

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 86 (1968)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Dimensionslose Kennzahlen für Turbomaschinen  
**Autor:** Borel, Lucien  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-69995>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Dimensionslose Kennzahlen für Turbomaschinen

DK 62-15:53.081.5

Von **L. Borel**, dipl. Ing. EPUL, Professor an der Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, beratender Ingenieur der Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey \*

### Einführung

Seit langem suchen die Fachleute die in den Ähnlichkeitsgesetzen liegenden Möglichkeiten auszuwerten, indem sie das Verhalten einer Turbomaschine durch Kennzahlen beschreiben. Bei der Bildung dieser Kennzahlen geht man im allgemeinen von den Grundgrößen der Maschine und den physikalischen Charakteristiken des verwendeten Mediums aus. Im Laufe der Jahre haben die Fachleute entsprechend den theoretischen und praktischen Erfordernissen die verschiedensten Kennwerte vorgeschlagen. Daraus entstand eine bunte Menge von Ziffern mit vielfachen Möglichkeiten der Anwendung und verstreut in einer grossen Anzahl von Arbeiten. Es ist unmöglich, die bedeutenden Arbeiten und bemerkenswerten Untersuchungen auf diesem Gebiet zu erwähnen; es sei hiezu auf die Literaturangaben am Ende dieses Aufsatzes hingewiesen.

Wenn man vor Studenten die Gesamtheit der Ähnlichkeitsbetrachtungen darlegen will, so erschrickt man ob der Fülle und dem manchmal fehlenden Zusammenhang der in den verschiedenen, sich mit Turbomaschinen beschäftigenden Fachkreisen und in verschiedenen Ländern verwendeten Kennwerte. Die Ähnlichkeit bekommt häufig den Anschein einer Geheimwissenschaft, zu der nur die Eingeweihten Zutritt haben. Es entsteht daraus der Eindruck einer Unübersichtlichkeit, der dem Wesen der Ähnlichkeitstheorie selbst gar nicht entspricht. Dieser Eindruck wird noch dadurch vertieft, dass von Zeit zu Zeit ein Forscher eine neue Kennzahl einführt, die er in mehr oder weniger willkürlicher Weise der schon langen Reihe der übrigen beifügt. Um auf diesem Gebiet Klarheit zu schaffen, drängt sich eine zusammenfassende Arbeit auf, die dem Ganzen eine einfache, durchsichtige und geordnete Struktur verleiht.

Wir halten es für unerlässlich, diese Zusammenfassung für das gesamte Gebiet der Turbomaschinen vorzunehmen, um ein System zu erhalten, das für Wasserturbinen, Pumpen, Dampf- und Gasturbinen sowie Turbokompressoren gilt. Weiter ist es erwünscht, dass dieses System für verschiedene Länder gültig ist. Daher müssen alle Kennzahlen vom verwendeten Einheitensystem numerisch unabhängig sein. Das gilt auch schon für ein bestimmtes Land, da ja das gesetzlich verwendete Einheitensystem wechseln kann. Natürlich ist es immer möglich, Umrechnungstabellen aufzustellen, um von einem System zum andern zu gelangen. Aber dieser Weg verwickelt nur die Lage und bedeutet einen gewissen Verschleiss an intellektueller Energie. Es ist dies nur eine Lösung für den unmittelbaren Gebrauch, die sich auf lange Sicht nicht vertreten lässt. Daher finden wir es besser, das Ganze von Grund auf neu aufzubauen, ungeachtet der augenblicklichen Schwierigkeiten neuer Definitionen, als ein überholtes, mit Umrechnungskoeffizienten durchsetztes System immer weiterzutreiben.

Wohlverstanden, wir schätzen durchaus den Wert der heute gebrauchten und erprobten Kennzahlen, und wir kennen die praktischen Schwierigkeiten, die sich beim Abgehen von einem durch Überlieferung und Gebrauch vertraut gewordenen System ergeben, sogar dann, wenn dies zugunsten eines logischen und eleganteren Systems geschieht.

Die vorliegende Arbeit ist ein Versuch der Systematisierung; sie schliesst sich an diejenige an, die 1958 im Rahmen einer Studie über die Regelung hydroelektrischer Anlagen veröffentlicht wurde [11].

### Bezeichnungen und Einheiten

Die im folgenden Verzeichnis stehenden Einheiten sind diejenigen des internationalen Systems (Giorgi). Sie stehen als Beispiel und können durch irgendwelche andere Einheiten ersetzt werden, sofern sie untereinander kohärent sind.

\*) Dieser Aufsatz ist in englischer Sprache veröffentlicht worden in der Zeitschrift «Water Power», 19, Nr. 12, p. 494, Dec. 1967 und 20, Nr. 1, p. 27, Jan. 1968. Er ist auch in französischer Sprache erschienen im «Bulletin Technique des Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey SA», Jahrg. 1967.

Zeichen	Grössen	Einheiten
<i>Grosse Buchstaben</i>		
$B$	Breite des Meridiankanals	m
$C$	Absolute Strömungsgeschwindigkeit	m/s
$C_m$	Meridiangeschwindigkeit der Strömung ( $C_m = \dot{M}/\mu S$ )	m/s
$\dot{E}$	Innere Leistung ( $\dot{E} = e \dot{M} = K N$ )	W
$\dot{E}_e$	Äussere Leistung ( $\dot{E}_e = \eta_m \dot{E}$ )	W
$H_n$	Nettogefälle oder Nettohöhe ( $H_n = p/g$ )	m
$K$	Inneres Moment ( $K = \dot{E}/N$ )	Nm/rad
$K_e$	Äusseres Moment ( $K_e = \eta_m K$ )	Nm/rad
$\dot{M}$	Innerer Massenfluss ( $\dot{M} = \mu \dot{V}$ )	kg/s
$\dot{M}_e$	Äusserer Massenfluss ( $\dot{M}_e = \dot{M}/\eta_d$ )	kg/s
$N$	Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz)	rad/s
$P$	Absoluter Druck	N/m <sup>2</sup> = Pa
$R$	Bezugsradius	m
$R_g$	Radius am Stator	m
$R_h$	Radius beim mittleren Stromfaden	m
$R_n$	Radius am Rotor	m
$S$	Bezugsquerschnitt	m <sup>2</sup>
$T$	Bezugstemperatur (statisch oder total)	K
$U$	Umfangsgeschwindigkeit ( $U = R N$ )	m/s
$\dot{V}$	Volumetrischer Durchfluss ( $\dot{V} = v \dot{M}$ )	m <sup>3</sup> /s
$Z$	Höhe	m

### Kleine Buchstaben

$b$	Breite des Meridiankanals relativ	—
$c$	Faktor, von der Dimension einer spezifischen Wärme ( $c = C_p^2/2 T$ )	J/K kg
$c_v$	Spezifische Wärme bei konstanten Volumen	J/K kg
$c_p$	Spezifische Wärme bei konstantem Druck	J/K kg
$e$	Innere Arbeit pro Masseneinheit ( $e = \dot{E}/\dot{M}$ )	J/kg
$g$	Erdbeschleunigung	m/s <sup>2</sup>
$h$	Enthalpie pro Masseneinheit	J/kg
$p$	Nettoenergie pro Masseneinheit ( $p = g H_n$ )	J/kg
$p_x$	Druckenergie pro Masseneinheit ( $p_x = \int_1^2 v dP$ )	J/kg
$q$	Vom Medium aufgenommene Wärmemenge pro Masseneinheit	J/kg
$r$	Gaskonstante	J/K kg
$s$	Bezugsquerschnitt relativ ( $s = S/R^2$ )	—
$v$	Volumen pro Masseneinheit ( $v = 1/\mu$ )	m <sup>3</sup> /kg

### Griechische Buchstaben

Die dimensionslosen Kennzahlen finden sich auf Tabelle 3.

$\lambda$	Komplementärer Wert zu $\lambda$ ( $\lambda = 1 - \lambda$ )	—
	Für ein ideales Gas gilt ( $\lambda = r/c_p$ )	—
$\epsilon$	Beaufschlagungsgrad einer Aktionsschaufelung	—
$\eta$	Stufenwirkungsgrad ( $\eta = e/p$ )	—
$\eta_d$	Wirkungsgrad in bezug auf den Massenfluss ( $\eta_d = \dot{M}/\dot{M}_e$ )	—

Zeichen	Grössen	Einheiten
$\eta_e$	Äusserer Maschinenwirkungsgrad ( $\eta_e = \dot{E}_e / \dot{M} e$ )	—
$\eta_i$	Innerer Maschinenwirkungsgrad ( $\eta_i = e/p$ ) (Schaufelungswirkungsgrad)	—
$\eta_m$	Mechanischer Wirkungsgrad ( $\eta_m = \dot{E}_e / \dot{E}$ )	—
$\lambda$	Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen zu derjenigen bei konstantem Druck ( $\lambda = c_v / c_p$ )	—
$\mu$	Spezifische Dichte	kg/m <sup>3</sup>

### Anmerkung über die Ähnlichkeit

Die Ähnlichkeitstheorie für Turbomaschinen wird für geometrisch ähnliche Maschinen angewendet. In solchen Maschinen werden zwei Strömungen in kinematischer und dynamischer Hinsicht als ähnlich bezeichnet, wenn die folgenden Grössen ähnliche vektorielle oder skalare Felder bilden:

Geschwindigkeiten	Trägheitskräfte
Drücke	Zähigkeitskräfte
Temperaturen	Schwerkkräfte

Das heisst, dass das Verhältnis zweier Grössen in geometrisch entsprechenden Punkten für jede Grösse und in der gesamten Strömung konstant ist. In Vektorfeldern müssen zusätzlich die entsprechenden Vektoren parallel sein.

