden. Die Masse 1 kg wird an irgend einem beliebigen Punkt der Erde nicht mit der Kraft 1 kg, sondern mit der Kraft 1 kg · (g/g_n) angezogen. Da dieses Gewicht um ± 0,3 % von dem auf dem Gewichtsstein angegebenen Wert abweichen kann, wäre es nicht sinnvoll, die spezifischen Grössen auf das jeweilige Gewicht zu beziehen. Beispielsweise betrüge dann die spezifische Wärme des Wassers von 15° C zwar hier in Zürich 1,000 kcal/kg °C, in Bombay dagegen 1,002 und in Leningrad 0,999 kcal/kg °C. Tatsächlich rechnet natürlich niemand so. Das heisst aber, jedermann bezieht die spezifische Wärme ganz selbstverständlich nicht auf das tatsächliche Gewicht, sondern auf das Normgewicht, d. h. auf diejenige Stoffmenge, die in Zürich 1 kg wiegt. Das Gleiche gilt auch für die anderen spezifischen Grössen, wie spezifisches Volumen, spezifische Enthalpie, spezifische Entropie, Heizwert und alle jene Grössen, die in den Zustandsdiagrammen der Thermodynamiker verzeichnet sind. Auch die in den Tabellen angegebenen Werte des «spezifischen Gewichtes» (z. B. Hütte, 28. Auflage, Bd. I, S. 1026) müssen als *Normgewicht* pro Raumeinheit aufgefasst werden. Andernfalls hätte es nämlich keinen Sinn, für Aluminium 99,97 % den Wert 2,699 g/cm³ anzugeben, da bei Bezugnahme auf das tatsächliche Gewicht sich der Wert von Ort zu Ort um ein Vielfaches der letzten Stelle ändert.

Dagegen ist bei Berechnung des Bodendrucks einer Flüssigkeitssäule oder eines Gebäudes das tatsächliche Gewicht und nicht das Normgewicht einzusetzen. Dementsprechend müsste genau genommen der Turbinenkonstrukteur bei Berechnung des statischen Flüssigkeitsdruckes und der Bauingenieur bei Berechnung der Fundamentierung eines Gebäudes die in den Tabellen angegebenen Werte der Dichte noch mit g/g_n multiplizieren. Wenn es auch in beiden Fällen praktisch meist nicht erforderlich sein dürfte, diesen Faktor in der Zahlenrechnung zu berücksichtigen, so sollte man sich doch immer vergegenwärtigen, dass er in der physikalisch sinnvollen Gleichung stehen muss.

Dies wird vor allem dann augenscheinlich, wenn an die Stelle der Schwerkraft andere Kräfte treten. Im Maschinenbau wird dies besonders häufig die Zentrifugalkraft sein. Es kann jedoch auch irgend eine andere, z. B. elektrische oder magnetische Kraft sein, solange sie der Masse proportional ist. Sind die Formeln physikalisch richtig, d. h. mit Unterscheidung von g und g_n geschrieben, so müssen wir nur an Stelle von g die Kraft pro Masseneinheit einsetzen, um die für den betreffenden Vorgang gültige Beziehung zu erhalten. Im Falle der Zentrifugalkraft ist also g durch $r\omega^2$ (r = Radius, ω = Winkelgeschwindigkeit) zu ersetzen. Die Normfallbeschleunigung bleibt jedoch stehen.

Die Unterscheidung zwischen g und g_n wird für die Praxis noch wichtiger, wenn wir vom technischen zu einem Massystem mit der Masse als Grundgrössenart übergehen. Wir müssen uns dabei vergegenwärtigen, dass die Stoffmenge, auf die die spezifischen Grössen des technischen Massystems (spezifisches Volumen, spezifische Wärme usw.) bezogen sind, mit der Menge, die ein kg Masse enthält, identisch ist. Es ist also sinnvoll, beide durch das gleiche Einheitensymbol, nämlich «kg», zu bezeichnen. Auch im technischen System sind deshalb die Einheiten der spezifischen Grössen mit kg zu bezeichnen. Zum Beispiel ist die Einheit des spezifischen Volumens m³/kg und die der spezifischen Wärme kcal/kg ° C.

