

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 95 (1977)
Heft: 26

Artikel: Berechnung vorgespannter Stützen nach RL35, Norm SIA 162
Autor: Menn, Christian
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-73412>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Berechnung vorgespannter Stützen nach RL 35, Norm SIA 162

Von Christian Menn, Zürich

Bei Stützen mit relativ kleiner Normalkraft und grosser Biegung (Beanspruchung im unteren Bereich des M-N-Interaktionsdiagramms, d.h. Bruch bei Stahlfließen auf der Zugseite) kann eine zweckmässig gewählte Vorspannung wirtschaftlich sein. Die vorteilhafte Wirkung der Vorspannung besteht vor allem in der Erhöhung der Querschnittsbiegesteifigkeit und in der Möglichkeit, die Stützenverformung infolge exzentrischer Belastung durch im Querschnitt unsymmetrisch angeordnete Vorspannung günstig zu beeinflussen.

Grundsätzlich ist bei schlanken, vorgespannten Stützen zu beachten, dass die Normalkraft infolge Vorspannung keine Zusatzmomente nach der Theorie 2. Ordnung zur Folge hat; die Verformung der Stützenachse bei einer im Querschnitt unsymmetrisch angeordneten Vorspannung ist dagegen bei der Schnittkraftermittlung zu berücksichtigen.

Bruchwiderstand eines schlaff bewehrten Stützenquerschnittes

Die Berechnung des Bruchwiderstandes eines schlaff bewehrten Stützenquerschnittes ist aus Bild 1 ersichtlich.

Da der Querschnittswiderstand praktisch erschöpft ist, wenn die Stahlflussdehnung auf der Zug- oder auf der Druckseite erreicht ist, [1], ergibt sich bei einem beliebig angenommenen Dehnungszustand:

Die Bruch-Normalkraft

$$(1) \quad N_r = Z_e - D_b - D_e,$$

und das Bruch-Moment

$$(2) \quad M_r = Z_e \cdot a_e + D_b \cdot a_b + D_e \cdot a_e'.$$

Mit

$$(3) \quad Z_e = F_e \cdot \sigma_e(\varepsilon_e),$$

$$(4) \quad D_e = -F_e' \cdot \sigma_e(\varepsilon_e'),$$

folgt:

$$(5) \quad N_r = F_e \cdot \sigma_e(\varepsilon_e) - D_b + F_e' \cdot \sigma_e(\varepsilon_e'),$$

$$(6) \quad M_r = F_e \cdot \sigma_e(\varepsilon_e) \cdot a_e + D_b \cdot a_b - F_e' \cdot \sigma_e(\varepsilon_e') \cdot a_e'.$$

(Dehnungen positiv, Stauchungen negativ)

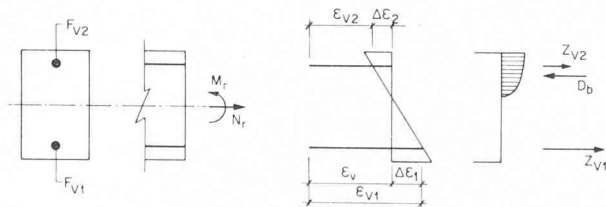


Bild 1. Bruchschnittkräfte eines schlaff bewehrten Stützenquerschnittes

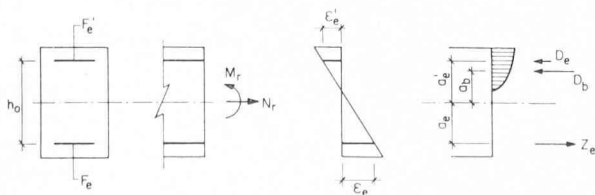


Bild 2. Bruchschnittkräfte eines vorgespannten Stützenquerschnittes

Bruchwiderstand eines vorgespannten Stützenquerschnittes

Der Bruchwiderstand eines vorgespannten Stützenquerschnittes lässt sich unter Berücksichtigung der Vordehnung und des effektiven Spannungs-Dehnungs-Verhaltens des Spannstahls analog wie bei schlaff bewehrten Querschnitten ermitteln [2] (Bild 2).