In der Ähnlichkeitstheorie erscheinen *charakteristische Zahlen*, die aus *fundamentalen Grössen* der Maschine und verschiedenen *Bezugsgrössen* gebildet werden. Sie zeigt, dass zwei ähnliche Strömungen durch eine grosse Anzahl gleichgrosser charakteristischer Zahlen gekennzeichnet sind. Umgekehrt gilt, dass, wenn zwei Strömungen in geometrisch ähnlichen Maschinen durch gewisse gleichgrosse charakteristische Zahlen gekennzeichnet sind, sie einander ähnlich sind.

Der Übergang von einer Strömung zu einer ähnlichen Strömung gestattet die Lösung einer Menge praktischer Probleme. Er ermöglicht es insbesondere, den Einfluss der geometrischen Grösse, der Drehzahl (bzw. der Umfangsgeschwindigkeit), des Druckes, der Temperatur, der Natur des Mediums (Dichte, spezifische Wärme, Zähigkeit, ...) auf Durchfluss, Leistung und Wirkungsgrad einer Turbomaschine zu ermitteln.

Tabelle 1. Verhältniswert  $s$  des Bezugsquerschnittes je nach der Art der Turbomaschine und dem gewählten Bezugsradius

Maschine	Bezugsradius		
	$R_n$	$R_h$	$R_g$
beliebig	$\pi (r_g + 1) b$	$2 \pi b$	$\pi (1 + r_n) b$
axial	$\pi (r_g^2 - 1)$	$2 \pi b$	$\pi (1 - r_n^2)$
radial	$2 \pi b$	$2 \pi b$	$2 \pi b$

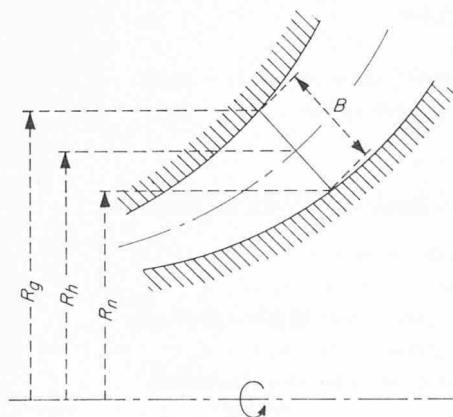


Bild 1. Meridianschnitt durch den Strömungskanal einer Turbomaschine  
 B meridionale Breite  
 $R_n$  Radius des Rotors  
 $R_h$  Radius des mittleren Strömungsfadens  
 $R_g$  Radius des Stators

### Bezugsgrössen

#### Länge

Es ist üblich, den Durchmesser  $D$  als Bezugsgröße und die Drehzahl in Umdrehungen pro Minute als Bezugsdrehzahl einzuführen. Abweichend hiervon halten wir als Bezugsgrössen den Radius  $R$  und die Winkelgeschwindigkeit  $N$  in Bogenmass pro Sekunde für vorteilhafter. Die Gründe hierzu sind folgende:

- Eine Turbomaschine ist axialsymmetrisch; die geometrische Grundgrösse muss sich auf einfache Weise in Zylinderkoordinaten ausdrücken lassen. Es handelt sich also um einen Radius (und nicht um einen Durchmesser). Übrigens wird man zum Beispiel auch sagen, dass ein ebenes Schaufelgitter der Grenzfall eines Turbomaschinengitters sei, bei dem der Radius (und nicht der Durchmesser) gegen unendlich wächst.
- Die Verwendung des Radius  $R$  in Verbindung mit derjenigen der Winkelgeschwindigkeit  $N$  in rad/s führt auf folgende Beziehungen:

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{Umfangsgeschwindigkeit: } & U = R N \\ \text{Leistung: } & \dot{E} = K N \\ \text{Zentrifugalkraft: } & F = M R N^2 \end{aligned}$$

Diese Formeln sind überaus einfach, da sie keinen einzigen numerischen Koeffizienten enthalten. Es wäre sicher schade, diesen vom logischen und formalen Standpunkt aus gesehen günstigen Umstand nicht auszunützen.

#### Querschnitt

Um bei der Wahl des Bezugsquerschnitts  $S$  eine gewisse Anpassungsfähigkeit zu haben, sei dieser in dimensionsloser Form durch die Beziehung:

$$(2) \quad s = \frac{S}{R^2}$$

eingeführt. Auf diese Weise können alle nach verschiedenen Gesichtspunkten gebildeten Formeln für den Bezugsquerschnitt  $S$  in einem einzigen Ausdruck zusammengefasst werden. Betrachten wir diese Gesichtspunkte:

- Gewisse Fachleute nehmen als Bezugsquerschnitt  $S$  entsprechend der Dimensionsanalyse einfach das Quadrat der Bezugsgröße, das heisst also  $R^2$ . Dies führt auf  $s = 1$ .
- Andere setzen aus uns nicht ersichtlichen Gründen den Kreisquerschnitt mit der Bezugsgröße  $R$  als Radius für  $S$  ein, das heisst also  $\pi R^2$ . Dies führt auf  $s = \pi$ .
- Noch andere nehmen aus rein physikalischen Gründen den wirklichen Strömungsquerschnitt für  $S$ .

Die Ansicht c) scheint uns die beste, denn sie ergibt vorteilhafterweise die *mittlere Meridianschnittdrehzahl* des Mediums gemäss der Beziehung:

$$(3) \quad c_m = \frac{\dot{M}}{\mu S}$$

Diese Geschwindigkeit hat eine physikalische Bedeutung und ermöglicht es, die Vorteile der Ähnlichkeitstheorie auf Maschinen auszudehnen, die geometrisch nicht streng ähnlich sind. Allgemein kann man den Querschnitt  $S$  berechnen, indem man von den geometrischen Abmessungen des Turbomaschinenkanals im Meridianschnitt ausgeht, wie es Bild 1 zeigt. Die Regel von Guldin ergibt in der Tat:

$$S = 2 \pi R_h B = \pi (R_g + R_n) B$$

Die Geometrie lässt sich in dimensionsloser Form durch folgende Beziehungen einführen:

$$(4) \quad r_g = \frac{R_g}{R} \quad r_h = \frac{R_h}{R} \quad r_n = \frac{R_n}{R} \quad b = \frac{B}{R}$$

Unter Berücksichtigung von (2) ergibt sich

$$(5) \quad s = 2 \pi r_h b = \pi (r_g + r_n) b$$

Diese Beziehung nimmt verschiedene Formen an, je nach Art der Maschine und des gewählten Bezugsradius. Tabelle 1 gibt die Werte für den Fall einer beliebigen, bzw. axialen oder radialen Turbomaschine und mit den Bezugsradien  $R_n$ , bzw.  $R_h$  oder  $R_g$ .

Dabei wurden alle Ausdrücke für  $s$  unter der Voraussetzung aufgestellt, dass die Schaufelungen mit voller Beaufschlagung arbeiten. Für den Fall partieller Beaufschlagung hat man einfach die Ausdrücke für  $s$  noch mit dem Beaufschlagungsgrad  $\epsilon$  zu multiplizieren.

Tabelle 2. Werte von  $c$  und  $T$  je nach der gewählten Bezugsgeschwindigkeit

Bezugsgeschwindigkeit $C_x$	$C = \frac{C_x^2}{2T}$	$T$
Schallgeschwindigkeit $C_s$	$\frac{r}{2\lambda}$	$T$
Lavalgeschwindigkeit $C_l$	$\frac{r}{1+\lambda}$	$T_c$
Croccogeschwindigkeit $C_{max}$	$\frac{r}{1-\lambda} = C_p$	$T_c$

Nach Möglichkeit sollen die Bezugswerte für Radius und Querschnitt an derselben Stelle der Maschine gewählt werden. Es kann allerdings Fälle geben, wo dieses Vorgehen nicht geboten ist, wo also Bezugsradius und Bezugsquerschnitt unabhängig voneinander zu wählen sind. Ein Beispiel hierfür bildet die Pelton-turbine.

#### Temperatur

Im Falle einer von einem kompressiblen Medium durchströmten Maschine ist die Eintrittstemperatur als Bezugswert am besten geeignet. Je nach der Natur des zu behandelnden Problems ist es angezeigt, die statische Temperatur  $T$  oder die totale Temperatur  $T_c$  einzuführen, die für ein *ideales Gas* durch die Beziehung gegeben ist:

$$(6) \quad T_c = T + \frac{C^2}{2c_p}$$

Darin bedeuten:

$C$  die absolute Strömungsgeschwindigkeit und  $c_p$  die spezifische Wärme bei konstantem Druck.