Daneben wird leider in der technischen Literatur noch häufig die Bezeichnung kg verwendet, wenn es sich um die Einheit einer Kraft handelt. Um Missverständnisse zu vermeiden, sollte in diesen Fällen immer die Bezeichnung kp (sprich Kilopond) verwendet werden. Wird dieser Unterschied nicht beachtet, so gelangt man zwar zu keinen falschen Ergebnissen, so lange $g = g_n$ ist und man nicht irgend eine aus einem anderen Massystem entnommene Grösse verwendet oder in ein anderes Massystem umrechnet. Irrtümer sind aber kaum zu vermeiden, sobald man gezwungen ist, den Unterschied zwischen g und g_n zu berücksichtigen oder die Gleichungen vom Schwerefeld in ein Zentrifugalfeld umzurechnen oder zu einem Massystem mit der Masse als Grundgrössenart überzugehen.

b) Irreführende und korrekte Ausdrucksweisen

Hält man am kp als Grundeinheit fest, so muss die kohärente Einheit der Masse als diejenige Masse definiert werden, der die Kraft 1 kp die Beschleunigung 1 m/s² erteilt. Ihre Dimension ist kps²/m; ihre Grösse das 9,80665-fache der Masseneinheit kg des MKSA-Systems. Sie wird gelegentlich mit «Kilohyl» bezeichnet. Der Ingenieur braucht zwar diesen Ausdruck meist nicht, aber er rechnet oft mit der entsprechenden Einheit, so z. B. wenn er Trägheitskräfte berechnet und dazu den Ausdruck $m = G/g$ bildet. Er misst dann die Masse in der kohärenten Einheit khyl und der Dimension kp s²/m.

Eine erste Schwierigkeit ergibt sich daraus, dass der Ausdruck für die Masse G/g nicht eindeutig als «Normgewicht geteilt durch Normbeschleunigung» definiert wird. So kommt es, dass z. B. im Ausdruck für die Zentrifugalkraft $K_c = (G/g) \cdot r\omega^2$ [kp] die Fallbeschleunigung g vorkommt und den Anfänger glauben lässt, K_c sei von g abhängig, was durchaus nicht der Fall ist. Aehnliches wäre von der kinetischen Energie eines Körpers vom Normgewicht G zu sagen, für die $E = \frac{1}{2}(G/g)\,c^2$ [mkp] geschrieben wird. Diese Schwierigkeit lässt sich dadurch überwinden, dass man (G_n/g_n) schreibt, also deutlich zum Ausdruck bringt, man habe es mit der ortsunabhängigen Masse zu tun. Im MKSA-System gelten die einfachen und eindeutigen Ausdrücke

$$K_c = mr\omega^2 \text{ [kg m/s}^2\text{] und } E = \tfrac{1}{2}mc^2 \text{ [kg m}^2\text{/s}^2\text{]}$$

Als weiteres Beispiel sei die dimensionslose *Reynoldssche Zahl* gewählt. In der technischen Literatur verwendet man für sie meist die Formel

$$Re = \gamma\, w\, d \,/\, g\, \eta$$

worin γ das spezifische Gewicht, w die Geschwindigkeit, d der Rohrdurchmesser und η die dynamische Viskosität bedeuten. Die in diesem Ausdruck enthaltene Erdbeschleunigung g lässt vermuten, Re hänge vom Schwerefeld ab, was aber nicht zutrifft. Denn Re ist das Verhältnis der Trägheitskraft $K_\rho = \rho \cdot L^2 \cdot w^2$ zur Viskositätskraft $K_\eta = L \cdot \eta \cdot w$ [10] und hat mit der Gravitation nichts zu tun. Richtigerweise müssten g durch g_n und γ durch γ_n ersetzt werden. Im MKSA-System kommt im Ausdruck für Re korrekterweise g nicht vor, er lautet

$$Re = \rho\, w\, d \,/\, \eta$$

Das selbe wäre von den Ausdrücken für die Prandtlsche Zahl Pr und die Schallgeschwindigkeit a zu sagen, bei denen im technischen Massystem ebenfalls die Grösse g (genau g_n) vorkommt: Die entsprechenden Ausdrücke lauten:

techn.: $Pr = \dfrac{\eta\, c\, g}{\lambda}$; $\quad a = \sqrt{g\, \kappa \cdot p\, v}$

MKSA: $Pr = \dfrac{\eta\, c}{\lambda}$; $\quad a = \sqrt{\kappa \cdot p\, v}$

(c spezifische Wärme; $\kappa = c_p/c_v$; λ Wärmeleitzahl)

Gegenbeispiele hierzu bilden jene Fälle, in denen die Gravitation massgebend beteiligt ist, so z. B. bei der potentiellen Energie eines Körpers vom Normgewicht G, der sich h m über einem festgesetzten Nullniveau befindet. Im technischen Massystem schreibt man hierfür $G \cdot h$ [mkp], oder, bezogen auf die Gewichtseinheit, einfach h [m]. Das ist insofern irreführend, als die Gravitation, die doch die potentielle Energie verursacht, in diesem Ausdruck gar nicht in Erscheinung tritt und man meinen könnte, die potentielle Energie sei ortsunabhängig. Hier muss richtigerweise geschrieben werden

