

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 82 (1964)
Heft: 13

Artikel: Einfluss der Elastizität auf die optimale Reglereinsstellung von Wasserturbinen
Autor: Stein, T. / Hinze, D.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-67466>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einfluss der Elastizität auf die optimale Reglereinstellung von Wasserturbinen

Von T. Stein und D. Hinze

DK 621.24:621-531.9

Im Rechenzentrum von Escher Wyss wurde auf einem IBM-Computer 1620 der Einfluss der Elastizität von Wasser und Rohrwand auf den Regelvorgang bestimmt. Bei Kaplan-turbinen genügen bisherige einfache Optimum-Formeln. Als Kriterium für die Auswahl der günstigsten Reglereinstellung wurden für das Abklingen der Störung auf $1/10$ die Zahl der Frequenzausschläge und die Abklingzeit eingeführt. Statt an der Stabilitätsgrenze zu rechnen, werden direkt diese Abklinggrößen bestimmt, was mit Digital-Computer vollautomatisch exakt durchführbar ist. Man verfügt dann über eine so grosse Stabilitätsmarge, dass weitgehende Vereinfachungen zulässig sind.

1. Stabilitäts-Sicherheit ohne Versuche im Inselbetrieb

Der zunehmende Verbundbetrieb erleichtert zwar die Stabilität der Regelung von Wasserturbinen [1]. Doch muss die Stabilität auch im Inselbetrieb für allein arbeitende Kraftwerke gewährleistet sein, da Netztrennungen immer vorkommen [2]. Deshalb wird durch den Verbundbetrieb die Sicherstellung der Stabilität nicht etwa erleichtert, sondern erschwert: Auch unvollkommen eingestellte Regler können im Verbundbetrieb stabil bleiben, dann aber infolge von Netztrennungen bei Inselbetrieb instabil arbeiten; künstliche Netztrennungen nur für Versuche zum Auffinden der optimalen Einstellung der Regler sind aber um so umständlicher durchführbar, je weiter der Verbundbetrieb fortschreitet. Deshalb werden unter Verwendung von Digital-Computern nachfolgend die einfachsten Rechenmethoden gesucht, um die Stabilität im Inselbetrieb sicherzustellen, ohne auf Einstellversuche mit künstlicher Netztrennung angewiesen zu sein.

2. Scharfe Trennung von Kaplan-turbinen gegen Francis- und Freistrahl-turbinen

Weitgehende Vereinfachungen der Rechnung entstehen, wenn man folgendes berücksichtigt:

Bei Kaplan-turbinen verändert sich die Selbstregelungskonstante [3] der Turbine stark in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl n_s [4], dagegen hat die Elastizität bei den geringen Gefällen wenig Einfluss und die destabilisierende Wirkung des Wirkungsgradabfalls gegen Vollast ist klein.

Bei Francis-turbinen weicht die Selbstregelungskonstante der Turbine bei den vorkommenden Werten von n_s nur wenig vom Wert -1 ab [4], und bei sehr geringem n_s entsteht sogar durch Werte bis $-1,1$ eine stabilisierende Zusatz-Wirkung. Bei Freistrahl-turbinen ist die Selbstregelungs-Konstante immer -1 . Man braucht also praktisch überhaupt keine Abhängigkeit von n_s bei diesen beiden Turbinenarten zu berücksichtigen. Dagegen kann hier die Elastizität von Wasser und Rohrwand starken Einfluss haben und ebenso der Wirkungsgradabfall gegen Vollast.

3. Beschränkung auf den kritischen Fall

Für alle Turbinenarten kann man sich auf den kritischen Fall der Vollast beschränken, weil hiefür der destabilisierende Druckstoss am grössten ist [3]. Dadurch entfällt ein Teil der Bezugsgrößen von Formeln, bei denen die Teillastbedingungen berücksichtigt werden. Um auch Teillastuntersuchungen durchführen zu können, ist es am einfachsten, für die Bestimmung der Grösse der Konstanten

in den Formeln für den Regelkreis die Teillast an Stelle der Vollast einzusetzen.

4. Natürliche und künstliche Selbstregelungskonstante des Netzes

Messungen haben ergeben [5], dass im gleichen Netz bei Inselbetrieb starke Abweichungen der natürlichen Selbstregelung auftreten. Es ist deshalb am sichersten, mit dem kritischen Fall der ohmschen Belastung zu rechnen, bei dem die Selbstregelungskonstante des Netzes (Generator) -1 ist [3]. So können nachts z. B. nur die rein ohmschen Belastungen von Licht und elektrischen Öfen vorliegen, wobei auch keine zusätzlichen stabilisierenden Schwungmassen von Motoren und Arbeitsmaschinen der Industrie stabilisieren helfen.

Besonders in Fällen mit starkem Einfluss der Elastizität und grosser Anlaufzeit der Wassermassen könnten aber für eine optimale Reglereinstellung so hohe Werte der Reglerkonstanten notwendig sein, dass sie sich praktisch nicht verwirklichen lassen. Für solche Fälle muss man auch die Rechnung mit künstlicher Selbstregelung [6] vorsehen. Diese lässt sich auch bei ohmscher Belastung des Netzes zuverlässig durch Einführung einer Statik zwischen elektrischer Spannung und Frequenz herstellen [7].

5. Uebergang der Berechnung von der Stabilitätsgrenze zum optimalen Abklingen

Vereinfachungen der Berechnung sind fernerhin zulässig, wenn man an Stelle der Berechnung an der Stabilitätsgrenze auf den optimal abklingenden Regelvorgang übergeht. So entsteht eine derart grosse Stabilitätsmarge, dass Einflüsse praktisch verschwinden, die an der Stabilitätsgrenze, an der man ohnehin nicht bleiben darf, grosse Bedeutung zu haben scheinen. Dies hat sich in praktischen Versuchen bestätigt.

6. Optimum-Kriterium

Zur Entscheidung über die «beste» Reglereinstellung ist ein Kompromiss zwischen gutem Abklingen und nicht zu langer Reaktionszeit [2] notwendig. Die Abklingzeit $T_{1/10}$ auf $1/10$ der Störung kann nicht beliebig gesenkt werden, sondern ist im Minimum etwa sechsmal grösser als die Anlaufzeit T_w der Wassermassen [3]. Obgleich Versuche mit Analog-Computer [8] bestätigen, dass im Gegensatz zu anderen Optimum-Kriterien hiermit ein gutes Abklingen erreichbar ist, wurde die entstehende Reaktionszeit als zu hoch betrachtet. Für Kaplan-Turbinen wurde deshalb eine Einstellung vorgeschlagen [9], bei der man eine im Verhältnis zu T_w nicht sechs-, sondern zehnmal grössere Abklingzeit $T_{1/10}$ zulässt. Dabei wurde diejenige Zuordnung von Proportional-Wirkung x_p und Nachstellzeit T_n gesucht, die eine minimale Reaktionszeit $x_p T_n$ ergibt.