#### Geschwindigkeiten

Wie schon beim Bezugsradius festgestellt wurde, ist die Winkelgeschwindigkeit in rad/s der vorteilhafteste Bezugswert für die Umdrehungsgeschwindigkeit. Ebenso eignet sich die Umfangsgeschwindigkeit  $U$  in m/s als geradlinige Bezugsgeschwindigkeit am besten. In Verbindung mit der Bezugstemperatur ist es möglich, für ein *ideales Gas* folgende Geschwindigkeiten zu definieren:

$$(7) \quad \text{Schallgeschwindigkeit:} \quad C_s = \sqrt{\frac{r}{\lambda} T}$$

$$(8) \quad \text{Lavalgeschwindigkeit:} \quad C_l = \sqrt{\frac{2r}{1+\lambda} T_c}$$

(Kritische Geschwindigkeit)

$$(9) \quad \text{Croccogeschwindigkeit:} \quad C_{max} = \sqrt{\frac{2r}{1-\lambda} T_c} = \sqrt{2c_p T_c}$$

(Grenzgeschwindigkeit)

Was die allgemeinen Werte einer Turbomaschine anbelangt, ist die Croccogeschwindigkeit als Bezugswert am geeignetsten. Immerhin werden wir hier, um dieser Arbeit einen möglichst allgemeinen Charakter zu geben, folgenden Ausdruck verwenden:

$$C_x = \sqrt{2cT}$$

Hierin können für  $c$  und  $T$  je nach der gebrauchten Bezugsgeschwindigkeit verschiedene Werte eingeführt werden. Tabelle 2 gibt die Werte, die den eben genannten Geschwindigkeiten entsprechen. Dabei hat  $c$  die Dimension einer spezifischen Wärme. Sie wird durch die Beziehung definiert:

$$(10) \quad c = \frac{C_x^2}{2T}$$

Die Beziehungen (7), (8) und (9) können für einen *idealen Dampf* [18] umgeschrieben werden, indem man  $rT$  durch  $vP$  (statisch) bzw.  $rT_c$  durch  $v_c P_c$  (total) und  $\lambda$  durch den Isentropen-koeffizienten  $\gamma_s$  nach folgender Beziehung ersetzt:

$$\gamma_s = - \frac{P}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_s$$

#### Energiemengen pro Masseneinheit

Ohne Zweifel ist die vor allem in der Hydraulik verwendete, alt-hergebrachte Methode bedauerlich, welche alle Energiemengen auf

die Gewichtseinheit statt auf die Masseneinheit bezieht, dass heisst sie durch «Gefälle» bzw. «Höhen» ausdrückt, indem die Energiemengen pro Masseneinheit durch die Erdbeschleunigung  $g$  dividiert werden. Dadurch kommt die Grösse  $g$  in alle Ausdrücke hinein, wo sie nichts zu suchen hat (Beispiele: Druckenergie, kinetische Energie, Reibungsenergie), ist aber gerade dort nicht zu finden, wo sie sein sollte, nämlich im Ausdruck für die potentielle Energie. Dies ist zumindest paradox und wird recht unbequem, wenn ein Problem vorliegt, wo die Erdbeschleunigung von  $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$  oder die spezifische Masse des Wassers von  $\mu_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  abweichen.

Vielleicht bot diese Methode in den ersten Zeiten der Hydraulik ein gewisses Interesse, indem man glaubte, mit den Höhen eine vereinfachte Darstellung der Energie zu haben. Heute erweist sie sich als ungeschickt. Sie bringt nur scheinbar eine Vereinfachung, stiftet aber Verwirrung. Die Studierenden müssen sich zunächst mit dem Energiebegriff vertraut machen, und ihn dann wieder so verbiegen, dass er in gewissen Fällen durch eine Länge dargestellt wird. Dieser Kniff wurde durch die Verwirrung mit dem Kilogramm-Masse und dem Kilogramm-Kraft begünstigt (ebenfalls eine nur scheinbare Vereinfachung, die zu offenkundigen Schwierigkeiten führt).

Demgegenüber werden wir hier alle Energien auf die Masseneinheit des Turbomaschine durchströmenden Mediums beziehen.

Für irgendein Medium, sei es kompressibel oder nicht, wird die *Nettoenergie  $p$  pro Masseneinheit* durch die Beziehung definiert:

$$(11) \quad p = \left| p_x + \Delta \frac{C^2}{2} + g \Delta Z \right| \quad \text{worin}$$

$$(12) \quad p_x = \int_1^2 v dP = \int_1^2 dP/\mu$$

die *Druckenergie pro Masseneinheit* bedeutet.

Das Zeichen  $\Delta$  bedeutet den Zuwachs zwischen Eintritt 1 und Austritt 2 der Maschine. Das Zeichen  $p$  wurde gewählt, um daran zu erinnern, dass im allgemeinen der Ausdruck  $p_x$  für den Druck der wichtigste dieser Beziehung ist. Der kleine Buchstabe wurde gewählt, weil sich der Ausdruck auf die Masseneinheit bezieht.

Grundsätzlich wird die Druckenergie pro Masseneinheit nach der Beziehung (12) berechnet. Da es aber praktisch unmöglich ist, die Integration längs der wirklichen Zustandsänderung durchzuführen, wird sie *übereinkunftsgemäss* längs einem der drei folgenden Wege berechnet:

— dem der *polytropen Zustandsänderung* längs der Polytrope, die durch die Punkte 1 und 2 geht:

$$(13) \quad p_\psi = \int_1^2 v dP$$

— dem der *isentropen Zustandsänderung* längs der Isentrope durch den Punkt 1 und zwischen den Drücken  $P_1$  und  $P_2$ :

$$(14) \quad p_s = \int_1^{2s} v dP = h_{2s} - h_1$$

— dem der *isothermen Zustandsänderung* längs der Isotherme durch den Punkt 1 und zwischen den Drücken  $P_1$  und  $P_2$ :

$$(15) \quad p_t = \int_1^{2t} v dP$$

Im Falle einer von *idealem Gas* durchströmten Maschine gelten die Beziehungen:

$$(16) \quad p_\psi = \frac{rT_1}{A\eta} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{A\eta} - 1 \right]$$

$$(17) \quad p_s = \frac{rT_1}{A} \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^A - 1 \right]$$

$$(18) \quad p_t = rT_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Darin bedeuten:

$$A = 1 - \lambda = r/c_p \quad \text{den komplementären Koeffizienten zu } \lambda$$

$$\eta = \frac{dh}{vdP} = \frac{\ln T_2/T_1}{A \ln P_2/P_1} \quad \text{den Polytropenkoeffizienten, der die durch die Punkte 1 und 2 gehende Polytrope charakterisiert.}$$

Es wird später deutlich werden, dass die Nettoenergie pro Masseneinheit in die Definitionen für die Wirkungsgrade eingeht. Je nach der getroffenen Übereinkunft für  $p_x$  ergeben sich folgende Wirkungsgrade:

- $p_\psi$  polytrope Wirkungsgrade
- $p_s$  isentrope Wirkungsgrade
- $p_t$  isotherme Wirkungsgrade.

Im besondern Fall einer von *inkompressibler Flüssigkeit* durchströmten (hydraulischen) Maschine gilt:

$$p_x = v \Delta P = \frac{1}{\mu} \Delta P$$

Damit folgt für die Nettoenergie pro Masseneinheit:

$$(19) \quad p = \left| \Delta \left( \frac{P}{\mu} + \frac{C^2}{2} + gZ \right) \right|$$

Nach der bisher üblichen Methode gilt für das «Nettogefälle» bzw. die «Nettohöhe»:

$$H_n = \left| \Delta \left( \frac{P}{\mu g} + \frac{C^2}{2g} + Z \right) \right|$$

Die Grössen  $p$  und  $H_n$  hängen also durch folgende Beziehung zusammen:

$$(20) \quad p = g H_n$$

Hier ist  $g$  nicht ein übereinkunftsgemäss fester Wert der Erdbeschleunigung, sondern der wirkliche mittlere Wert für das betrachtete System.

Nach den Gesetzen der Thermodynamik wird die *innere Arbeit pro Masseneinheit*, die in einer Turbomaschine zwischen dem strömenden Medium und der Laufschaufelung übertragen wird, durch folgende Beziehung gegeben:

$$(21) \quad e = \Delta h + \Delta \frac{C^2}{2} + g \Delta Z - q$$

Hier ist  $q$  die *Wärmemenge pro Masseneinheit*, welche das Medium zwischen Ein- und Austritt der Maschine aufnimmt. Im allgemeinen ist diese Wärmemenge im Verhältnis zur übertragenen Arbeit  $e$  vernachlässigbar klein.

#### Massenfluss

Streng genommen betreffen diese Ähnlichkeitsbetrachtungen nur die Strömung innerhalb der Schaufelung der Turbomaschine. Daraus folgt grundsätzlich, dass die verschiedenen *äusseren Verlustmengen* (Ausgleichskolben, Wellendichtungen, Labyrinth usw.) hier auszuschliessen sind, da sie andern Ähnlichkeitsgesetzen gehorchen als der Hauptstrom.

Der zu berücksichtigende Massenfluss ist demnach derjenige, welcher die Schaufelung der Maschine tatsächlich durchströmt, inbegriffen die *inneren Verlustmengen* (Radialspiele usw.), das heisst die Mengen, die sich vor dem Maschinenaustritt wieder mit dem Hauptstrom vereinigen.

Um den Kontinuitätssatz am bequemsten anwenden zu können, führen wir nicht den volumetrischen Durchfluss  $\dot{V}$ , sondern den *inneren Massenfluss*  $\dot{M}$  des durch die Schaufelung strömenden Mediums ein. Es wird sich später zeigen, dass es in erster Näherung möglich ist, die äusseren Verlustmengen in die Ähnlichkeit einzubeziehen, was gestattet, den äusseren Massenfluss  $\dot{M}_e$  im Eintrittsstutzen (Turbine) oder im Austrittsstutzen (Pumpe, Verdichter) anstelle von  $\dot{M}$  zu verwenden.

#### Leistung

Aus den oben erwähnten Gründen sind hier grundsätzlich die *mechanischen Verluste* (Reibungsleistung in den Lagern, durch Hilfsantriebe verbrauchte Leistung usw.) aus den vorliegenden Betrachtungen auszuschliessen, denn sie gehorchen ebenfalls andern Ähnlichkeitsgesetzen als der Hauptstrom. Die zu berücksichtigende Leistung ist demnach die *innere Leistung*  $\dot{E}$ , die in einer Turbomaschine zwischen dem strömenden Medium und der Laufschaufelung übertragen wird. Es gilt die Beziehung:

$$(22) \quad \dot{E} = e \dot{M}$$

Wie sich später zeigen wird, ist es in erster Näherung möglich, auch die mechanischen Verluste in die Ähnlichkeit einzubeziehen,

so dass sich anstelle von  $\dot{E}$  die äussere Leistung  $\dot{E}_e$  der Maschine verwenden lässt.