Die Bruch-Normalkraft beträgt

$$(7) \quad N_r = Z_{V1} + Z_{V2} - D_b,$$

und das zugehörige Bruch-Moment

$$(8) \quad M_r = Z_{V1} \cdot a_1 + D_b \cdot a_b - Z_{V2} \cdot a_2.$$

Mit

$$(9) \quad Z_{V1} = F_{V1} \cdot \sigma(\varepsilon_v + \Delta\varepsilon_1) = V_1 + \Delta Z_{V1},$$

$$(10) \quad Z_{V2} = F_{V2} \cdot \sigma(\varepsilon_v + \Delta\varepsilon_2) = V_2 + \Delta Z_{V2},$$

folgt:

$$(11) \quad N_r = V_1 + V_2 + \Delta Z_{V1} - D_b + \Delta Z_{V2},$$

$$(12) \quad M_r = V_1 \cdot a_1 - V_2 \cdot a_2 + \Delta Z_{V1} \cdot a_1 + D_b \cdot a_b - \Delta Z_{V2} \cdot a_2.$$

Im Beanspruchungsbereich «Bruch bei Stahlfließen auf der Zugseite» ist die Tragfähigkeit eines vorgespannten Querschnittes nahezu unabhängig von der Vordehnung des Spannstahls. Die Sekanten-Biegesteifigkeit beim Bruch ($EI_f = |M_r \cdot \rho_r|$) ist somit nur eine Funktion des Krümmungsradius ρ_r , der indirekt proportional zu den Zusatzdehnungen $\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_2$ ist. Wenn die Vorspannung in Kombination mit schlaffer Bewehrung verwendet wird, ist es deshalb im Hinblick auf eine möglichst grosse Sekanten-Biegesteifigkeit zweckmässig, die Spannstahlvordehnung ε_v so zu wählen, dass der Spannstahl und die schlaffe Bewehrung auf der Zugseite praktisch gleichzeitig die Fließdehnung erreichen.

Unter dieser Voraussetzung und der Annahme eines idealisierten Spannungs-Dehnungs-Diagrammes für Spannstahl gemäss Bild 3, lässt sich das Interaktionsdiagramm für den Bruchwiderstand vorgespannter Querschnitte auf das schlaff bewehrte Querschnitte zurückführen.

In den Gleichungen (11) und (12) kann, bei entsprechender Lage der Bewehrungsquerschnitte, ΔZ_{V1} durch $F_{V1} \cdot \sigma_e(\varepsilon_e)$ und ΔZ_{V2} durch $F_{V2} \cdot \sigma_e(\varepsilon_e')$ ersetzt werden, d.h. der Spannstahl wird in seinen Zusatzdehnungen gleich berücksichtigt wie die schlaffe Bewehrung. Die Interaktionsdiagramme des vorgespannten und nicht vorgespannten Querschnittes unterscheiden sich unter den in Bild 3 gemachten Voraussetzungen somit nur durch die Koordinatentransformation $V = V_1 + V_2$ bzw. $V \cdot e = V_1 \cdot a_1 - V_2 \cdot a_2$ (Bild 4).