Ein übersichtliches Bild zur Auswahl der zweckmässigsten Reglereinstellung erhält man, wenn ausser der Reaktionszeit $x_p T_n$ und der Abklingzeit $T_{1/10}$ die Zahl der Frequenzausschläge in dieser Zeit berechnet wird [10].

Für die Abklinggrösse δ einer Exponentialfunktion auf $1/10$ in der Zeit $T_{1/10}$ gilt [10]

$$e^{-\delta t} = e^{-\delta T_{1/10}} = 1/10$$

$$-\delta T_{1/10} = \ln 1/10 = -\ln 10 = -2,3$$

$$(1) \quad T_{1/10} = \frac{2,3}{\delta} \text{ Abklingzeit}$$

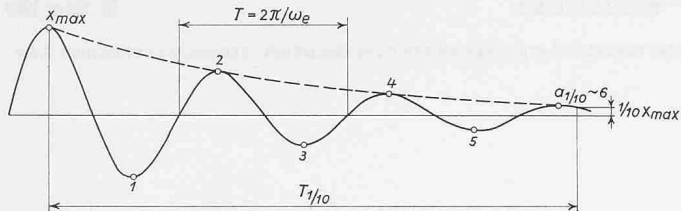


Bild 1. Als Kriterium für das Abklingen einer Störung auf $1/10$ des maximalen Ausschlags x_{max} wird die Abklingzeit $T_{1/10}$ eingeführt und die Anzahl Ausschläge $a_{1/10}$ nach beiden Richtungen in dieser Zeit. $a_{1/10}$ ist $T_{1/10} : T/2$, wobei T die Zeitperiode $2\pi/\omega_e$ für eine ganze Regelschwingung ist.

Für die Anzahl $a_{1/10}$ der Ausschläge in der Zeit $T_{1/10}$ nach jeder Seite muss man die Zeit $T_{1/10}$ durch die Dauer einer halben Regelschwingung $T/2$ dividieren gemäss Bild 1.

$$a_{1/10} = \frac{T_{1/10}}{T/2} = \frac{2 T_{1/10}}{T}$$

Für die Eigenfrequenz ω_e des Regelvorgangs gilt

$$T = \frac{2\pi}{\omega_e} \quad a_{1/10} = \frac{T_{1/10}}{\pi} \quad \omega_e = \frac{2,3}{\pi} \cdot \frac{\omega_e}{\delta}$$

$$(2) \quad a_{1/10} = 0,73 \frac{\omega_e}{\delta} = \text{Anzahl Ausschläge}$$

Ferner ist zu berechnen:

$$(3) \quad x_p T_n = \text{Reaktionszeit.}$$

7. Vernachlässigung der Elastizität bei Kaplan-turbinen

Trotz der allgemein üblichen Vernachlässigung der Elastizität bei Kaplan-turbinen wäre es scheinbar notwendig, durch recht komplizierte Beziehungen dem starken Einfluss von n_s auf die Stabilität Rechnung zu tragen. Mit steigendem n_s ändert sich sowohl die stabilisierende Selbstregelungskonstante der Turbine als auch der Zusammenhang zwischen Änderung der Wassermenge und Grösse des Druckstosses. Wenn man aber die ausführlichen Formeln auswertet, die hierüber aufgestellt wurden [11], kann man allgemeingültig ableiten, dass die Stabilitätsverbesserung durch verminderten Druckstoss überwiegt gegen die Verschlechterung der Stabilität durch verringerte Selbstregelung. Es bleibt auch bei grossen n_s ein Ueberschuss an Stabilität, der genügt, um die destabilisierende Wirkung des Wirkungsgradabfalls gegen Vollast zu kompensieren, der beim flachen Verlauf der Kaplan-turbinen gering ist [12].

Einfache Optimum-Formeln [9], die unter der Sicherheits-Annahme rein ohmscher Belastung abgeleitet wurden, behalten also ihre Gültigkeit unabhängig von n_s . Sie enthalten beim vernachlässigbaren Einfluss der Elastizität eine grosse Stabilitätsmarge, die gestattet, bei Reglern mit vorübergehender Statik die Verzögerungen in den Hauptservomotoren von Leitrad und Laufrad ebenfalls zu vernachlässigen, die bei Berechnungen an der Stabilitätsgrenze grossen Einfluss haben. Auch der destabilisierende Einfluss der Nichtlinearität zwischen Servomotorgeschwindigkeit und Hub seines Steuerventils wird bei Anwendung der Optimumformel vernachlässigbar klein [13]. Praktische Versuche haben die Zulässigkeit dieser Vereinfachungen bestätigt.

Wie nachfolgende Computerergebnisse erweisen, genügen zur Sicherung der Stabilität bei Kaplan-turbinen bisherige Optimumformeln ohne Inanspruchnahme von Computern, so lange man nicht auf künstliche Selbstregelung übergeht.

8. Einfluss der Elastizität

Unter der Voraussetzung, dass man nur den kritischen Fall für Vollast $M_{1/1}$ berücksichtigt, gilt nach Raabe [14]

$$x = \frac{\Delta_n}{n_m} \quad \frac{\Delta M_T - \Delta M_G}{M_{1/1}} = x' T_a$$

$$M_T = \frac{\gamma \eta (m, n) \cdot Q_{11} (m, n) \cdot D_1^2 \cdot H^{3/2}}{n}$$

$$(4) \quad \frac{\Delta M_T}{M_{1/1}} \approx \frac{d\eta}{\eta} + \frac{dQ_{11}}{Q_{11}} + \frac{3}{2} \frac{dH}{H} - \frac{dn}{n}$$

$$Q = Q_{11} (m, n) D_1^2 \cdot H^{1/2}$$

$$(5) \quad q = \frac{\Delta Q}{Q_{1/1}} \approx \frac{dQ_{11}}{Q_{11}} + \frac{1}{2} \frac{dH}{H}$$

Es gilt ferner für die Anlaufzeit der Wassermassen

$$(6) \quad T_w = \frac{\sum L \cdot C}{g \cdot H}$$

und für die Elastizitätszahl

$$(7) \quad \rho_1 = \frac{a \cdot C}{g \cdot H}$$

die wir zur Unterscheidung der zweimal kleineren Konstanten ρ von Allievi mit ρ_1 bezeichnen.