$$E_{pot} = h \cdot g/g_n \text{ [mkp/kg]}$$

Im MKSA-System ist die auf die Masse 1 kg bezogene potentielle Energie

$$E_{pot} = gh \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{]}$$

Ein zweites Beispiel eines durch die Schwere verursachten Vorgangs bildet das Abfliessen einer Flüssigkeit von der dynamischen Zähigkeit η [kps/m^2] und dem spezifischen Gewicht $\gamma =$ [kp/m^3] an einer senkrechten Wand in Form eines laminaren Films von der Dicke s. Die sekundliche Abflussmenge pro m Breite G [kp/m^2] wird heute meist nach der Formel berechnet

$$G = \gamma^2 \cdot s^3/3\eta$$

in der die Fallbeschleunigung g nicht vorkommt, die doch den Vorgang verursacht. Die richtige Schreibweise ist

im techn. System $G = g\,\gamma_n{}^2\, s^3 / 3\, g_n\, \eta$ kp/ms

im MKSA-System $M = g\,\rho^2 \cdot s^3 / 3\eta$ kg/ms

Als weiteres Beispiel einer von der Gravitation abhängigen Grösse sei die dimensionslose *Grashofsche Zahl* genannt, die als Kenngrösse für die natürliche Konvektion im laminaren Bereich gebrauch wird. Im technischen Massystem sind die Ausdrücke üblich

$$Gr = H^3\, g\, \beta\, \Delta T / \nu^2 = H^3\, \gamma\, \beta\, \Delta T / \nu\, \eta =$$
$$= H^3\, \gamma^2\, \beta\, \Delta T / g\, \eta^2$$

Scheinbar hat man also hier die Auswahl, G_r proportional zu g, unabhängig von g oder umgekehrt proportional zu g zu setzen. Um die tatsächliche Abhängigkeit zu finden, muss man entweder die Ableitung nochmals durchgehen und dabei die Unterschiede zwischen g und g_n genau beachten, oder die Formel nach dem MKSA-System neu aufstellen. Man erhält dann in beiden Fällen die Ausdrücke

$$Gr = H^3\, g\, \beta\, \Delta T / \nu^2 = H^3\, g\, \rho^2\, \beta\, \Delta T / \eta^2$$

Die korrekte Schreibweise der Ausdrücke ermöglicht eine einfache Behandlung jener Fälle, da an Stelle der Schwerkraft eine andere Kraft tritt. Das ist z. B. in der Zentrifuge der Fall, wo im Ausdruck für die Massenkraft lediglich g durch $r\omega^2$ zu ersetzen ist, ebenso im Elektrofilter oder im Magnetfilter, wo wiederum in den entsprechenden Ausdrücken an Stelle von g die auf die Masseneinheit wirkenden elektrischen oder magnetischen Kräfte treten.

c) Schwierigkeiten mit den Dimensionen

Stoffgrössen werden im technischen Massystem, wie bereits oben festgestellt wurde, auf die Masse bezogen, die als Mass für die Stoffmenge dient. Bei Ausdrücken für Arbeiten pro Stoffmengeneinheit ergibt sich als Dimension der Ausdruck mkp/kg. Es frägt sich, ob das kp im Zähler als Einheit der Kraft gegen das kg im Nenner als Einheit der Masse gekürzt werden darf. Diese Frage hat der Ingenieur bisher bedenkenlos bejaht und z. B. die spezifischen mechanischen Energien h, p/γ, $c^2/2g$ in m gemessen. Prüfen wir diese Frage am Beispiel der Gaskonstanten, die die Arbeit pro Mengeneinheit und pro °K Temperaturerhöhung bei Erwärmung unter konstantem Druck darstellt.

$$R = pv/T \text{ mkp/kg °K}$$

Wenn wir kürzen, bleibt m/°K. Ist dieser Ausdruck sinnvoll? Diese Frage darf mit ja beantwortet werden. Deshalb kann man kürzen, also R in m/°K messen. Das gilt aber nur, solange man strikte im technischen Massystem bleibt. Tatsächlich bedeuten nicht nur pv, sondern auch RT physikalisch Höhen. Stellt man sich nämlich vor, die kinetische Energie der thermischen Molekularbewegung sei gleichmässig auf alle Moleküle verteilt, so würden die Moleküle, deren Geschwindigkeit senkrecht nach oben gerichtet ist, in einem Schwerefeld mit der Beschleunigung g_n gerade die Höhe $3/2 \cdot RT$ m erreichen. Dies gilt aber nicht mehr, wo g von g_n verschieden ist.