#### Moment

In entsprechender Weise ist das zu berücksichtigende Moment das *innere Moment*  $K$ , das in einer Turbomaschine zwischen dem strömenden Medium und der Schaufelung wirkt. Es gilt hier:

$$(23) \quad \dot{E} = K N$$

#### Kennzahlen

Da die Methoden der Ähnlichkeit wohl bekannt sind, soll hier die Einführung solcher Kennzahlen bei den Turbomaschinen nicht begründet werden. Dagegen sei eine Zusammenfassung vorgenommen und ein System dargelegt, das die Sachlage vereinfacht, die Wirksamkeit der Methode erhöht und die Ähnlichkeitsgesetze möglichst gut ausnützt.

Um der Gesamtheit dieser Kennzahlen die grösstmögliche Homogenität, Einfachheit und Klarheit zu verleihen, scheint es angezeigt, folgende «Spielregeln» festzusetzen:

- a) *Alle Kennzahlen sind dimensionslos.*
- b) *Alle Beziehungen zwischen den verschiedenen Kennzahlen sind frei von numerischen Koeffizienten.*
- c) *Alle Kennzahlen werden durch kleine griechische Buchstaben dargestellt.*
- d) *Alle Kennzahlen haben in ihrer Benennung die Endsilbe «...zahl».*

Tatsächlich wurde die Regel c) in diesem Aufsatz schon durchweg angewendet. Im Bemühen, dabei soweit als möglich die schon gebrauchten Ausdrücke beizubehalten, ist das auf Tabelle 3 dargestellte System entstanden.

Je nach dem Bezugssystem kann dieselbe Grundgrösse auf mehrere Kennzahlen führen, die durch denselben griechischen Buchstaben wiedergegeben werden. Um Verwechslungen auszuschliessen, kann man ihnen einen als Exponent geschriebenen Index beifügen, der an das gewählte Bezugssystem erinnert. So lässt sich beispielsweise definieren:

$$\varphi^U = \frac{\dot{M}}{\mu S U} \quad \text{Massenflusszahl im Bezugssystem } U$$

$$\varphi^p = \frac{\dot{M}}{\mu S (2p)^{1/2}} \quad \text{Massenflusszahl im Bezugssystem } p$$

$$\psi = \frac{2p}{U^2} \quad \text{Druckzahl im Bezugssystem } U.$$

$$\text{Beziehung: } \varphi^U = \varphi^p \psi^{1/2}$$

Allgemein ist es immer möglich, eine dimensionslose Zahl zu bilden, indem man von irgendeiner Grundgrösse ausgeht und diese mit *drei unabhängigen Bezugsgrössen* multipliziert, die mit passenden Exponenten versehen sind. Diese drei Bezugsgrössen bilden das, was

Tabelle 3. Einführung von Kennzahlzeichen durch Zuordnung kleiner griechischer Buchstaben zu den Grundgrössen.

Grundgrösse	Kennzahlzeichen	Benennung der Kennzahlen
$C$	$\gamma$	Absolutgeschwindigkeitszahl
$\dot{E}$	$\lambda$	Leistungszahl
$\dot{M}$	$\varphi$	Massenflusszahl
$N$	$\nu$	Winkelgeschwindigkeitszahl
$R$	$\delta$	Längenzahl
$K$	$\kappa$	Momentzahl
$T$	$\tau$	Temperaturzahl
$U$	$v$	Umfangsgeschwindigkeitszahl
$W$	$\omega$	Relativgeschwindigkeitszahl
$e$	$\varepsilon$	Arbeitszahl
$h$	$\eta$	Enthalpiezahl
$p$	$\psi$	Druckzahl
$q$	$\theta$	Wärmezahl
$r$	$\varrho$	Dissipationszahl
$s$	$\sigma$	Entropiezahl
$z$	$\zeta$	Höhenzahl



wir ein *Bezugssystem* nennen. Sie müssen unter den Grundgrößen gewählt werden, als da sind:

$$\mu, S \text{ oder } R, U \text{ oder } N, p, cT, \dot{M}, e, \dot{E}, K.$$

Nach den Gesetzen der Kombinationen gibt es so viele Bezugssysteme, als man aus der Anzahl Grundgrößen drei Elemente auswählen kann. Die Zahl der Möglichkeiten ist demnach gross. Dabei ist hervorzuheben, dass im Hinblick auf die Ähnlichkeit alle Bezugssysteme gleichwertig sind. Grundsätzlich können sie also unterschiedslos gebraucht werden; doch erweist sich je nach dem betrachteten Problem eines als das geeignetste. Es ist demnach wichtig, einfache Beziehungen aufzustellen, die einen Übergang von einem System zum anderen gestatten.

Die Anzahl der betrachteten Bezugssysteme ist unerheblich, sofern nur ihre Anwendung geschmeidig ist. In der Arbeit [11] wurden zehn Bezugssysteme dargestellt; in der vorliegenden begnügen wir uns mit den vier, in der Praxis meistverwendeten, ein fünftes wird nur erwähnt, um die Kennzahl einzuordnen, die der Geschwindigkeitszahl  $v^E$  entspricht (spezifische Drehzahl  $N_s$ ).

Die Tabellen 4 und 5 fassen jene Kennzahlen zusammen, die in Übereinstimmung mit den oben angegebenen «Spielregeln» vorgeschlagen werden. Sie enthalten die Einteilung nach dem Bezugssystem, die Symbole, die Definitionen und die diese Zahlen verbindenden Beziehungen. Zur Vereinfachung wurde jedes Bezugssystem nur durch die wichtigste der drei Bezugsgrößen gekennzeichnet.

Zu den Tabellen 4 und 5 ist folgendes zu bemerken:

*Unterscheidung zwischen einer Stufe und der ganzen Maschine*

Diese Unterschiede sind:

- Die geometrische Bezugsgrösse für eine Stufe ist der Strömungsquerschnitt  $S$ , für eine Maschine der Radius  $R$ .
- Die Bezugsgeschwindigkeit für eine Stufe ist die Umfangsgeschwindigkeit  $U$ , für eine Maschine die Winkelgeschwindigkeit  $N$ .

*Zahlen, die an zwei Stellen auftreten*

Die Zahlen  $\tau^M$  und  $\varepsilon^M$ , die zum Bezugssystem  $\dot{M}$  gehören, wurden nicht aufgeführt, da für sie einfach gilt:

$$(24) \quad \tau^M = \tau^p \quad \varepsilon^M = \varepsilon^p$$

*Zweckmässigkeit des Faktors 2*

Als einzige Ziffer tritt in gewissen Kennzahldefinitionen der Faktor 2 auf. Man könnte ihn weglassen, ohne die Kohärenz des vorgeschlagenen Systems zu stören. Vom Standpunkt der Ähnlichkeit aus gesehen, erscheint er strenggenommen sogar als unnötig. Gleichwohl sollte er beibehalten werden, und zwar aus folgenden Gründen:

- Zunächst ist festzustellen, dass der Ausdruck  $\sqrt{2p}$  nichts anderes ist als die Geschwindigkeit, die sich einstellt, wenn man die gesamte Nettoenergie pro Masseneinheit in kinetische Energie umsetzt. Die Wahl dieser Geschwindigkeit als Bezugsgeschwindigkeit ist zumal in hydraulischen Turbinen angezeigt.
- Wie bereits oben bemerkt, ist der Ausdruck  $\sqrt{2cT}$  entweder die Schallgeschwindigkeit  $C_s$ , oder die Lavalgeschwindigkeit  $C_l$ , oder die Crocogeschwindigkeit  $C_{max}$ . Diese Grössen eignen sich in Maschinen mit kompressiblen Medien als Bezugsgeschwindigkeiten ebenfalls sehr gut.
- Schliesslich ist hervorzuheben, dass der Ausdruck  $\sqrt{2e}$  die Geschwindigkeit darstellt, die einer kinetischen Energie von der Grösse der inneren Arbeit  $e$  pro Masseneinheit entspricht. Auch diese Geschwindigkeit, obwohl weniger bemerkenswert als die vorhergehenden, kann ebenfalls vorteilhaft als Bezugsgeschwindigkeit verwendet werden.
- Häufig braucht man Beziehungen, die gleichzeitig verschiedene Energien pro Masseneinheit enthalten, wie Druckenergie, Arbeit, Dissipation, Enthalpiedifferenzen, Wärme und kinetische Energien. Mit den letztgenannten kommt unweigerlich die Zahl 2 hinein. Der Vorteil des vorgeschlagenen Systems besteht darin, dass die Ziffer 2 verschwindet, sobald die Beziehungen in dimensionslose Form überführt werden. So gilt zum Beispiel für eine adiabate Verdichtung eines idealen Gases:

$$e = \Delta h + \Delta \frac{C^2}{2} \\ = c_p (T_2 - T_1) + \frac{C_2^2}{2} - \frac{C_1^2}{2}$$

$$\frac{e}{c_p T_1} = \frac{T_2}{T_1} \left( 1 + \frac{C_2^2}{2c_p T_2} \right) - \left( 1 + \frac{C_1^2}{2c_p T_1} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1} (1 + \varphi_2^2) - (1 - \varphi_1^2)$$

### Wirkungsgrade

Die bisherigen Definitionen für den Wirkungsgrad sind:

$$\frac{e}{p} = \eta_T \quad \text{Wirkungsgrad einer Turbinenstufe}$$

$$\frac{\dot{E}}{p \dot{M}} = \eta_{iT} \quad \text{Innerer Wirkungsgrad einer Turbine}$$

$$\frac{p}{e} = \eta_P \quad \text{Wirkungsgrad einer Pumpenstufe}$$

$$\frac{p \dot{M}}{\dot{E}} = \eta_{iP} \quad \text{Innerer Wirkungsgrad einer Pumpe}$$

$$\frac{p}{e} = \eta_K \quad \text{Wirkungsgrad einer Verdichterstufe}$$

$$\frac{p \dot{M}}{\dot{E}} = \eta_{iK} \quad \text{Innerer Wirkungsgrad eines Verdichters.}$$