Die Laufzeit T_L der Druckstörung längs der Rohrleitung in einer Richtung ist

$$(8) \quad T_L = \frac{L}{a} = \frac{T_w}{\rho_1}$$

Ferner ergibt sich nach Fabritz [15]

$$(9) \quad h = \frac{\Delta H}{H} = -\rho_1 (\mathfrak{z}_0 p T_L) \cdot q$$

Bei rein ohmscher Belastung und konstanter Spannung bleibt die Generatorleistung unabhängig von der Drehzahländerung $x = \Delta n/n$ konstant. Deshalb muss bei steigendem $x = \Delta n/n$ das relative Drehmoment $\Delta M_G/M_{1/1}$ im gleichen Mass abnehmen. Für ohmsche Belastung gilt also

$$\frac{\Delta M_G}{M_{1/1}} = -x \quad \frac{\Delta M_G}{M_{1/1}} : \frac{\Delta n}{n} = -1$$

Die Selbstregelungskonstante des Generators allein als Quotient der Relativwerte von Drehmomentänderung $\Delta M_G/M_{1/1}$ und Drehzahländerung $\Delta n/n$ [3] ist also bei ohmscher Belastung des Netzes $= -1$. Durch Einführung einer Statik zwischen elektrischer Spannung und Frequenz (Drehzahl) kann man die Selbstregelungskonstante des Generators verändern [7]. Für die gesamte Selbstregelungskonstante K_e von Turbine und Generator zusammen wird nachfolgend für natürliche Selbstregelung sicherheitshalber $K_e = 0$ genommen und für künstliche Selbstregelung der durch die Statik zwischen elektrischer Spannung und Frequenz heraufgesetzte Wert von K_e .

Nach Raabe [14] werden die Gleichungen (4) und (5) partiell nach m und n differenziert und die folgenden Kennwerte eingeführt:

$$(10) \quad K_{\eta m} = \frac{m_{max}}{\eta_m} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial m}$$

$$(11) \quad K_{Qm} = \frac{m_{max}}{Q_{11m}} \cdot \frac{\partial Q_{11}}{\partial m}$$

$$(12) \quad K_{Qn} = \frac{n_m}{Q_{11m}} \cdot \frac{\partial Q_{11}}{\partial n}$$

$$(13) \quad K_e = \text{Selbstregelungskonstante für Turbine und Generator zusammen}$$

Bei Freistrahlturbinen ändert sich die Wassermenge überhaupt nicht mit der Drehzahl, bei Francisturbinen nur sehr wenig, was durch stärkere Selbstregelung der Turbine praktisch kompensiert wird. Man darf also $K_{Qn} = 0$ setzen. Für K_e rechnet man sicherheitshalber mit 0, wenn nicht der Wert für künstliche Selbstregelung zu berücksichtigen ist.

Die Konstanten $K_{\eta m}$ und K_{Qm} ermittelt man für $K_{\eta m}$ aus dem im Einzelfall bekannten Verlauf von Wirkungsgrad η abhängig vom Servohub m und ferner für K_{Qm} aus dem speziell bei Freistrahlturbinen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Servohub m und Wassermenge Q . So entsteht als Zusammenhang zwischen Servomotorabweichung m als Eingangswert und Drehzahlabweichung x als Ausgangswert der offenen Regelstrecke die Beziehung [14]

$$(14) \quad \frac{2}{3} [x' T_a - (K_{\eta m} + K_{Qm}) m + K_e x] (1 + 0,5 \rho_1 \mathfrak{z}_0 p T_L) = -\rho_1 K_{Qm} \cdot m \mathfrak{z}_0 p T_L$$

9. Frequenzgang des aufgeschnittenen Regelkreises

Den übersichtlichsten Einblick in den Ablauf des Regelvorgangs gestattet der Frequenzgang des aufgeschnitte-

nen Regelkreises durch die Lage seiner Ortskurve gegenüber dem kritischen Punkt mit dem Wert +1 auf der reellen Axe [16]. Nach Einführung der Hilfsgrößen

$$(15) \quad K = K_{\eta m} + K_{Qm} \\ K_1 = K_{Qm} - 0,5 K_{\eta m}$$

ergibt sich

$$(16) \quad (x' T_a + K_e x) (1 + 0,5 \rho_1 \mathfrak{z}_0 p T_L) = m (K - K_1 \rho_1 \mathfrak{z}_0 p T_L)$$

Wenn F_R und F_S die Frequenzgänge von Regler und Regelstrecke sind, und F_0 für den aufgeschnittenen Regelkreis, so gilt [16]

$$(17) \quad F_0 = -F_R \cdot F_S$$

Für den Regler setzen wir unter Vernachlässigung der dauernden Statik für einen PI-Regler

$$(18) \quad F_R = \frac{1 + p T_n}{p \cdot x_p T_n}$$

Für die Regelstrecke ergibt sich nach Gleichung (16) der Frequenzgang

$$(19) \quad F_S = \frac{K - K_1 \rho_1 \mathfrak{z}_0 p T_L}{(p T_a + K_e) (1 + 0,5 \rho_1 \mathfrak{z}_0 p T_L)}$$

Berücksichtigt man, dass

$$\mathfrak{z}_0 y = \frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}} \quad \text{und} \quad p = i\omega,$$

so ergibt sich unter Anwendung der Eulerschen Formel für komplexe Zahlen die Beziehung

$$(20) \quad \mathfrak{z}_0 p T_L = \mathfrak{z}_0 i \omega T_L = i \operatorname{tg} \omega T_L$$

Nach Einführen der weiteren Hilfsgrösse

$$(21) \quad A = \rho_1 \operatorname{tg} \omega T_L$$

wird der Frequenzgang des aufgeschnittenen Regelkreises

$$(22) \quad F_0 = \frac{(K - i K_1 A) (1 + i \omega T_n)}{\omega x_p T_n (\omega T_a - i K_e) (1 + i \cdot 0,5 A)} = \frac{(K - i K_1 A) (1 + i \omega T_n)}{\omega x_p T_n [(\omega T_a + 0,5 K_e A) + i (0,5 \omega T_a A - K_e)]}$$