Nun ergeben sich aber Schwierigkeiten beim Umrechnen des Dimensionsausdrucks m/°K in andere Systeme, z. B. in das CGS-System. Schreibt man R = 29,27 m/°K = 29,27 · 100 cm/°K, so ist das falsch. Richtig ist folgendes Vorgehen: R = 29,27 mkp/kg °K = 29,27 (kg g_n) · m/kg °K = 29,27 g_n m / °K = 29,27 · 981 cm / s^2 · (100 cm) / °K = 2,87 · 10^6 cm^2/s^2 · °K = 2,87 · 10^6 erg/g · °K. Der letzte Ausdruck entspricht dem physikalischen Vorgang; er besagt, dass die spezifische Gaskonstante (bis auf den Zahlenfaktor 3/2) gleich der kinetischen Energie auf Grund der thermischen Molekulargeschwindigkeit ist, bezogen auf die Masseneinheit und auf eine Temperaturerhöhung um 1°K. Aehnliches ergibt sich bei der Umrechnung auf das MKSA-System. Geht man vom Ausdruck R = 29,27 m/°C aus, so könnte man meinen, er liesse sich unverändert übernehmen, da ja die Grössen m und °C auch Grundgrössen des MKSA-Systems sind. Bedenkt man aber, dass R die Dimension von Arbeit pro Stoffmengeneinheit und °K hat, so muss die in mkp gegebene Arbeit auf Joule umgerechnet werden, was ein Multiplizieren des Zahlenwertes mit g_n erfordert. Die Stoffmenge bleibt, wie wir sahen, in beiden Systemen dieselbe.

Der selben Schwierigkeit begegnet man bei allen spezifischen Grössen, in denen Kräfte oder Energien vorkommen. Als eines der einfachsten Beispiele sei hiefür auf die Ausdrücke für die spezifische mechanische Energie hingewiesen, für die man meist schreibt:

$$h = p/\gamma = c^2/2g$$

Ihre Dimension ist technisch der Meter m. Er bedeutet aber nicht eine Länge, sondern eine Arbeit pro Stoffmengeneinheit, hat also im MKSA-System die Dimension J/kg oder m^2/s^2. Hier lauten die entsprechenden Ausdrücke

$$hg = p/\rho = \tfrac{1}{2}c^2 \text{ [J/kg]}$$

Demgemäss ist der Zahlenwert im technischen Massystem (z. B. $h = 1000$ m) mit der örtlichen Fallbeschleunigung zu multiplizieren, um die spezifische potentielle Energie im MKSA-System in J/kg zu erhalten. Handelt es sich aber um die spezifische Druckenergie oder die spezifische kinetische Energie, die technisch durch p/γ_n [m] bzw. $c^2/2g_n$ [m] ausgedrückt werden, so verlangt das Umrechnen von p/γ_n in p/φ bzw. von $c^2/2g_n$ in $\tfrac{1}{2} \cdot c^2$ das Multiplizieren mit g_n. Man frägt sich, wie der Anfänger wissen kann, ob er das einemal mit g, das anderemal mit g_n multiplizieren muss? Jedenfalls geben ihm die zuerst genannten, allzu einfachen Ausdrücke für die spezifischen mechanischen Energien hierüber keine Auskunft. Man müsste sie korrekterweise wie folgt anschreiben:

$$h(g/g_n) = p/\gamma_n = c^2/2g_n \text{ mkp/kg}$$

Dieses einfache Beispiel zeigt, wie behutsam man mit den allzu stark vereinfachten Formeln des technischen Massystems arbeiten muss, um dessen Unvollkommenheiten fehlerlos überwinden zu können.

e) Was ist zu tun?

Es ist zu erwarten, dass während längerer Zeit das technische und das MKSA-System nebeneinander bestehen werden. Sowohl die praktisch tätigen Ingenieure als auch die Studierenden werden je nach Fachgebiet und Arbeitsplatz einmal im einen, ein anderesmal im andern System rechnen müssen. Daher ist es notwendig, die Gleichungen hinsichtlich Grössen und Einheiten streng richtig anzuschreiben und irreführende Vereinfachungen zu vermeiden. Dementsprechend ist im Hinblick auf die Doppelbedeutung des Wortes Kilogramm sehr zu empfehlen, für die Einheit der Kraft im technischen Massystem eine andere Bezeichnung zu verwenden. In den deutschsprachigen Ländern benützt man hierfür das Kilopond (kp), im Gebiet der romanischen Sprachen das Kilogramme-force (kgf). Weiter ist ratsam, bei den Gewichten, den spezifischen Gewichten und den Fallbeschleunigungen zwischen den ortsabhängigen Werten (G, γ, g) und den Normwerten (G_n, γ_n, g_n) zu unterscheiden. Und schliesslich sollen die spezifischen, sich auf die Stoffmengeneinheit beziehenden Grössen auf 1 kg Masse bezogen werden; so dass im technischen Massystem z. B. die spezifische Wärme von Wasser 1 kcal/kg °K, der Heizwert von Flammkohle 7000 kcal/kg, die Enthalpie von Sattdampf von 20 at abs. 688,7 kcal/kg und die Gaskonstante von Luft 29,27 mkp/kg °K sind. In den Dimensionsausdrücken wird man das für die Krafteinheit stehende kp gegen das für die Mengeneinheit stehende kg nicht kürzen, um den Unterschied ihrer Bedeutung deutlich zum Ausdruck zu bringen und den Uebergang zum MKSA-System zu erleichtern.