Die verwendeten Zeichen haben den Nachteil, paarweise reziproke Beziehungen zu entsprechen, was Einheitlichkeit und Kohärenz des Systems stört. Es ist aber möglich, diese Eigenschaften zu erhalten, indem man ein Zeichen für die eine Kategorie von Turbomaschinen wählt (entweder für die Turbinen oder für die Pumpen und Verdichter) und dieses Zeichen für die andere Kategorie mit dem Exponenten  $-1$  versieht. Wird das einfache Zeichen für die Turbinen gewählt, so ergeben sich die sehr allgemeinen Beziehungen:

$$(25) \quad \varepsilon^p = \frac{e}{p} = \eta$$

$$(26) \quad \lambda^M = \frac{p \dot{M}}{\dot{E}} = \eta_i$$

Im Fall einer Turbine geben diese Beziehungen direkt den Stufenwirkungsgrad bzw. den inneren Wirkungsgrad der Maschine. Im Fall einer Pumpe oder eines Verdichters ergeben sie, in folgender Form geschrieben, ebenfalls diese Wirkungsgrade:

$$(27) \quad \varepsilon^{-p} = \frac{p}{e} = \eta^{-1}$$

$$(28) \quad \lambda^{-M} = \frac{\dot{E}}{p \dot{M}} = \eta_i^{-1}$$

Wie ersichtlich, erlaubt es diese Bezeichnungsweise, alle Doppelbeziehungen zu einer Gruppe zusammenzufassen, sofern diese zueinander reziproke Formen aufweisen, also je nachdem, ob es sich um eine Turbine oder eine Pumpe bzw. einen Kompressor handelt.

Auf Grund einer umfassenden Studie erweisen sich die Zeichen  $\varepsilon$  und  $\lambda$  als am logischsten. Indessen kann zusätzlich auch noch das hier allgemein übliche Zeichen  $\eta$  verwendet werden, zusammen mit der durch den Exponenten  $-1$  ermöglichten Verbesserung.

Wie bereits oben festgestellt, bestimmt die Übereinkunft für die Berechnung der auf die Masseneinheit bezogenen Nettoenergie  $p$  die Art des Wirkungsgrades. Je nachdem man eine polytrope, isentrope oder isotherme Zustandsänderung annimmt, erhält man *polytrope, isentrope oder isotherme Wirkungsgrade*.

### Beziehungen zwischen den Zahlen des selben Systems

Die Zahlen, die auf den Tabellen 4 und 5 im gleichen Bezugssystem stehen, sind voneinander nicht unabhängig. Infolge der Gleichungen (22) und (23) sind sie durch die Beziehungen verbunden:

$$(29) \quad \lambda^N = \varphi^N \varepsilon^N = \varkappa^N$$

$$(30) \quad \lambda^p = \varphi^p \varepsilon^p = \varkappa^p v^p$$

$$(31) \quad \lambda^T = \varphi^T \varepsilon^T = \varkappa^T v^T$$

$$(32) \quad \lambda^M = \varepsilon^M = \varkappa^M v^M$$

Tabelle 4. Dimensionslose Kennzahlen für Turbomaschinen

		$p =  p_{xcz}  =  gH $		$e =  e_i  =  \Delta h_{cz} - q $		$\dot{E} =  \dot{E}_i $		$s = \frac{S}{R^2}$		$c = \frac{C_z^2}{2T}$	
Bezugs- system	Zeichen		Definition		Verbindung						
	Stufe	Maschine	Stufe	Maschine	$N$	$p$	$T$	$\dot{M}$			
U N	$\psi^U$	$\psi^N$	$\frac{2p}{U^2}$	$\frac{2p}{R^2 N^2}$	$\psi^N$	$\frac{1}{(\nu^p)^2}$	$\frac{\psi^T}{(\nu^T)^2}$	$\frac{1}{(\nu^M \delta^M)^2}$			
	$\varphi^U$	$\varphi^N$	$\frac{\dot{M}}{\mu S U}$	$\frac{\dot{M}}{\mu s R^3 N}$	$\varphi^N$	$\frac{\varphi^p}{\nu^p}$	$\frac{\varphi^T}{\nu^T}$	$\frac{1}{\nu^M (\delta^M)^3}$			
	$\tau^U$	$\tau^N$	$\frac{2cT}{U^2}$	$\frac{2cT}{R^2 N^2}$	$\tau^N$	$\frac{\tau^p}{(\nu^p)^2}$	$\frac{1}{(\nu^T)^2}$	$\frac{\tau^M}{(\nu^M \delta^M)^2}$			
	$\varepsilon^U$	$\varepsilon^N$	$\frac{2e}{U^2}$	$\frac{2e}{R^2 N^2}$	$\varepsilon^N$	$\frac{\varepsilon^p}{(\nu^p)^2}$	$\frac{\varepsilon^T}{(\nu^T)^2}$	$\frac{\varepsilon^M}{(\nu^M \delta^M)^2}$			
	$\lambda^U$	$\lambda^N$	$\frac{2\dot{E}}{\mu S U^3}$	$\frac{2\dot{E}}{\mu s R^5 N^3}$	$\lambda^N$	$\frac{\lambda^p}{(\nu^p)^3}$	$\frac{\lambda^T}{(\nu^T)^3}$	$\frac{\lambda^M}{(\nu^M)^3 (\delta^M)^5}$			
		$\varkappa^N$	$\frac{2K}{\mu s R^5 N^2}$	$\varkappa^N$	$\frac{\varkappa^p}{(\nu^p)^2}$	$\frac{\varkappa^T}{(\nu^T)^2}$	$\frac{\varkappa^M}{(\nu^M)^2 (\delta^M)^5}$				
p	$\nu^p$	$\nu^p$	$\frac{U}{(2p)^{1/2}}$	$\frac{RN}{(2p)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\psi^N)^{1/2}}$	$\nu^p$	$\frac{\nu^T}{(\psi^T)^{1/2}}$	$\nu^M \delta^M$			
	$\varphi^p$	$\varphi^p$	$\frac{\dot{M}}{\mu S (2p)^{1/2}}$	$\frac{\dot{M}}{\mu s R^2 (2p)^{1/2}}$	$\frac{\varphi^N}{(\psi^N)^{1/2}}$	$\varphi^p$	$\frac{\varphi^T}{(\psi^T)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\delta^M)^2}$			
	$\tau^p$	$\tau^p$	$\frac{cT}{p}$	$\frac{cT}{p}$	$\frac{\tau^N}{\psi^N}$	$\tau^p$	$\frac{1}{\psi^T}$	$\tau^M$			
	$\varepsilon^p (\eta)$	$\varepsilon^p$	$\frac{e}{p}$	$\frac{e}{p}$	$\frac{\varepsilon^N}{\psi^N}$	$\varepsilon^p$	$\frac{\varepsilon^T}{\psi^T}$	$\varepsilon^M$			
	$\lambda^p$	$\lambda^p$	$\frac{2\dot{E}}{\mu S (2p)^{3/2}}$	$\frac{2\dot{E}}{\mu s R^2 (2p)^{3/2}}$	$\frac{\lambda^N}{(\psi^N)^{3/2}}$	$\lambda^p$	$\frac{\lambda^T}{(\psi^T)^{3/2}}$	$\frac{\lambda^M}{(\delta^M)^2}$			
		$\varkappa^p$	$\frac{K}{\mu s R^3 p}$	$\frac{\varkappa^N}{\psi^N}$	$\varkappa^p$	$\frac{\varkappa^T}{\psi^T}$	$\frac{\varkappa^M}{(\delta^M)^3}$				
T	$\nu^T$	$\nu^T$	$\frac{U}{(2cT)^{1/2}}$	$\frac{RN}{(2cT)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\tau^N)^{1/2}}$	$\frac{\nu^p}{(\tau^p)^{1/2}}$	$\nu^T$	$\frac{\nu^M \delta^M}{(\tau^M)^{1/2}}$			
	$\psi^T$	$\psi^T$	$\frac{p}{cT}$	$\frac{p}{cT}$	$\frac{\psi^N}{\tau^N}$	$\frac{1}{\tau^p}$	$\psi^T$	$\frac{1}{\tau^M}$			
	$\varphi^T$	$\varphi^T$	$\frac{\dot{M}}{\mu S (2cT)^{1/2}}$	$\frac{\dot{M}}{\mu s R^2 (2cT)^{1/2}}$	$\frac{\varphi^N}{(\tau^N)^{1/2}}$	$\frac{\varphi^p}{(\tau^p)^{1/2}}$	$\varphi^T$	$\frac{1}{(\delta^M)^2 (\tau^M)^{1/2}}$			
	$\varepsilon^T$	$\varepsilon^T$	$\frac{e}{cT}$	$\frac{e}{cT}$	$\frac{\varepsilon^N}{\tau^N}$	$\frac{\varepsilon^p}{\tau^p}$	$\varepsilon^T$	$\frac{\varepsilon^M}{\tau^M}$			
	$\lambda^T$	$\lambda^T$	$\frac{2\dot{E}}{\mu S (2cT)^{3/2}}$	$\frac{2\dot{E}}{\mu s R^2 (2cT)^{3/2}}$	$\frac{\lambda^N}{(\tau^N)^{3/2}}$	$\frac{\lambda^p}{(\tau^p)^{3/2}}$	$\lambda^T$	$\frac{\lambda^M}{(\delta^M)^2 (\tau^M)^{3/2}}$			
		$\varkappa^T$	$\frac{K}{\mu s R^3 cT}$	$\frac{\varkappa^N}{\tau^N}$	$\frac{\varkappa^p}{\tau^p}$	$\varkappa^T$	$\frac{\varkappa^M}{(\delta^M)^3 \tau^M}$				
$\dot{M}$		$\delta^M$		$\frac{\mu^{1/2} s^{1/2} R (2p)^{1/4}}{\dot{M}^{1/2}}$	$\frac{(\psi^N)^{1/4}}{(\varphi^N)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\varphi^p)^{1/2}}$	$\frac{(\psi^T)^{1/4}}{(\varphi^T)^{1/2}}$	$\delta^M$			
		$\nu^M$		$\frac{N \dot{M}^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2p)^{3/4}}$	$\frac{(\varphi^N)^{1/2}}{(\psi^N)^{3/4}}$	$\nu^p (\varphi^p)^{1/2}$	$\frac{\nu^T (\varphi^T)^{1/2}}{(\psi^T)^{3/4}}$	$\nu^M$			
		$\lambda^M (\eta_i)$		$\frac{\dot{E}}{p \dot{M}}$	$\frac{\lambda^N}{\psi^N \varphi^N}$	$\frac{\lambda^p}{\varphi^p}$	$\frac{\lambda^T}{\psi^T \varphi^T}$	$\lambda^M$			
		$\varkappa^M$		$\frac{2 \mu^{1/2} s^{1/2} K}{(2p)^{1/4} \dot{M}^{3/2}}$	$\frac{\varkappa^N}{(\psi^N)^{1/4} (\varphi^N)^{3/2}}$	$\frac{\varkappa^p}{(\varphi^p)^{3/2}}$	$\frac{\varkappa^T}{(\psi^T)^{1/4} (\varphi^T)^{3/2}}$	$\varkappa^M$			
$\dot{E}$		$\nu^E$	$\frac{N (2\dot{E})^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2p)^{5/4}}$	$\frac{(\lambda^N)^{1/2}}{(\psi^N)^{5/4}}$	$\nu^p (\lambda^p)^{1/2}$	$\frac{\nu^T (\lambda^T)^{1/2}}{(\psi^T)^{5/4}}$	$\nu^M (\lambda^M)^{1/2}$				