Zur Trennung in Realteil R_0 und Imaginärteil I_0 machen wir den Nenner N reell, indem wir Zähler und Nenner multiplizieren mit

$$(\omega T_a + 0,5 K_e A) - i (0,5 \omega T_a A - K_e)$$

So erhalten wir als Nenner,

$$(23) \quad N = \omega x_p T_n [(\omega^2 T_a^2 + K_e^2) (1 + 0,25 A^2)]$$

Nach Einführen der weiteren Hilfsgrößen

$$(24) \quad A_1 = K + K_1 \omega T_n A \\ A_2 = K \omega T_n - K_1 A \\ A_3 = \omega T_a + 0,5 K_e A \\ A_4 = 0,5 \omega T_a A - K_e$$

wird der Realteil

$$(25) \quad R_0 = \frac{A_1 A_3 + A_2 A_4}{N}$$

und der Imaginärteil

$$(26) \quad I_0 = \frac{A_2 A_3 - A_1 A_4}{N}$$

Der Frequenzgang F_0 für den aufgeschnittenen Regelkreis ist also

$$(27) \quad F_0 = R_0 + i \cdot I_0$$

10. Ausgleichsfaktor für den Elastizitäts-Einfluss

Um mit Digital-Computern das gesuchte Resultat mit möglichst wenigen Varianten der Reglereinstellung zu erhalten, ist es zweckmässig, von Näherungsformeln für den ersten Eingabewert zuzugehen. Man ist dann schon in der Nähe des endgültigen Resultats. Näherungsweise kann man einen Faktor K für das Quadrat der Wasseranlaufzeit T_w [4] ermitteln, oder einen Faktor f für T_w [11], wobei also $f = \sqrt{K}$.

Nach Gaden [4] kommt man angenähert zum gleichen Ergebnis, wenn man den Ausgleichsfaktor an der Stabilitätsgrenze oder aber für einen abklingenden Regelvorgang ermittelt. An der Stabilitätsgrenze wird die Ermittlung sehr einfach. Wir wissen, dass bei Vernachlässigung der Einflüsse von Elastizität ($\rho_1 \gg$), Wirkungsgrad ($K_{\eta m} = 0$), linearem

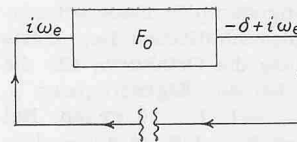


Bild 2. Der Frequenzgang F_0 des aufgeschnittenen Regelkreises entsteht durch Eingabe einer ungedämpften Dauerschwingung $p = i\omega$ am Eingang. Ist ω die Eigenfrequenz ω_e des Regelkreises, so entsteht am Ausgang eine gedämpfte Schwingung mit dem Ausgang $p = -\delta + i\omega_e$. δ ist die Abklinggrösse des Regelvorgangs.

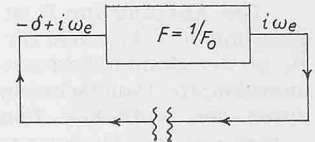


Bild 3. Beim inversen Frequenzgang $F = 1/F_0$ sind Eingang und Ausgang vertauscht. Bei Eingabe einer gedämpften Schwingung mit $p = -\delta + i\omega_e$ am Eingang entsteht also am Ausgang eine ungedämpfte Schwingung $p = i\omega_e$. Auf Grund der Beziehung zwischen F und F_0 lässt sich mit dem Computer die Abklinggrösse δ und die Eigenfrequenz ω_e bestimmen.

Verlauf der Wassermenge ($K_{Qm} = 1$) und ohne Selbstregulierung ($K_e = 0$), die wir nach den Formeln (10, 11, 13) in die Formeln (25, 26) einsetzen können, folgende Einstellgrößen des Reglers an der Stabilitätsgrenze minimale Reaktionszeit ergeben [8].

$$(28) \quad x_p = 1,58 T_w/T_a \quad T_n = 2,37 T_w$$

An der Stabilitätsgrenze muss die Ortskurve, die durch die Formeln (25 und 26) dargestellt ist, durch den kritischen Punkt $R = +1, I = 0$ gehen.

Man gibt jetzt die wirkliche Elastizitätszahl ρ_1 in den Computer ein. Um den Elastizitätseinfluss durch einen Ausgleichsfaktor f zu kompensieren, muss der Computer für die Reglereinstellung mit folgenden Werten von x_p und T_n rechnen.

$$(29) \quad x_p = 1,58 \cdot f \cdot T_w/T_a \quad T_n = 2,37 f \cdot T_w$$

Für jeden Wert des Ausgleichsfaktors f wird nun durch Änderung von ω eine andere Ortskurve beschrieben, die in irgend einem Punkt die reelle Axe schneidet. Wir müssen unter Variation von ω und f den Wert von f finden, bei dem die Ortskurve gerade die reelle Axe im kritischen Punkt +1 schneidet. Auf diese Weise erhalten wir für den angeneherten Ausgangspunkt zur Eingabe in den Computer den Ausgleichsfaktor f , der zur Elastizitätszahl ρ_1 gehört. Den Zusammenhang zwischen f und ρ_1 kann man ein für allemal ermitteln.

11. Berechnung des Abklingvorgangs

Um mit einer bei gutem Abklingvorgang vorhandenen Stabilitätsmarge rechnen zu können, die so gross ist, dass gemäss Abschnitt 5 Vernachlässigungen zulässig sind, müssen die Kennwerte des Abklingvorgangs ermittelt werden. Damit man hiernach das Optimum-Kriterium Abschnitt 6 auswählen kann, müssen gemäss Formel (1) und (2) die Abklinggrösse δ und die Eigenfrequenz ω_e bekannt sein.

Es handelt sich darum, unter Wegfall aller graphischen Näherungen die Eigenschaft des Digital-Computers dadurch voll auszunutzen, dass sich in kurzer Zeit mit Iteration eine Unzahl von Varianten für ω und δ eingeben lassen. So ergibt sich schnell das genaue Endresultat für die beim geschlossenen Regelkreis gültigen Werte der Eigenfrequenz ω_e und der Abklinggrösse δ .

Wir gehen vom aufgeschnittenen Regelkreis F_0 aus. Um die Bedingung des geschlossenen Regelkreises zu erfüllen, muss Eingang und Ausgang (Bild 2) gleiche Amplitude und Phase haben. Die Frequenz ω ist in diesem Fall die Eigenfrequenz ω_e des Regelkreises. Bei Erregung durch eine Dauerschwingung mit $p = i\omega_e$ am Eingang entsteht am Ausgang eine abklingende Schwingung mit $p = -\delta + i\omega_e$, wobei δ die zu ermittelnde Abklinggrösse und ω_e die Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises ist.