Diese Empfehlungen sollen vor allem helfen, die Unvollkommenheiten des technischen Massystems zu überwinden. Ausserdem bilden sie eine Annäherung an das MKSA-System, indem zwischen Normgewicht in kp und Stoffmenge in kg unterschieden wird. Wer sie befolgt, wird den Uebergang leichter finden. Man darf aber in der Annäherung nicht zu weit gehen. Es wäre unzweckmässig, das kg auch dort zu verwenden, wo es die allgemeine Bedeutung einer Masse und nicht mehr die einer Stoffmenge hat, weil sich dann auch die Zahlenwerte ändern würden und die dadurch eintretende Vermischung beider Systeme neue Schwierigkeiten verursachen müsste.

Beim spezifischen Volumen sind beide Ausdrucksweisen sinnvoll. Schreiben wir z. B. für Wasser von 15° C $v = 10^{-3}$ m³/kp, so meinen wir damit den reziproken Wert des spezifischen Gewichts $v = 1/\gamma_n$. Mit dem Ausdruck $v = 10^{-3}$ m³/kg soll das Volumen der Stoffmenge mit der Masse 1 kg bezeichnet werden. In der zuerst genannten Bedeutung verwenden wir v z. B. in der Gleichung für die Ausströmgeschwindigkeit einer Flüssigkeit infolge des Druckgefälles Δp kp/m²

$$c = \sqrt{2\, g_n\, \Delta p\, v}$$

Die Einheiten der Grössen unter der Wurzel sind

$$\mathrm{m/s^2 \cdot kp/m^2 \cdot m^3/kp = m^2/s^2}$$

Das selbe ist auch bei der Berechnung der Schallgeschwindigkeit der Fall (s. Beispiel 4c hinten). In der Bedeutung m³/kg wird v z. B. dort verwendet, wo der Ausdruck pv eine Arbeit pro Mengeneinheit [mkp/kg] bedeutet, so z. B. in der Zustandsgleichung. Auch in der Gleichung für die volumetrische Kälteleistung ist diese Bedeutung sinnvoll. Sie lautet

$$q_0 = \Delta i_{verd}/v_s \ \mathrm{kcal/m^3}$$

in der Δi_{verd} das Wärmegefälle im Verdampfer pro 1 kg verdampfter Stoffmenge und v_s das spezifische Volumen des Kältemitteldampfes bei Verdichtereintritt in m³/kg darstellen.

4. Beispiele für das Rechnen in beiden Massystemen

a) Die Ausströmgeschwindigkeit einer Flüssigkeit aus einem Druckbehälter

Wir benützen hierfür die bereits genannten Ausdrücke für die spezifischen mechanischen Energien und wählen als Beispiel den Druck am unteren Ende einer 1000 m hohen Wassersäule von 15° C (γ_n = 1000,0 kp/m³) an einem Ort mit $g = 1{,}001\, g_n$. Dieser Druck ist:

techn.: $p = h\,\gamma_n \cdot g/g_n = 1000\ [\mathrm{m}] \cdot 1000\ [\mathrm{kp/m^3}] \cdot 1{,}001 = 1{,}001 \cdot 10^6\ \mathrm{kp/m^2} = 100{,}1\ \mathrm{kp/cm^2}$

MKSA: $p = gh\rho = 1{,}001 \cdot 9{,}80665\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 1000\ [\mathrm{m}] \cdot 1000\ [\mathrm{kg/m^3}] = 9{,}8165 \cdot 10^6\ \mathrm{N/m^2} = 98{,}165\ \mathrm{bar}$

Wenn uns nur der Druck, nicht die Höhe h bekannt ist, ergibt sich für die Ausflussgeschwindigkeit:

techn.: $c = \sqrt{2\, g_n\, p/\gamma_n} =$

$= \sqrt{2 \cdot 9{,}80665\, [\mathrm{m/s^2}] \cdot 1{,}001 \cdot 10^6\, \mathrm{kp/m^2}/10^3\, [\mathrm{kp/m^3}]} = 140\ \mathrm{m/s}$

MKSA: $c = \sqrt{2\, p/\rho} =$

$= \sqrt{2 \cdot 1{,}001 \cdot 9{,}80665 \cdot 10^6\, [\mathrm{kg/ms^2}]/10^3\, [\mathrm{kg/m^3}]} = 140\ \mathrm{m/s}$

b) Die Ausströmgeschwindigkeit eines Gases aus einer Düse

Man geht vom ersten Hauptsatz aus, nach dem das adiabate Wärmegefälle gleich dem Wärmewert der spezifischen kinetischen Energie ist. Es ist also:

techn.: $\Delta i_{ad} = A\,\dfrac{c^2}{2\,g_n} = \dfrac{1}{427}\left[\dfrac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{m\,kp}}\right]\dfrac{c^2}{2\,g_n}\ [\mathrm{m\,kp/kg}] =$