Tabelle 5. Dimensionslose Kennzahlen für hydraulische Turbomaschinen

$p =  p_{cz}  =  gH $		$e =  e_i  =  \Delta h_{cz} - q $		$\dot{E} =  \dot{E}_i $		$s = \frac{S}{R^2}$	
Bezugs-system	Zeichen		Definition		Verbindung		
	Stufe	Maschine	Stufe	Maschine	$N$	$p$	$\dot{M}$
$U$ $N$	$\psi^U$	$\psi^N$	$\frac{2p}{U^2}$	$\frac{2p}{R^2 N^2}$	$\psi^N$	$\frac{1}{(\nu p)^2}$	$\frac{1}{(\nu^M \delta^M)^2}$
	$\varphi^U$	$\varphi^N$	$\frac{\dot{M}}{\mu S U}$	$\frac{\dot{M}}{\mu s R^3 N}$	$\varphi^N$	$\frac{\varphi^p}{\nu^p}$	$\frac{1}{\nu^M (\delta^M)^3}$
	$\varepsilon^U$	$\varepsilon^N$	$\frac{2e}{U^2}$	$\frac{2e}{R^2 N^2}$	$\varepsilon^N$	$\frac{\varepsilon^p}{(\nu p)^2}$	$\frac{\varepsilon^M}{(\nu^M \delta^M)^2}$
	$\lambda^U$	$\lambda^N$	$\frac{2\dot{E}}{\mu S U^3}$	$\frac{2\dot{E}}{\mu s R^5 N^3}$	$\lambda^N$	$\frac{\lambda^p}{(\nu p)^3}$	$\frac{\lambda^M}{(\nu^M)^3 (\delta^M)^5}$
		$\varkappa^N$	$\frac{2K}{\mu s R^5 N^2}$	$\varkappa^N$	$\frac{\varkappa^p}{(\nu p)^2}$	$\frac{\varkappa^M}{(\nu^M)^2 (\delta^M)^5}$	
$P$	$\nu^p$	$\nu^p$	$\frac{U}{(2p)^{1/2}}$	$\frac{RN}{(2p)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\psi^N)^{1/2}}$	$\nu^p$	$\nu^M \delta^M$
	$\varphi^p$	$\varphi^p$	$\frac{\dot{M}}{\mu S (2p)^{1/2}}$	$\frac{\dot{M}}{\mu s R^2 (2p)^{1/2}}$	$\frac{\varphi^N}{(\psi^N)^{1/2}}$	$\varphi^p$	$\frac{1}{(\delta^M)^2}$
	$\varepsilon^p (\eta)$	$\varepsilon^p$	$\frac{e}{p}$	$\frac{e}{p}$	$\frac{\varepsilon^N}{\psi^N}$	$\varepsilon^p$	$\varepsilon^M$
	$\lambda^p$	$\lambda^p$	$\frac{2\dot{E}}{\mu S (2p)^{3/2}}$	$\frac{2\dot{E}}{\mu s R^2 (2p)^{3/2}}$	$\frac{\lambda^N}{(\psi^N)^{3/2}}$	$\lambda^p$	$\frac{\lambda^M}{(\delta^M)^2}$
		$\varkappa^p$	$\frac{K}{\mu s R^3 p}$	$\frac{\varkappa^N}{\psi^N}$	$\varkappa^p$	$\frac{\varkappa^M}{(\delta^M)^3}$	
$\dot{M}$		$\delta^M$		$\frac{\mu^{1/2} s^{1/2} R (2p)^{1/4}}{\dot{M}^{1/2}}$	$\frac{(\psi^N)^{1/4}}{(\varphi^N)^{1/2}}$	$\frac{1}{(\varphi^p)^{1/2}}$	$\delta^M$
		$\nu^M$		$\frac{N \dot{M}^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2p)^{3/4}}$	$\frac{(\varphi^N)^{1/2}}{(\psi^N)^{3/4}}$	$\nu^p (\varphi^p)^{1/2}$	$\nu^M$
		$\lambda^M (\eta_i)$		$\frac{\dot{E}}{p \dot{M}}$	$\frac{\lambda^N}{\psi^N \varphi^N}$	$\frac{\lambda^p}{\varphi^p}$	$\lambda^M$
		$\varkappa^M$		$\frac{2 \mu^{1/2} s^{1/2} K}{(2p)^{1/4} \dot{M}^{3/2}}$	$\frac{\varkappa^N}{(\psi^N)^{1/4} (\varphi^N)^{3/2}}$	$\frac{\varkappa^p}{(\varphi^p)^{3/2}}$	$\varkappa^M$
$\dot{E}$		$\nu^E$		$\frac{N (2\dot{E})^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2p)^{5/4}}$	$\frac{(\lambda^N)^{1/2}}{(\psi^N)^{5/4}}$	$\nu^p (\lambda^p)^{1/2}$	$\nu^M (\lambda^M)^{1/2}$

**Verbindende Beziehungen**

Alle Beziehungen in den Tabellen 4 und 5 betreffen die Zusammenhänge zwischen den Kennzahlen einer Maschine. Diejenigen für eine Stufe sind entsprechend. Um sie zu finden, genügt es, die Geschwindigkeitszahl  $\nu$  durch die Geschwindigkeitszahl  $v$  und den Exponenten  $N$  durch den Exponenten  $U$  zu ersetzen.

**Beziehungen mit den äusseren Grössen**

Wenn man eine ganze Turbomaschine ins Auge fasst und die Regeln der Ähnlichkeit anwendet, so ist nicht ausser acht zu lassen, dass man strenggenommen den inneren Massenfluss  $\dot{M}$  in der Schaufelung, die innere Leistung  $\dot{E}$ , die zwischen Strömung und Schaufelung übertragen wird, und das entsprechende innere Moment  $K$  einzusetzen hat. Geht man vom äusseren Massenfluss  $\dot{M}_e$  im Eintrittsstutzen der Turbine bzw. Austrittsstutzen der Pumpe oder des Verdichters, von der äusseren Leistung  $\dot{E}_e$  und vom äusseren Moment  $K_e$  aus, so hat man zunächst die Grössen  $\dot{M}$ ,  $\dot{E}$  und  $K$  durch folgende Beziehungen zu ermitteln:

$$(33) \quad \dot{M} = \eta_a \dot{M}_e$$

$$(34) \quad \dot{E} = \frac{\dot{E}_e}{\eta_m}$$

$$(35) \quad K = \frac{K_e}{\eta_m}$$

Darin bedeuten:

$\eta_a$  den *Wirkungsgrad in bezug auf den Massenfluss*, das heisst einen Koeffizienten, der den äusseren Verlustmengen (Ausgleichskolben, Wellendichtungen, Labyrinth usw.) Rechnung trägt, ferner

$\eta_m$  den *mechanischen Wirkungsgrad*, das heisst einen Koeffizienten, der den mechanischen Verlusten (Reibungsleistung in den Lagern, Leistung für die Hilfsantriebe) Rechnung trägt.

Zahlenmässig gelten stets folgende Ungleichungen:

— Für eine Turbine:

$$\eta_a \leq 1 \quad \eta_m \leq 1$$

— Für eine Pumpe oder einen Verdichter:



$$\eta_a^{-1} \leq 1$$

$$\eta_m^{-1} \leq 1$$

Das Gleichheitszeichen entspräche dem theoretischen Grenzfall, wo die äusseren Verlustmengen oder die mechanischen Verluste zu Null würden. Die Werte für  $\eta_a$  und  $\eta_m$  müssen besonders betrachtet werden, indem man die für die äusseren Verlustmengen und für die mechanischen Verluste geltenden Ähnlichkeitsgesetze berücksichtigt. Anschliessend gelangt man mittels der Beziehungen (33), (34) und (35) wieder zu den Grössen  $\dot{M}_e$ ,  $\dot{E}_e$  und  $K_e$  zurück.