Wir bilden nun nach Bild 3 den inversen Frequenzgang $F = 1/F_0$ des aufgeschnittenen Regelkreises. Für F sind gegen F_0 Eingang und Ausgang vertauscht, also gilt bei der Eigenfrequenz ω_e des Regelkreises

$$(30) \quad F = \frac{1}{F_0} = \frac{i\omega_e}{-\delta + i\omega_e}$$

Der Ausgang für F ist eine ungedämpfte Dauerschwingung mit $p = i\omega_e$. Wie für den aufgeschnittenen Regelkreis F_0 an der Stabilitätsgrenze, so muss die Ortskurve für die ungedämpfte Dauerschwingung F bei der Eigenfrequenz ω_e durch den kritischen Punkt $R = +1$, $I = 0$ gehen. Bei ω_e liegt also der Ausgangsvektor von $F = 1/F_0$ in der reellen Axe. Da für F im geschlossenen Regelkreis die Bedingung zu erfüllen ist, dass die Amplitude für F am Ausgang gleich gross ist wie am Eingang, gilt bei diesem rein reellen Vektor der Ausgangsgrösse, da im kritischen Punkt $I = 0$ ist, die ebenfalls rein reelle Bedingung bei $\omega = \omega_e$

$$(31) \quad F = 1$$

$$F_0 \frac{i\omega_e}{-\delta + i\omega_e} = F_0 \frac{i\omega_e}{i\omega_e - \delta} = F = 1$$

Durch Multiplikation oben und unten mit $i\omega_e + \delta$ wird der Nenner reell und man erhält:

$$(32) \quad F_0 \frac{\omega_e}{\omega_e^2 + \delta^2} (\omega_e - i\delta) = 1$$

Wenn man für F_0 den Wert der Gleichung (27) des abklingenden Regelvorganges einsetzt, so gilt

$$(33) \quad F_0 = R_0 + iI_0 \quad (R_0 + iI_0) (\omega_e - i\delta) \frac{\omega_e}{\omega_e^2 + \delta^2} = 1$$

In der für ω allgemeinen Gleichung

$$(R_0 + iI_0) (\omega - i\delta) \frac{\omega}{\omega^2 + \delta^2} = 1$$

ist also der Wert ω_e für ω und der Wert von δ zu suchen, der die Bedingung (33) erfüllt. So entsteht für ω und δ die *Bedingungsgleichung*

$$(34) \quad [\omega R_0 + \delta I_0 + i(\omega I_0 - \delta R_0)] \frac{\omega}{\omega^2 + \delta^2} = 1$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn

$$(35) \quad \begin{array}{ll} \text{Realteil } (\omega R_0 + \delta I_0) \frac{\omega}{\omega^2 + \delta^2} = 1 & \text{und} \\ \text{Imaginärteil } \omega I_0 - \delta R_0 = 0 \end{array}$$

Die Werte von ω und δ , die dieser Bedingung genügen, sind die gesuchten Werte der Eigenfrequenz ω_e und der Abklinggrösse δ .

Wenn der Computer in seinem Programm die Bedingungsgleichungen (35) und die Gleichungen (1) und (2) enthält, rechnet er vollautomatisch mit vorgeschriebener Genauigkeit in kurzer Zeit durch Iteration direkt die Abklingzeit $T_{1/10}$ und die Anzahl $a_{1/10}$ der Ausschläge.

12. Kaplan-turbinen

Statt nach Abschnitt 6 zur Bestimmung des Abklingverhaltens die Abklingzeit $T_{1/10}$ zugrunde zu legen, kann man vom Abklingverhältnis zwischen zwei nach gleicher Richtung aufeinanderfolgenden Frequenzausschlägen ausgehen [17], d. h. vom Abklingverhältnis für eine ganze Reglerschwingung. Auch hier können verschiedene Zuordnungen von vorübergehender Statik x_p und Nachstellzeit T_n zum gleichen Abklingverhältnis führen, ergeben aber andere Reaktionszeit $x_p T_n$. Man kann diejenige Zuordnung bestimmen, bei der die Reaktionszeit $x_p T_n$ ein Minimum wird. Hiernach ergibt sich ohne Berücksichtigung von Elastizität und Selbstregelung für ein Abklingverhältnis von 0,4 für eine ganze Reglerschwingung nach *Seeberger*:

Reglereinstellung für Abklingverhältnis 0,4

$$(36) \quad x_p = 1,75 \cdot T_w / T_a \quad T_n = 2,95 T_w$$

Für die Einhaltung einer Abklingzeit, die zehnmal grösser ist als die Anlaufzeit T_w der Wassermassen, gilt bei minimaler Reaktionszeit [9] entsprechend

Reglereinstellung für Abklingzeit $T_{1/10} = 10 T_w$

$$(37) \quad x_p = 1,8 \cdot T_w / T_a \quad T_n = 4 T_w$$

Die Einstellformeln unterscheiden sich kaum in den Werten der vorübergehenden Statik. Dagegen ist bei der Formel (37) eine längere Nachstellzeit T_n einzuhalten.

Bei Kaplan-turbinen kommen bei Werten in der Grössenordnung von H/C bis zu 50, Elastizitätszahlen bis herunter zu $\rho_1 = 2$ vor. Für die Anlaufzeiten wählen wir als Beispiel $T_w = 1,5$ s und $T_a = 6$ s. Unter Eingabe dieser Werte und von x_p und T_n nach den Formeln (36) und (37) in den Computer ergibt sich

	Vorübergehende Statik x_p	Nachstellzeit T_n	Reaktionszeit $x_p \cdot T_n$	Abklingzeit $T_{1/10}$	Zahl Ausschläge $a_{1/10}$
	—	s	s	s	—
Abklingverhältnis 0,4	0,4375	4,425	1,94	40,1	6,37
Abklingzeit	0,45	6	2,7	18,1	2,51
$T_{1/10} = 10 T_w$					
Verhältnisswert			1,39	0,45	0,395

Nach der Einstellformel (37) werden die Nachstellzeit T_n und die Reaktionszeit länger. Kann man diese Werte zulassen, so ergibt sich ein viel schnelleres Abklingen mit weniger Ausschlägen. Jedenfalls kommt man bei Kaplan-turbinen mit bisherigen einfachen Optimumformeln aus, ohne den Computer in Anspruch nehmen zu müssen, wenn man nicht auf künstliche Selbstregelung [6] übergeht.

Als Test für die Richtigkeit des Computerprogramms wurde ein sehr hoher Wert von ρ_1 eingegeben, der einen verschwindend kleinen Elastizität entspricht. Die Ergebnisse stimmen genau überein mit den für rein unelastischen Massen-Druckstoss abgeleiteten.

13. Francis- und Freistrahlturbinen

Ausser dem Einfluss der Elastizität durch die Elastizitätszahl ρ_1 ist nach den Formeln (10) und (11) der Einfluss des Wirkungsgradabfalls $K_{\eta m}$ gegen Vollast und der Nichtlinearität K_{Qm} zwischen Servohub m und Wassermenge Q im Einzelfall festzustellen. Man bestimmt hierzu den Verlauf der Tangente für die Abhängigkeit dieser Werte von der Servomotorstellung im Vollastpunkt.