$= \dfrac{c^2}{8374}\ [\mathrm{kcal/kg}]$

woraus man die Geschwindigkeit erhält zu

$$c = \sqrt{\frac{2\,g_n}{A}\,\Delta i_{ad}} = 91{,}5\sqrt{\Delta i_{ad}} \quad \mathrm{m/s}$$

Im MKSA-System lauten die entsprechenden Gleichungen

$$\Delta i_{ad} = \frac{c^2}{2}\ \mathrm{J/kg} = \frac{c^2}{2}\ \mathrm{m^2/s^2} \ \text{bzw.}\ c = \sqrt{2\,\Delta i_{ad}} \quad \mathrm{m/s}$$

Wählen wir beispielsweise

$$\Delta i_{ad} = 11{,}95\ \mathrm{kcal/kg} = 5 \cdot 10^4\ \mathrm{J/kg}$$

so wird

$$c = 91{,}5\sqrt{11{,}95} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^4} = 316\ \mathrm{m/s}$$

c) Die Schallgeschwindigkeit

Für Wasserdampf mit einem Druck p = 51 ata = 50 bar, einer Temperatur t = 510° C und $\kappa = c_p/c_v = 1{,}3$ ist das spez. Volumen v = 0,07 m³/kg. Die Schallgeschwindigkeit beträgt für diesen Zustand

techn.: $a = \sqrt{g_n\,\kappa\,p\,v} =$

$\sqrt{9{,}80665\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 1{,}3 \cdot 51 \cdot 10^4\ [\mathrm{kp/m^2}] \cdot 0{,}07\ [\mathrm{m^3/kp}]}$

MKSA: $a = \sqrt{\kappa\,p\,v} = \sqrt{1{,}3 \cdot 50 \cdot 10^5\ [\mathrm{kg/ms^2}] \cdot 0{,}07\ [\mathrm{m^3/kg}]}$

In beiden Fällen erhält man a = 675 m/s.

d) Ein mit u = 130 m/s umlaufender Stahlring wird durch die eigene Masse auf Zug beansprucht.

techn. $\sigma = \gamma u^2/g_n =$

$= 7800\ [\mathrm{kp/m^3}] \cdot 130\ [\mathrm{m^2/s^2}]/9{,}80665\ [\mathrm{m/s^2}] =$

$= 1{,}35 \cdot 10^7\ \mathrm{kp/m^2} = 1350\ \mathrm{kp/cm^2}$

MKSA: $\sigma = \rho u^2 = 7800\ [\mathrm{kg/m^3}] \cdot 130^2\ [\mathrm{m^2/s^2}]$

$= 1{,}33 \cdot 10^8\ \mathrm{kg/m\,s^2} = 1330\ \mathrm{bar}$

e) Erste kritische Drehzahl einer Welle, die an beiden Enden frei gelagert ist und in der Mitte eine Masse G = 1000 kp bzw. m = 1000 kg trägt. Mit der Lagerdistanz l = 1 m, dem Wellendurchmesser d = 0,1 m, dem Trägheitsmoment I = 490,9 cm⁴ = 490,9 · 10⁻⁸ m⁴ und dem Elastizitätsmodul E = 2,04 · 10⁶ kp/cm² = 2,0 · 10¹¹ kg/m s² erhält man

techn.: $\omega_k = \sqrt{\dfrac{48\,E\,I\,g_n}{G\,l^3}}$

$= \sqrt{\dfrac{48 \cdot 2{,}04 \cdot 10^6\ [\mathrm{kp/cm^2}] \cdot 490{,}9\ [\mathrm{cm^4}] \cdot 980{,}665\ [\mathrm{cm/s^2}]}{1000\ [\mathrm{kp}]\ 100^3\ [\mathrm{cm^3}]}}$

MKSA: $\omega_k = \sqrt{\dfrac{48\,EI}{m\,l^3}} = \sqrt{\dfrac{48 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{11}\ [\mathrm{kg/ms^2}] \cdot 490{,}9 \cdot 10^{-8}\ [\mathrm{m^4}]}{1000\ [\mathrm{kg}] \cdot 1^3\ [\mathrm{m^3}]}}$

Hieraus ergibt sich beide Male ω_k = 217; n_k = 2070 U/min.

d) Die Leistung einer Strömungsmaschine (Achsialkompressor) infolge Impulsänderung bei einem Durchsatz von