#### Ausdehnung der Ähnlichkeit

Was die ganze Maschine anbelangt, so benützt man häufig die Ähnlichkeitsgesetze für erste Näherungsrechnungen. Der Einfachheit halber empfiehlt es sich, die äusseren Verlustmengen und die mechanischen Verluste in die vorliegenden Ähnlichkeitsbetrachtungen einzubeziehen, das heisst anzunehmen, dass beide denselben Ähnlichkeitsgesetzen gehorchen wie der Hauptstrom. Diese Hypothese gibt im allgemeinen eine befriedigende Näherung, da die äusseren Verlustmengen gegenüber dem innern Massenfluss  $\dot{M}$  und die mechanischen Verluste gegenüber der inneren Leistung  $\dot{E}$  gering sind. In diesem Fall genügt es, die inneren Grössen  $\dot{M}$ ,  $\dot{E}$ ,  $K$  durch die äusseren Grössen  $\dot{M}_e$ ,  $\dot{E}_e$  und  $K_e$  zu ersetzen, und zwar in allen Definitionen in der Kolonne «Maschine» der Tabellen 4 und 5. Entsprechend werden die inneren Wirkungsgrade  $\eta_i$  durch die äusseren Wirkungsgrade  $\eta_e$  ersetzt.

Immerhin ist es vorteilhaft, der inneren Arbeit pro Masseneinheit  $e$  ihre Bedeutung zu belassen, das heisst sich daran zu erinnern, dass sie auf 1 kg des inneren Massenflusses  $\dot{M}$  bezogen ist. Unter diesen Bedingungen gelten folgende Beziehungen:

$$(36) \quad \eta_i = \frac{e}{p}$$

$$(37) \quad \eta_e = \frac{\dot{E}_e}{p \dot{M}_e}$$

Ausserdem ergeben die Beziehungen (29) bis (32) infolge der Definitionen (33) und (34) für die Wirkungsgrade  $\eta_a$  und  $\eta_m$ :

$$(38) \quad \lambda^N = \eta_a \eta_m \varphi^N \varepsilon^N = \varepsilon^N$$

$$(39) \quad \lambda^p = \eta_a \eta_m \varphi^p \varepsilon^p = \varepsilon^p$$

$$(40) \quad \lambda^T = \eta_a \eta_m \varphi^T \varepsilon^T = \varepsilon^T$$

$$(41) \quad \lambda^M = \eta_a \eta_m \quad \varepsilon^M = \varepsilon^M$$

Diese Beziehungen veranschaulichen den Einfluss der äusseren Verlustmengen und der mechanischen Verluste auf die Ausbeute einer Turbomaschine. Im besondern zeigt die Beziehung (41) den Einfluss dieser Grössen auf den Wirkungsgrad. In der Tat kann man sie mit den oben angegebenen Bezeichnungen folgendermassen schreiben:

$$(42) \quad \eta_e = \eta_a \eta_m \eta_i$$

Für die Turbine gibt Gleichung (42) direkt den Zusammenhang zwischen dem Schaufelungswirkungsgrad und dem äusseren Wirkungsgrad der Maschine. Für die Pumpe bzw. den Verdichter gibt sie ebenfalls diesen Zusammenhang, wenn man sie wie folgt ausdrückt:

$$(43) \quad \eta_e^{-1} = \eta_a^{-1} \eta_m^{-1} \eta_i^{-1}$$

#### Anmerkung zur Erdbeschleunigung und zur Zähigkeit

Der Einfluss des Schwerfeldes ist in den dargelegten Betrachtungen über die Ähnlichkeit nicht enthalten. Demnach soll grundsätzlich die Erdbeschleunigung in den vorstehenden Beziehungen nicht auftreten. Immerhin wurde der Ausdruck  $g \Delta Z$  für die potentielle Energie in Gleichung (11) belassen, um die Energiebilanz der Maschine zu befriedigen, wobei wohlgermerkt  $g$  die wirkliche Beschleunigung am betrachteten Ort und nicht eine Bezugsbeschleunigung  $g_0$  bedeutet. Das läuft auf die Annahme hinaus, dass die Energie der Lage  $g \Delta Z$  in die vorliegenden Ähnlichkeitsbetrachtungen eingeschlossen ist. Die erhaltene Annäherung ist bei weitem genau genug, wenn der Höhenunterschied zwischen Ein- und Austritt der Turbomaschine gering ist und die Geschwindigkeiten hoch sind. Wenn der Einfluss des Schwerfeldes nicht vernachlässigbar ist, so hat man bekanntlich andere Ähnlichkeitsbetrachtungen anzustellen, die auf die Froudesche Zahl  $Fr$  führen.

Eine weitere wichtige Anmerkung betrifft die Zähigkeit. Ihr Einfluss ist in den hier angestellten Ähnlichkeitsbetrachtungen ebenfalls nicht enthalten. Das läuft auf die Annahme hinaus, dass die Abmessungen und die Geschwindigkeiten gross sind und dass die Zähigkeit klein ist. Trifft dies für die Zähigkeit nicht zu, so hat man wieder andere Ähnlichkeitsbetrachtungen anzustellen, die auf die Reynoldssche Zahl  $Re$  führen.

#### Der besondere Fall der Hydraulik

Die klassische Hydraulik nimmt im allgemeinen an, dass eine hydraulische Maschine von einem inkompressiblen Medium durchströmt wird. Es ist daher angezeigt, eine solche Maschine als einen Sonderfall einer Maschine mit kompressiblem Medium zu behandeln. In diesem Fall vereinfachen sich die Beziehungen, denn die Temperatur  $T$  spielt keine Rolle mehr, was alle Temperaturzahlen  $\tau$  und das Bezugssystem  $T$  ausschaltet. Damit geht die Tabelle 4 in die Tabelle 5 über.

#### Schlussfolgerungen

Es ist klar, dass die in den Tabellen 4 und 5 auftretenden Kennzahlen zahlreiche Analogien zu bekannten Kennzahlen aufweisen. Diese treten, was ihren Aufbau und die verwendeten Bezeichnungen betrifft, in der technischen Literatur in so zahlreichen Formen auf, dass es sehr mühsam und schwierig wäre, eine entsprechende Tabelle mit irgendeinem Anspruch auf Vollständigkeit aufzustellen. Wir verzichten hierauf und begnügen uns mit einigen allgemeinen Hinweisen:

1. Die rasche Entwicklung der modernen Technik macht zusammenfassende Arbeiten absolut unentbehrlich. Aus dieser Sicht scheint es unerlässlich, Kennzahlen einzuführen, deren numerischer Wert vom verwendeten Einheitensystem unabhängig ist. Diese wichtige Eigenschaft kann nur durch die Wahl dimensionsloser Kennzahlen verbunden mit der Verwendung kohärenter Einheiten eines gleichen Einheitensystems erhalten werden.
2. Das Entsprechende zur vorstehenden Anmerkung besteht darin, dass dort, wo der dimensionslose Charakter es erheischt, alle Kennzahlen die Grössen wie die Dichte  $\mu$  und die Grösse  $c$  (von der Dimension einer spezifischen Wärme) enthalten müssen, und zwar dies auch dann, wenn diese Werte im betrachteten Bereich als konstant angesehen werden. Dies ist das logischste Verfahren, um der Gesamtheit der Kennzahlen einen allgemeinen Charakter zu verleihen. So kann man mit den Ähnlichkeitsbetrachtungen von einer Maschine, die von einem bestimmten Medium durchströmt wird, auf eine andere schliessen, die entweder vom gleichen Medium unter andern thermodynamischen Bedingungen, oder von einem andern Medium durchströmt wird.
3. Es ist hervorzuheben, dass die Erdbeschleunigung  $g$  in den vorliegenden Betrachtungen gar nicht auftreten sollte. Die Feststellung, dass man in gewissen Ausdrücken  $gH$  brauchen müsse, ist irreführend. In Tat und Wahrheit erhält man durch die Multiplikation von  $H$  mit  $g$  nur wieder die Nettoenergie  $p$  pro Masseneinheit, die man unserer Meinung nach nie hätte durch  $g$  teilen dürfen [siehe Beziehung (20)]. Man macht damit bloss einen falschen Schritt rückgängig.
4. Es scheint verlockend, die Gesamtheit der Kennzahlen so festzulegen, dass alle verbindenden Beziehungen zwischen ihnen frei von numerischen Koeffizienten sind. Dies lässt sich tatsächlich verwirklichen dank der Einführung des Querschnitts  $s$  als Verhältniswert.
5. Die Verwendung des Querschnitts  $s$  als Verhältniswert gestattet es, in erster Näherung den Einfluss der Geometrie des Strömungsquerschnitts auf die Charakteristiken der Turbomaschine auszuschalten. In der Tat wird damit die mittlere Meridiangeschwindigkeit eingeführt [siehe Beziehung (3)] und so die Möglichkeit geboten, die Vorteile der Ähnlichkeitstheorie auf Maschinen auszuweiten, die geometrisch nicht streng ähnlich sind.
6. Was die sogenannte spezifische Drehzahl  $N_s$  anbelangt, so sollte man die folgenden Scheinprobleme ausschalten:
  - a) Die fallweise Definition einer Geschwindigkeitszahl mit Hilfe des volumetrischen Durchflusses  $\dot{V}$  oder der Leistung  $\dot{E}$  ist kein Problem. Es genügt in eindeutiger Weise zwei Geschwindigkeitszahlen zu definieren, einmal mit  $\dot{V}$  und einmal mit  $\dot{E}$ , und ihnen zwei verschiedene Bezeichnungen zuzuordnen. Aus dieser Sicht schlagen wir folgende Definitionen vor:

$$(44) \quad v^M = \frac{N \dot{M}^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2p)^{3/4}} = \frac{N \dot{V}^{1/2}}{s^{1/2} (2p)^{3/4}}$$

$$(45) \quad v^E = \frac{N (2 \dot{E})^{1/2}}{\mu^{1/2} s^{1/2} (2 p)^{5/4}}$$

Jeder kann nach Belieben die ihm zusagende Definition verwenden; der Gebrauch wird zeigen, welche am zweckmässigsten ist.