Bei Francis-turbinen wird man im allgemeinen finden, dass praktisch Proportionalität zwischen Servomotorhub m und Wassermenge Q besteht, dass also $K_{Qm} \sim 1$ ist. Dagegen tritt bei Freistrahlturbinen, sofern man nicht besondere Massnahmen zur Linearisierung des Zusammenhangs zwischen Servomotorhub m und Leistung trifft, im Vollastpunkt ein Kennwert $K_{Qm} > 1$ auf. Die Nichtlinearität ist darauf zurückzuführen, dass man bestrebt ist, den Strahl ablenken bei allen Belastungen in kleinem Abstand vom Strahl zu halten. Der Strahldurchmesser ändert sich aber wie die Quadratwurzel der Wassermenge, wodurch eine starke Nichtlinearität entsteht, die man durch eine Kurvenscheibe zwischen Servomotorhub und Stellung der Düsen-nadel linearisieren kann.

Die vom Wirkungsgradabfall gegen Vollast abhängige Grösse $K_{\eta m}$ Formel (10) ist nicht nur von n_s abhängig, sondern sie ändert sich beim gleichen Radtyp [12]. Wenn die Vollast im Jahresmittel nur wenig in Anspruch genommen wird, ist es wirtschaftlich, den besten Wirkungsgrad auf eine relativ tiefe Last zu verlegen, d. h. gegenüber dem Lastpunkt besten Wirkungsgrades eine hohe Ueberlastung zuzulassen.

Aus dem im Einzelfall stets bekannten Verlauf von η und Q wurden für die Dateneingabe die folgenden typischen Beispiele gewählt:

Francis-Turbinen	ρ_1	$K_{\eta m}$	K_{Qm}
normal überlastbar	1,0	— 0,25	1
hoch überlastbar	1,0	— 0,35	1
Freistrahlturbinen			
Zusammenhang Servomotorhub/Leistung			
linearisiert	0,5	— 0,1	1
nicht linearisiert	0,5	— 0,1	1,35

Nachfolgend ist ferner die Anlaufzeit für die Schwungmassen mit $T_a = 6$ s und für die Wassermassen der sehr hohe Wert von $T_w = 2,5$ s angenommen worden. Selbst wenn man

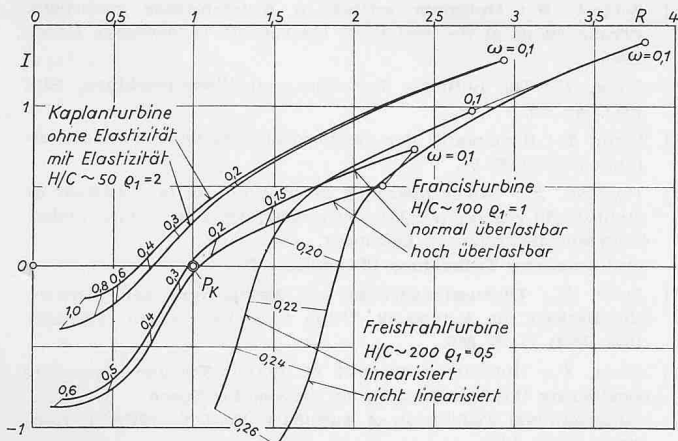


Bild 4. Reglereinstellung nach Optimum-Formel für Kaplan- und Francis-Turbinen. Ortskurven für den Frequenzgang F_0 des aufgeschnittenen Regelkreises zeigen durch den Verlauf gegenüber dem kritischen Punkt P_K der Stabilitätsgrenze den Einfluss der Elastizitätszahl ρ_1 (Größenordnung $\sim 100 : H/C$). Für Kaplan- und Francis-Turbinen bis $H/C \sim 50$ ($\rho_1 = 2$) ergeben die einfachen Optimum-Formeln eine weite Stabilitätsreserve durch grossen Abstand vom kritischen Punkt P_K . Bei $H/C \sim 100$ ($\rho_1 = 1$) kommen Francis-Turbinen an die Stabilitätsgrenze. Bei $H/C \sim 200$ ($\rho_1 = 0,5$) kommen bei der gleichen Reglereinstellung Freistrahlturbinen in das instabile Gebiet, besonders weit, wenn der Zusammenhang zwischen Wassermenge und Leistung nicht linearisiert ist.

die Formel (37) mit hoher Nachstellzeit T_n eingibt, ist unter dem Einfluss von Elastizität, Wirkungsgradverlauf und Nichtlinearität (bei Freistrahlturbinen) keine Stabilität mehr erreichbar.

Man erkennt aus den Ortskurven Bild 4, dass man bei den eingesetzten Daten für Francis-Turbinen in die Nähe des kritischen Punktes $R = +1$, also an die Stabilitätsgrenze kommt. Bei den Freistrahlturbinen mit tieferer Elastizitätszahl ρ_1 schneidet die Ortskurve die Realaxe rechts vom kritischen Punkt, was Instabilität anzeigt. Ganz besonders hohe destabilisierende Wirkung mit weit rechts liegender Ortskurve entsteht bei der Freistrahlturbine durch Nichtlinearität.

Es kommt nun darauf an, unter möglichst kurzer Inanspruchnahme des Computers gemäss Abschnitt 6 die Werte zur Auswahl der «besten» Reglereinstellung zu erhalten. Dies mit Berücksichtigung der konstruktiven Einstellungsgrenzen und der Frage, ob die Einführung einer künstlichen Selbstregelung notwendig ist oder nicht. Aus durchgeführten Rechnungen ergeben sich folgende Grundregeln für den angeführten Ausgangspunkt der Rechnung:

- Da in den Formeln (36) und (37) die vorübergehende Statik praktisch gleich ist, während die Nachstellzeit T_n bei Formel (37) höher liegt und man ohnehin die Rechnung mit stufenweise erhöhtem T_n wiederholt, geht man von der Formel (36) mit tieferem T_n aus.
- Mit dem Elastizitätsfaktor f , den man nach Abschnitt 10 rechnet, werden sowohl x_p als auch T_n multipliziert.
- Mit dem Faktor K_{qm} der Nichtlinearität ist nur die vorübergehende Statik x_p zu multiplizieren.
- Dagegen ist bei künstlicher Selbstregelung die vorübergehende Statik x_p beizubehalten, da sonst die Wirkung der Selbstregelung zurückgeht; nur die Nachstellzeit für den Ausgangspunkt der Rechnung ist herunterzusetzen [9].