10 kg/s, einer Umfangsgeschwindigkeit des Schaufelkranzes von $u_1 = u_2 = 160$ m/s und einer Aenderung der Umfangskomponenten der absoluten Geschwindigkeit $c_{u1} - c_{u2} = 60$ m/s berechnet sich nach der Gleichung

$$\text{techn.: } N = \frac{G_s}{g_n}(u_2\, c_{u2} - u_1\, c_{u1}) = \frac{G_s}{g_n}\, u\,(c_{u2} - c_{u1}) =$$

$$= \frac{10}{9{,}80665}\frac{[\text{kp/s}]}{[\text{m/s}^2]}\, 160\,[\text{m/s}]\; 60\,[\text{m/s}] =$$

$$= 9780 \text{ mkp/s} = 130 \text{ PS} = 96{,}0 \text{ kW}$$

$$\text{MKSA: } N = m_s \cdot u\,(c_{u2} - c_{u1})$$

$$= 10\,[\text{kg/s}] \cdot 160\,[\text{m/s}] \cdot 60\,[\text{m/s}] = 96\,000 \text{ W}$$

e) Der Brennstoffverbrauch einer Wärmekraftmaschine

(Dieselmotor) wird berechnet aus der Wellenleistung N_e, dem thermischen Wirkungsgrad η_{th} und dem Heizwert H_u nach der Gleichung

$$\text{techn.: } B = \frac{632\, N_e}{H_u\, \eta_{th}}$$

mit $N_e = 10\,000$ PS, $H_u = 10\,000$ kcal/kg, $\eta_{th} = 0{,}40$ wird

$$B = 1580 \text{ kg/h} = 0{,}439 \text{ kg/s}$$

$$\text{MKSA: } B = \frac{N_e}{H_u\, \eta_{th}}$$

Die in technischen Einheiten gegebenen Grössen N_e und H_u sind wie folgt auf MKSA-Einheiten umzurechnen:

$$N_e\text{: } 1 \text{ PS} = 75 \cdot g_n \text{ J/s} = 0{,}7355 \text{ kJ/s} = 0{,}7355 \text{ kW}$$

$$H_u\text{: } 1 \text{ kcal/kg} = 426{,}935 \cdot g_n \text{ J/kg} = 4{,}1868 \text{ kJ/kg}$$

Damit erhält man

$$B = \frac{0{,}7355 \cdot 10\,000}{4{,}1868 \cdot 10\,000 \cdot 0{,}4} = 0{,}439 \text{ kg/s}$$

Der spezifische Brennstoffverbrauch ist

$$\text{techn.: } b = \frac{B}{N_e} = \frac{1580}{10\,000} = 0{,}158 \text{ kg/PS}_e\,\text{h}$$

$$\text{MKSA : } b = \frac{0{,}439}{7355} = 0{,}597 \cdot 10^{-7}\,[\text{s}^2/\text{m}^2] \text{ oder } [\text{kg/J}]$$

f) Tiefkühlanlage für Lagerräume von —18/—20° C

Die erforderliche Kälteleistung betrage 100 kW; die Arbeitstemperaturen sind: im Verdampfer —30° C, im Verflüssiger +25° C, vor dem Regulierventil +20° C. Das effektive Ansaugvolumen des Kältekompressors ergibt sich zu

$$V_s = \frac{Q_0\, v_s}{\Delta i_{verd}}$$

Hierin bedeuten $Q_0 = 100$ kW $= 86\,000$ kcal/h die Kälteleistung, v_s das spezifische Volumen des Kältemitteldampfes im Saugstutzen (für —30° C und Ammoniak ist $v_s = 1{,}0$ m³/kg) und Δi_{verd} das Wärmegefälle im Verdampfer (für Ammoniak und bei den Temperaturen +20/–30° C ist $\Delta i_{verd} = 269{,}53$ kcal/kg = 1130 kJ/kg). Damit erhält man

$$\text{techn.: } V_s = \frac{86\,000 \cdot 1{,}0}{269{,}53} = 319 \text{ m}^3/\text{h} = 0{,}0885 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{MKSA: } V_s = \frac{100 \cdot 1{,}0}{1130} = \qquad 0{,}0885 \text{ m}^3/\text{s}$$

Der theoretische Leistungsbedarf bei einstufiger adiabater Verdichtung ist

$$N_{ad} = \frac{\Delta i_{ad}}{\Delta i_{verd}}\frac{Q_0}{632} \text{ PS bzw. } \frac{\Delta i_{ad}}{\Delta i_{verd}}\, Q_0 \text{ kW}$$

Aus dem i-lg p-Diagramm für Ammoniak ergibt sich für die Temperaturen —30/+25° C das adiabate Wärmegefälle zu $\Delta i_{ad} = 75{,}5$ kcal/kg und damit $\Delta i_{ad}/\Delta i_{verd} = 0{,}280$. Man erhält

$$\text{techn.: } N_{ad} = 0{,}280\, \frac{86\,000}{632} = 38{,}1 \text{ PS} = 28{,}0 \text{ kW}$$

$$\text{MKSA: } N_{ad} = 0{,}280 \cdot 100 \qquad = 28{,}0 \text{ kW}$$

Man bezeichnet den Quotienten $\varepsilon = \Delta i_{verd}/\Delta i_{ad}$ gelegentlich als Leistungsziffer. Die Berechnung nach dem MKSA-System wird erst dann vorteilhaft sein, wenn Dampftafeln und i-lg p-Diagramme für Kältemittel vorliegen, die auf die neuen Einheiten umgerechnet sind.