Reduzierter Bruchwiderstand

Es ist üblich, den reduzierten Bruchwiderstand $\bar{W}_r$ aus dem rechnerischen Bruchwiderstand W_r durch Abminderung um den Querschnittsfaktor $s_Q = 1,3$ zu ermitteln:

$$(13) \quad \bar{W}_r = \frac{W_r}{s_Q} = \frac{W_r}{1,3}.$$

Damit ergeben sich bei einem vorgespannten Querschnitt die reduzierten Bruchschnittkräfte

$$(14) \quad \bar{N}_r = \frac{1}{1,3} (V_1 + V_2 + \Delta Z_{V1} - D_b + \Delta Z_{V2}),$$

$$(15) \quad \bar{M}_r = \frac{1}{1,3} (V_1 \cdot a_1 - V_2 \cdot a_2 + \Delta Z_{V1} \cdot a_1 + D_b \cdot a_b - \Delta Z_{V2} \cdot a_2).$$

Die Verschiebung des Koordinatenursprungs wird somit ebenfalls um den Querschnittsfaktor 1,3 abgemindert. Je nach Beanspruchungsbereich wird damit aber die Querschnittstragfähigkeit zu günstig beurteilt. Aus sicherheitstheoretischen Überlegungen wäre deshalb folgende Ermittlung des reduzierten Bruchwiderstandes sinnvoller:

$$(16) \quad \bar{N}_r = \frac{V_1}{s_V} + \frac{V_2}{s_V} + \frac{1}{1,3} (\Delta Z_{V1} - D_b + \Delta Z_{V2}),$$

$$(17) \quad \bar{M}_r = \frac{V_1 \cdot a_1}{s_V} - \frac{V_2 \cdot a_2}{s_V} + \frac{1}{1,3} (\Delta Z_{V1} \cdot a_1 + D_b \cdot a_b - \Delta Z_{V2} \cdot a_2),$$

mit $1,3 \geq s_V \geq 1,0$, wobei s_V bezüglich V_1 und V_2 so zu bestimmen ist, dass der Querschnittswiderstand minimal wird. In den Bildern 5a und 5b ist der reduzierte Querschnittswiderstand nach den Formeln (14, 15) und (16, 17) dargestellt. Der Spannstahlquerschnitt wurde so festgelegt, dass die zentrische Betonspannung infolge $V_1 + V_2$ 41 kg/cm² beträgt. Bild 5a zeigt den reduzierten Querschnittswiderstand bezogen auf den verschobenen Koordinatenursprung. In Bild 5b sind die entsprechenden Kurven in einem gemeinsamen Koordinatensystem eingezeichnet.

Der Variationsbereich von s_V wäre allerdings aufgrund eingehender, sicherheitstheoretischer Untersuchungen noch genauer abzuklären; im vorliegenden Fall entspricht er der Normenvorschrift für günstig wirkende Kräfte.

Ermittlung der Sekantensteifigkeit EI_f

Die Sekantensteifigkeit im Bruchzustand EI_f wird auf dem Normalkraftniveau N' aus den zugehörigen Werten M_r und ρ_r ermittelt.

$$(18) \quad EI_f = |M_r \cdot \rho_r|$$

Wird bei vorgespannten Querschnitten die Darstellung von M_r, N_r gemäss Bild 5a verwendet, ist in N' auch die Normalkraft infolge Vorspannung enthalten

$$(19) \quad N' = \frac{V_1}{s_V} + \frac{V_2}{s_V} + s_L \cdot N_0,$$

wobei mit N_0 die Normalkraft infolge äusserer Last und mit s_L der Lastsicherheitsfaktor bezeichnet wird. Sofern keine genaueren Untersuchungen durchgeführt werden, ist es im Hinblick auf eine Vereinfachung und sichere Bemessung zweckmässig, die Sekantensteifigkeit auf dem tiefsten Normalkraftniveau

$$(20) \quad N' = \frac{V}{1,3} + s_L \cdot N_0$$

zu ermitteln.