Für die Berücksichtigung von a) bis c) ergeben sich danach folgende Formeln für den Ausgangspunkt der Rechnung:

$$(38) \quad x_p = 1,75 \cdot f \cdot K_{qm} \cdot T_w / T_a \quad T_n = 2,95 \cdot f \cdot T_w$$

Von diesen Werten ausgehend berechnet man, wie in den Bildern 5 bis 8 dargestellt, die Kurven zur Auswahl der «besten» Reglereinstellung. Dabei wird die Nachstellzeit (Isodromzeit) T_n für natürliche Selbstregelung ($K_e = 0$) stufenweise erhöht und bei künstlicher Selbstregelung stufenweise herabgesetzt.

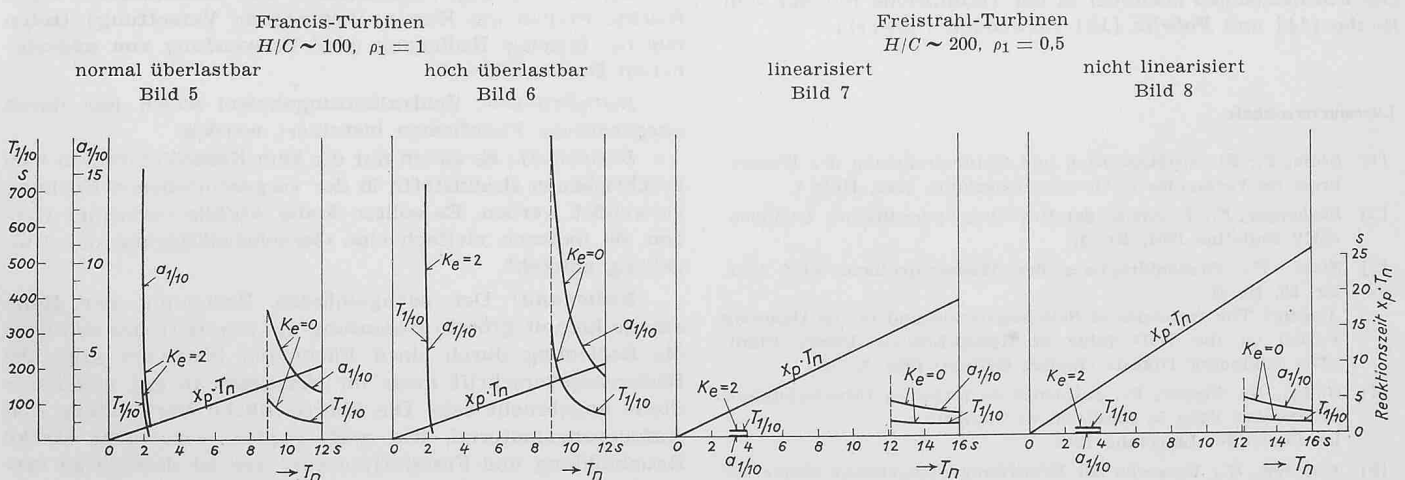
14. Folgerungen

Die Geschwindigkeit der elektronischen Digital-Computer lässt sich voll ausnützen, wenn man Näherungswerte als Ausgangspunkt der Rechnung eingibt, für die man durch Iteration das Resultat in kurzer Zeit automatisch erhält. Es genügen dann wenig weitere Eingaben der Reglereinstellungen, um die praktisch beste Einstellung auszuwählen. Die Rechnung in der Nähe dieses Optimums statt an der Stabilitätsgrenze gibt einen so grossen Stabilitätsüberschuss, dass weitgehende Vernachlässigungen von Einflüssen zulässig sind, die bei Berechnung an der Stabilitätsgrenze entscheidenden Einfluss zu haben scheinen.

Auf die beschriebene Weise lässt sich mit geringster Inanspruchnahme des Computers die Stabilitätssicherheit der Wasserturbinen ohne Versuche im Inselbetrieb beurteilen.

Formelzeichen

a	Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Druckwellen
$a_{1/10}$	Anzahl Frequenzausschläge nach beiden Richtungen in der Abklingzeit $T_{1/10}$
C	Strömungsgeschwindigkeit in der Rohrleitung
D_1	Lauftrahneintrittsdurchmesser
f	Faktor für die Wasseraufzeit T_w zum Ausgleich des Elastizitätseinflusses



Bilder 5 bis 8. Kurven zur Auswahl der «besten» Reglereinstellung, unter Berücksichtigung konstruktiver Begrenzungen, durch Abwägen von Abklingzeit $T_{1/10}$, Anzahl $a_{1/10}$ der Ausschläge und Reaktionszeit $x_p T_n$. Werte ohne und mit «künstlicher» Selbstregelung $K_e > 0$ mit Einführung einer Statik zwischen Frequenz und elektrischer Spannung. Durch Näherungsformeln (38) wird der Ausgangspunkt bestimmt. Die dargestellten Werte werden durch den Computer mit Iteration schnell vollautomatisch gerechnet, bei stufenweiser Eingabe für die Werte der Nachstellzeit (Isodromzeit) T_n . Beim hohen Wert der Selbstregelung $K_e = 2$ erreicht man bei kleinem T_n (Isodromzeit) praktisch aperiodischen Verlauf ($a_{1/10} \sim 0$), kurze Abklingzeit $T_{1/10}$ und schnelle Reaktion ($x_p T_n$ klein).

F_0	Frequenzgang des aufgeschnittenen Regelkreises
F	inverser Frequenzgang $1/F_0$
g	Erdbeschleunigung
H	Fallhöhe
h	$\Delta H/H$
i	imaginäre Einheit
K_{qm}	Einflussgrösse des Wirkungsgradverlaufs, Formel (10)
K_{Qm}	Einflussgrösse der Nichtlinearität der Wassermenge Q , Formel (11)
K_{Qn}	Abhängigkeit der Wassermenge Q von der Drehzahl, Formel (12)
K_e	Selbstregelungskonstante für Turbine und Generator zusammen, Formel (13)
L	Länge der Rohrleitung
m_{max}	Servomotorhub
m	$\Delta m/m_{max}$
M_T	Moment am Laufrad der Turbine während der Schwingung des Regelkreises
M_G	Moment am Rotor des Generators während der Schwingung des Regelkreises
$M_{1/1}$	Moment bei Vollast
n	Drehzahl der Turbinen- und Generatorwelle während der Schwingung des Regelkreises
n_m	Drehzahl in ausgeregeltem Zustand
p	komplexe Kreisfrequenz
Q	Wassermenge
$Q_{1/1}$	Wassermenge bei Vollast
q	$\Delta Q/Q_{1/1}$
Q_{11}	Einheitswassermenge bei $D_1 = 1$ und $H = 1$ während der Schwingung des Regelkreises
Q_{11m}	dasselbe im ausgeregelten Zustand
T	Zeitperiode einer ganzen Regelschwingung
T_a	Anlaufzeit der Schwungmassen
T_L	Laufzeit der Druckstörung längs der Rohrleitung in einer Richtung, Formel (8)
T_n	Nachlaufzeit (Isodromzeit) des PI-Reglers
T_w	Anlaufzeit der Wassermassen, Formel (6)
$T_{1/10}$	Abklingzeit einer Störung auf $1/10$, Formel (1)
$\tan$	tangens hyperbolicus
x	$\Delta n/n_m$
x_p	Vorübergehende Statik (Proportional-Wirkung)
$x_p T_n$	Reaktionszeit (Abschnitt 6) [2] (promptitude) [4]
δ	Abklinggrösse des Regelvorgangs
ρ_1	Elastizitätszahl, Formel (7)
ω	Kreisfrequenz der Regelschwingung
ω_e	Eigenfrequenz des Regelkreises