Die Oberfläche des Kondensators ergibt sich zu

$$O = \frac{Q_0 + N_{ad}}{\Delta t\; k}\text{ m}^2$$

Für kondensierendes Ammoniak mit leichtem Oelgehalt und strömendes Wasser ($c = 1$ m/s) in leicht verschmutzten Rohren kann für die Wärmedurchgangszahl gesetzt werden

$$k = 800 \text{ W/m}^2\,{}^\circ\text{K} = 690 \text{ kcal/m}^2\,{}^\circ\text{C h}$$

$$\text{Mit } \Delta t = 7^\circ \text{ C wird } O = \frac{128}{0{,}8 \cdot 7} = \frac{110\,000}{690 \cdot 7} = 230 \text{ m}^2$$

Für den Rippenrohr-Luftkühler werde gewählt

$$k = 15 \text{ W/m}^2\,{}^\circ\text{K} = 12{,}9 \text{ kcal/m}^2\,{}^\circ\text{C h}$$

$$\text{Mit } \Delta t = 10^\circ \text{ C wird } O = \frac{100 \cdot 1000}{15 \cdot 10} = \frac{86\,000}{12{,}9 \cdot 10} = 667 \text{ m}^2$$

Zur Bestimmung der Umluftmenge wählen wir eine Abkühlung im Luftkühler von —20 auf —24° C, was ein Wärmegefälle von 1,1 kcal/kp = 4,6 J/kg ergibt. Damit berechnet sich die Umluftmenge zu

$$m_e = \frac{100}{4{,}6} = 22 \text{ kg/s}$$

Das spez. Volumen bei —20° und 0,98 bar ist

$$v = \frac{286{,}9 \cdot 253}{0{,}98 \cdot 19^5} = 0{,}74 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Bei einer Druckdifferenz von 200 N/m² (rd. 20 mm WS) ist der theoretische Leistungsbedarf des Ventilators

$$N = 0{,}74 \cdot 22 \cdot 200/1000 = 3{,}28 \text{ kW}$$

und das Fördervolumen

$$V = 0{,}74 \cdot 22 = 16{,}3 \text{ m}^3/\text{s} = 58\,000 \text{ m}^3/\text{h}$$

Literaturangaben

[1] *Hohl, R.:* Neue Wasserdampftafeln. SBZ 1956, Heft 42, S. 641, dazu auch die Bemerkungen von *L. S. Dzung* und Dir. *C. Seippel,* S. 644 sowie von Prof. Dr. *W. Traupel,* S. 645.

[2] *Dzung, L. S.* und *Rohrbach, W.:* Enthalpie-Entropie-Diagramme für Wasserdampf und Wasser. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1955, Springer-Verlag.

[3] *Schmidt, E.:* Thermodynamik, 7. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958. Springerverlag.

[4] *Grassmann, P.:* Zur Frage nach dem zweckmässigsten Masssystem. «VDI-Z» *98* (1956) Nr. 33, S. 1829/1834.

[5] *Landolt, M. K.:* Die Doppelbedeutung des Kilogramms. SBZ 1958, Hefte 1 und 2, S. 3 und 17.

[6] Zur Frage der Einführung der Masseinheiten Kilopond und Joule. «VDI-Z» 92 (1950), S. 161/62.

[7] *Flegler, F.:* Einheiten und Einheitensysteme. «VDI-Z» *100* (1958), S. 1100/92.

[8] *Grigull, U.:* Sollen wir beim technischen Massystem bleiben? «Brennstoff — Wärme — Kraft» 9 (1957) H. 5, S. 219.

[9] *Stille, U.:* Messen und Rechnen in der Physik. Braunschweig 1955, Friedr. Vieweg & Son.

[10] *Grassmann, P.:* Einordnung der Gleichungen der inkompressiblen, reibenden und schweren Flüssigkeit. «ZAMP» Vol. IX b, Fasc. 5/6 (1958), S. 307—311.

[11] *Hunziker, E.:* Die Schweremessungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission. «Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie» *57* (1959), Heft 4, S. 97/109. Hier wird der Wert für Zürich (ETH) zu $g_n = 9{,}80667$ m/s² angegeben.