- b) Auch die fallweise Berechnung der *Geschwindigkeitszahl* im Punkt maximalen Wirkungsgrades oder in einem andern Punkt ist kein Problem. Es ist dies einfach eine Frage der numerischen Anwendung, die mit der Definition der Geschwindigkeitszahl selbst nichts zu tun hat. Diese Frage kann durch eine zusätzliche Übereinkunft oder durch die jeweilige Angabe des Punktes, für welchen die Geschwindigkeitszahl gerechnet worden ist, ersetzt werden.

\*

Die vorliegende Arbeit ist nur ein Vorschlag unter manchen anderen. Einesteils ist zu erwarten, dass eine einzelne Arbeit nicht allgemeine Zustimmung findet. Andernteils ist es augenscheinlich, dass die Annahme eines bestimmten Systems nicht einseitig erfolgen sollte. Wir glauben, dass ein endgültiges System nur auf internationaler Ebene ausgearbeitet werden kann, und zwar unter Mitwirkung von Spezialisten aus den verschiedenen Fachgebieten, die sich mit Turbomaschinen beschäftigen.

Zum Abschluss erwähnen wir, dass das oben vorgeschlagene System dimensionsloser Kennzahlen seit mehreren Jahren im Unterricht für Turbomaschinen an der Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne sowohl von Professor *Th. Bovet* für hydraulische Maschinen als auch vom Verfasser für thermische Maschinen angewendet wird. Desgleichen wird es seit einigen Jahren in gewissen Unternehmen, namentlich von den Ateliers de Constructions Mécaniques in Vevey gebraucht.

Wir fühlen uns der Direktion des letztgenannten Unternehmens für ihr Entgegenkommen bei der Veröffentlichung der vorliegenden Arbeit zu Dank verpflichtet und danken auch Ing. *Albert Frieder*, Winterthur, für die Übersetzung des vorliegenden Textes aus dem Französischen ins Deutsche.

#### Literatur

- [1] *A. Rateau*: Traité des turbo-machines. Dunod (1900).
- [2] *A. Stodola*: Dampf- und Gasturbinen. 6. Aufl. Berlin, Springer (1924).
- [3] *L. Bergeron*: Machines hydrauliques. Dunod (1928).
- [4] *C. Keller*: Axialgebläse vom Standpunkt der Tragflügeltheorie, Dissertation ETH Zürich. Leemann (1934).

- [5] *M. Sedille*: Les lois générales de similitude des turbomachines à fluides compressibles. «La technique moderne» 36 (1943) et 36 (1944).
- [6] *B. Eckert*: Dimensionslose Kenngrössen von Gebläsen und Verdichtern, «ATZ» 1944, S. 1-7.
- [7] *E. Hablützel*: La loi de similitude appliquée aux problèmes d'écoulement, son contrôle par l'essai et son utilisation en construction mécanique, «Revue Sulzer» (1947), No 1, p. 15-20.
- [8] *L. S. Dzung*: Grundbegriffe in der allgemeinen Theorie der Turbomaschinen für beliebige Strömungs-Medien, Rapport interne BBC. V 32-55. (1955).
- [9] *O. Cordier*: Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen, VDI-Berichte 3 (1955).
- [10] *H. Marcinowski*: Kennwerte für Strömungsmaschinen, VDI-Berichte Bd. 3 (1955), S. 133-137.
- [11] *L. Borel*: Essai de systématization de l'étude du réglage d'un groupe hydroélectrique. «Bulletin technique de la Suisse romande» No 7 (29 mars 1958).
- [12] *J. P. Dupont et C. Le Menestrel*: Fonctionnement d'une turbomachine axiale dans la zone d'inversion du signe de la puissance et de la chute, Communication et discussion. Symposium «Recherches sur les Turbines hydrauliques». Nice. (Septembre 1960).
- [13] *C. Keller*: Progrès de la recherche appliquée dans les turbomachines au cours des 15 dernières années, «Bulletin Escher Wyss» (1960).
- [14] *B. Eckert*: Axialkompressoren und Radialkompressoren, 2. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer (1961).
- [15] *L. Borel*: Propositions concernant la cavitation dans les pompes. Rapport à la Commission «Cavitation» de la Société hydrotechnique de France (18 décembre 1961).
- [16] *R. Vercellini*: Utilisation de grandeurs adimensionnelles pour la représentation des caractéristiques de turbines hydrauliques, Choix des dimensions de référence. «Schweiz. Bauzeitung» 80 (1962), H. 14, S. 233-237.
- [17] *V. A. Engel*: Das vollständige System dimensionsloser Kenngrössen der Ähnlichkeitsgesetze für Strömungsvorgänge und Wärmeübertragung, «VDI-Z.» 107 (1965), Nr. 15, S. 671-676 und Nr. 18, S. 793-797.
- [18] *W. Traupel*: Thermische Turbomaschinen, 2. Aufl. Berlin/Heidelberg/New York, Springer (1966).
- [19] *L. E. Jones*: A New Approach to Specific Speed. «Water Power» March 1966, S. 110-112.
- [20] *D. I. H. Barr*: Similarity Criteria for Turbo-Machines. «Water Power» (November 1966), S. 446-451.

Adresse des Verfassers: Prof. *Lucien Borel*, 1066 Epalinges (Vaud), Chemin Florimont.

## SIA-Normen 160, Art. 9, Belastung der Strassenbrücken

DK 389.6:624.21:625.745.1

Erweiterte Fassung des Vortrages von Prof. Dr. sc. techn. **Karl Hofacker** an der FGBH-Studientagung über Neuerungen in den Revisionsentwürfen der SIA-Normen 160, 161, 162, gehalten in Zürich am 14. Oktober 1966

Mit diesem Beitrag wird auf Wunsch der FGBH die Veröffentlichung ihrer Vortragsreihe 1966 (siehe SBZ 1966, H. 38, S. 679) abgeschlossen. Der Verfasser sah sich genötigt, die Fassung seines Vortrages entsprechend der Koordinierung des Textes mit jenen der Normen 161 und 162 zu erweitern. *Red.*

Vor dem ersten Weltkrieg herrschte auf den Strassen ein bescheidener Verkehr von Pferdefuhrwerken, weshalb die ersten eidgenössischen Verordnungen für die Belastung der Strassenbrücken in übersichtlicher Weise wie folgt lauteten:

### I. Verordnung vom 19. August 1892

Hauptstrassen in Verkehrszentren:  $p = 450 \text{ kg/m}^2$  oder ein Lastwagen von 20 t (Achslasten 10 + 10 t, Achsabstand 4,0 m).

Nebenstrassen in Verkehrszentren und Staatsstrassen, sowie wichtigere Gemeindestrassen ausserhalb derselben:  $p = 350 \text{ kg/m}^2$  oder ein Wagen von 12 t (Achslasten 6 + 6 t, Achsabstand 3,0 m).

Übrige öffentliche Strassen und Wege:  $p = 250 \text{ kg/m}^2$  oder ein Wagen von 6 t (Achslasten 3 + 3 t, Achsabstand 2,4 m).

Alle Lasten ohne Stosszuschlag.

### II. Verordnung vom 7. Juni 1913

Hauptstrassen:  $p = 500 \text{ kg/m}^2$  oder ein Lastwagen von 22 t (Achslasten 10 + 12 t, Achsabstand 4,0 m) oder eine Strassenwalze von 18 t (Vorderrad 8 t, Hinterräder  $2 \times 5 \text{ t}$ , Achsabstand 3,0 m).

Wichtige Nebenstrassen:  $p = 400 \text{ kg/m}^2$  oder ein Lastwagen von

14 t (Achslasten 6 + 8 t, Achsabstand 3,0 m) oder eine Strassenwalze von 18 t, wie oben.

Übrige Strassen und Wege:  $p = 300 \text{ kg/m}^2$  oder ein Wagen von 7 t (Achslasten 3 + 4 t, Achsabstand 2,4 m).

Alle Lasten ohne Stosszuschlag.

Nach dem ersten Weltkrieg setzte ein erster starker Anstieg des Strassenverkehrs ein, weshalb anfangs der dreissiger Jahre neue Normen ausgearbeitet und 1935 in Kraft gesetzt wurden.

### III. SIA-Normen Nr. 112 vom 26. Januar 1935

*Brücken für den Verkehr schwerer Lastwagen (Art. 9).*

Der Berechnung sind die folgenden, gleichzeitig in ungünstigster Weise wirkenden Belastungen zugrunde zu legen:

- a) der Fahrbahn mit einem bzw. für Breiten von 5 m und mehr mit zwei durch Lastwagen von je 13 t Gesamtgewicht beanspruchten Streifen von je 2,50 m Breite. Länge der Lastwagen je 9,00 m, Achsabstände der 3 + 10 t Lasten je 4,50 m. Vor und hinter den Lastwagen ist mit einer gleichmässig verteilten Ersatzlast  $p_e = 500 - 2 \times l$  für Wagenkolonnen zu rechnen.  $l$  bedeutet die Stützweite in m.
- b) des restlichen, von Lastwagen nicht beanspruchten Teiles der Fahrbahn und der Gehwege mit einer gleichmässig verteilten Belastung nach folgenden Angaben:

Für die Berechnung der Einzelteile der Fahrbahn und der Gehwege ist die verteilte Belastung  $p = 500 \text{ kg/m}^2$  anzunehmen.

Für die Berechnung der Hauptträger ist die auf den Gehwegen und auf der Fahrbahn ausserhalb der durch Lastwagen beanspruchten