Die Formelzeichen stimmen in der Hauptsache mit den von *Raabe* [14] und *Fabritz* [15] verwendeten überein.

Literaturverzeichnis

- [1] *Stein, T.*: Stabilitätsgrenzen und Optimalregelung der Wasserkraft im Verbundnetz. «Regelungstechnik» 1962, Heft 4.
- [2] *Seeberger, F.*: Probleme der Regelung hydraulischer Turbinen. «SEV-Bulletin» 1961, Nr. 8.
- [3] *Stein, T.*: Drehzahlregelung der Wasserturbinen. SBZ 1947, Nr. 39, 40, 41.
Auszug: The Influence of Self-Regulation and of the Damping Period on the WR² value of Hydro-Electric Power Plant. «The Engineers' Digest» (British Edition) 1948, No. 5.
- [4] *Gaden, D., Neeser, P.*: Influence de certaines caractéristiques intervenant dans la condition de stabilité. La Concorde, Lausanne 1948.
- [5] *Hutarew, G.*: Versuche zur Ermittlung numerischer Werte zur Bestimmung der Regeleigenschaften von hydraulischen Kraftwerken. «Neue Technik» 1963, Heft 11.
- [6] *Stein, T.*: Einfluss der Selbstregelung auf die Stabilität von Wasserkraft-Anlagen. SBZ 1953, Nr. 10.
- [7] *Keller, R.*: Die Beherrschung der stabilen Drehzahlregelung bei frequenzunabhängiger Last. «Bulletin Brown Boveri» 1947.

- [8] *Schiott, H.*: Optimum setting of water-turbine governors. «Transactions of the Society of Instrument Technology» March 1960.
- [9] *Stein, T.*: Die optimale Regelung von Wasserturbinen. SBZ 1952, Nr. 20.
- [10] *Stein, T.*: Systematik der Reglerarten. «Escher Wyss Mitteilungen» 1940, S. 61.
- [11] *Pingoud, P.*: Calcul théorique et pratique de la condition de stabilité du réglage accéléro-tachymétrique d'un groupe hydro-électrique fonctionnant isolément. «Informations Techniques Charmilles» No. 6.
- [12] *Stein, T.*: Diskussionsbeitrag am Symposium der Schweiz. Gesellschaft für Automatik (SGA) 6. 4. 1963, «Neue Technik» 1963, Heft 11, S. 666.
- [13] *Stein, T.*: Optimizing Control of Water Turbine Governors considering the Non-linearity of Servomotor Speed. «International Federation of Automatic Control» (IFAC), Kongress Basel 1963.
- [14] *Raabe, J.*: Stabilitätsbetrachtungen an Wasserturbinen unter Berücksichtigung des Druckstosses. «Der Maschinenmarkt» Würzburg 1961, Nr. 12.
- [15] *Fabritz, G.*: Regelung der Wasserkraftmaschinen. «Hütte II A» Berlin 1954, S. 956.
- [16] *Oppelt, W.*: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge. 4. Aufl. Vieweg, Weinheim/Bergstr. 1963.
- [17] *Seeberger, F.*: Die Bestimmung der Schwungmasse für stabile Regelung von Wasserturbinen mittels Kataraktreglern. Escher Wyss Sonderheft «Hydraulische Anlagen», S. 93.

Kampf gegen die Luftverunreinigung durch Heizanlagen

DK 614.71:697

Die Eidg. Kommission für Lufthygiene orientiert in den folgenden zwei Merkblättern über die Vorkehrungen, mit welchen die Besitzer von Oelfeuerungen oder von Feuerungen für feste Brennstoffe zur Reinhaltung der Luft beitragen können. Die Merkblätter werden auf die nächste Heizperiode hin verteilt werden. Ueber die Installation und Ueberprüfung von Oelfeuerungsanlagen werden die kantonalen Feuerversicherungsanstalten besondere Empfehlungen erhalten.

Merkblatt 1 für Zentralheizungsbesitzer

Der Besitzer eines mit festen Brennstoffen betriebenen Zentralheizungskessels ist verpflichtet, Verunreinigungen der Luft durch Rauch, Russ und Flugasche zu vermeiden. Durch Beachtung nachstehender Punkte wird einerseits diese Forderung erfüllt, andererseits gleichzeitig eine Einsparung von Brennstoff und eine längere Lebensdauer der Kesselanlage erzielt. Rauchaustritt aus dem Kamin, abnormale Russbildung und klebrige Rückstände im Kesselinnern sowie feuchte Stellen am Kamin (beginnende Versottung) treten nur bei falscher Bedienung oder Verwendung von ungeeignetem Brennstoff auf.

Installationen: Zentralheizungskessel sollen nur durch ausgewiesene Fachfirmen installiert werden.

Brennstoff: Es sollen nur die vom Kessellieferanten vorgeschriebenen Brennstoffe in der vorgeschriebenen Körnung verwendet werden. Es sollten keine Abfälle verbrannt werden, da dadurch vielfach eine Geruchsbelästigung der Umgebung entsteht.

Bedienung: Der sachgemässen Bedienung der Heizanlage kommt grösste Bedeutung zu. Der Betreuer soll über die Bedienung durch einen Fachmann instruiert sein. Die Bedienungsvorschrift muss im Heizraum an gut sichtbarer Stelle angebracht sein. Die überreichliche Verwendung von Anfeuerungsmaterial, wie z. B. Papier, verursacht starke Rauchbildung und Feststoffauswurf und ist deshalb zu vermeiden.

Kesselreinigung und Pflege: Ausser der periodischen Reinigung durch den Kaminfeger soll der Zentralheizungskessel jährlich gründlich kontrolliert und wenn nötig instandgestellt werden (Dichtheit, betriebstüchtige Armaturen und Geräte).