Bei der Bemessung wird die Stützenverformung zur Ermittlung der Momente 2. Ordnung mit der abgeminderten Steifigkeit EI_f bestimmt

$$(21) \quad \bar{EI}_f = \frac{EI_f}{s_Q} = \frac{EI_f}{1,3}.$$

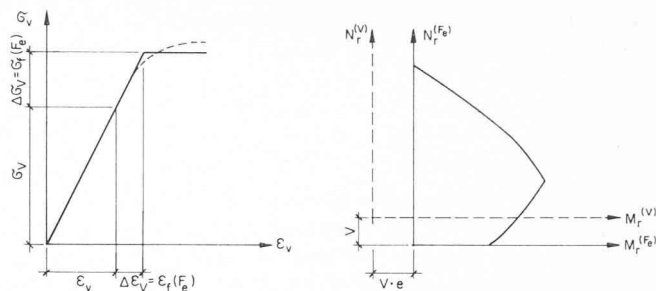


Bild 3 (links). Idealisiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Spannstahl

Bild 4 (rechts). M_r - N_r -Interaktionsdiagramm

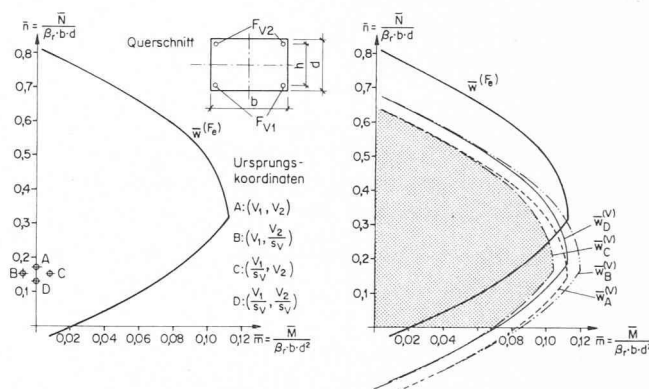


Bild 5. Interaktionsdiagramm m - n

Berechnung der Stützenverformungen

In der Verformungsberechnung nach der Theorie 2. Ordnung dürfen die Stützensausbiegungen infolge der Langzeitlast G und der Kurzzeitlast P nicht unabhängig voneinander berechnet und superponiert werden, da G beim Aufbringen der Kurzzeitlast zusätzliche Verformungen 2. Ordnung verursacht. Andererseits wäre es auch falsch, zuerst die Auslenkung 2. Ordnung infolge G zu berechnen und anschliessend bei der Ermittlung der Verformungen infolge Kurzzeitlast die Gesamtlast ($G + P$) zu berücksichtigen.

Damit G und P gemeinsam als Kurzzeitlast in Rechnung gestellt werden dürfen, muss zunächst die von G verursachte Kriechverformung 2. Ordnung (w_k) bestimmt werden. Mit w_k als «Vorverformung» lässt sich dann die effektive Stützensausbiegung $w(G)$ mit G als Kurzzeitlast berechnen

$$(22) \quad w(G) = \tilde{w}_{10} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_G}{N_{E\infty}}} = (\tilde{w}_{10} + w_k) \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_G}{N_E}}.$$

Daraus folgt

$$(23) \quad w_k = \tilde{w}_{10} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_G}{N_{E\infty}}} \cdot N_G \cdot \left(\frac{1}{N_{E\infty}} - \frac{1}{N_E} \right).$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI_f}{l_k^2}, \quad N_{E\infty} = \frac{\pi^2 \cdot EI_{f\infty}}{l_k^2}$$

EI_f ermittelt mit $\sigma_b = \sigma_b(\varepsilon_b)$

$EI_{f\infty}$ ermittelt mit $\sigma_b = \sigma_b(\varepsilon_b / 1 + \varphi)$

w_{10} besteht aus der ungewollten Vorverformung w_u sowie der elastischen Ausbiegung 1. Ordnung $w_{10, el}$ und der Kriechverformung 1. Ordnung $w_{10, k} = \varphi \cdot w_{10, el}$ infolge aller Dauerlasten (Eigengewicht und Vorspannung)

$$(24) \quad w_{10} = w_u + w_{10, el} \cdot (1 + \varphi).$$

Nach dem Näherungsverfahren von Trost [3] ist der Einfluss des Kriechanteils der Verformung 1. Ordnung $w_{10, k}$ auf die Kriechverformung 2. Ordnung um den «Relaxationsfaktor κ » ($\kappa \sim 0,8$) abzumindern. In die Gleichung (22) ist deshalb

$$(25) \quad \tilde{w}_{10} = w_u + w_{10, el} \cdot (1 + \kappa \cdot \varphi)$$

einzuführen.

Damit beträgt die Gesamtverformung nach der Theorie 2. Ordnung

$$(26) \quad w = (w_{10} + w_{11} + w_k) \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{G+P}}{N_E}}$$

wobei mit w_{11} die Verformung 1. Ordnung infolge Kurzzeitlast und mit N_{G+P} die gesamte Achsiallast infolge Eigengewicht und Kurzzeitlast P bezeichnet wird.

Mit den Sicherheitsvorschriften der RL35 der Norm SIA 162 lautet Gleichung (23)

$$(27) \quad w_k' = \tilde{w}_{10}' \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{G'}}{N_{E\infty}}} \cdot N_{G'} \cdot \left(\frac{1}{N_{E\infty}} - \frac{1}{N_E} \right),$$

mit

$$N_{G'} = s_L \cdot N_G$$

$$\bar{N}_E = N_E / s_Q$$

Bei der Ermittlung von $\tilde{w}_{10}'$ sind die s_L -fache Eigengewichtslast und die s_V -fache Vorspannung zu berücksichtigen. Auch bei zentrisch angeordneter Vorspannung ist im Hinblick auf die Unsicherheit der Kabellage mit einer Stützenverformung infolge Vorspannung zu rechnen.

Die Gesamtverformung der Stütze ergibt sich aus Gleichung (26):

$$(28) \quad w' = (w_{10}' + w_{11}' + w_k') \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{G+P}'}{\bar{N}_E}}.$$

Literaturverzeichnis

- [1] C. Menn: «Steifigkeitsprobleme bei Stahlbetonstützen». Autographie zum Fortbildungskurs «Berechnung und Bemessung von Stützen und Stützensystemen», März 1977. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich.
- [2] U. Oelhafen: «Hilfsmittel für die Berechnung des Bruchwiderstandes und für die Bemessung von Stahlbetonquerschnitten». Autographie zum Fortbildungskurs «Berechnung und Bemessung von Stützen und Stützensystemen», März 1977. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich.
- [3] H. Trost: «Zur Berechnung von Spannbetontragwerken im Gebrauchszustand unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Betonverhaltens». Beton und Stahlbetonbau, Hefte 9/10, 1971. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Réflexions sur les surcharges des ponts-routes

par Edmond Rey, Bern

Dans le cadre de la dernière révision des normes No 160, la Commission a publié en 1970 le nouveau programme de surcharge des ponts-routes pour adapter ces normes à l'évolution du trafic. Rappelons que le but de la révision consistait à vérifier que les surcharges prescrites permettent de tenir compte d'une adaptation graduelle possible des poids maximums fixés par la loi, à ceux prévus par les réglementations de pays voisins de la Suisse et de couvrir l'effet des surcharges correspondant à une concentration de véhicules utilitaires en files. Selon le résultat de cette vérification, la Commission était chargée de proposer, au besoin, de nouvelles surcharges de calcul des ponts-routes à surcharges normales ainsi que pour ceux supportant des surcharges réduites.

Enquêtes et études préalables

L'examen du problème des surcharges de calcul des ponts-routes a nécessité l'exécution d'une série d'enquêtes et études portant sur les poids maximums des véhicules routiers utilitaires dans notre pays et à l'étranger, sur les sollicitations réelles du trafic et, enfin, sur les surcharges de calcul admises dans les pays voisins de la Suisse, à savoir:

- Enquête concernant les poids des files de véhicules relevés sur plusieurs artères caractéristiques, supportant un fort trafic de camions et de trains routiers.
- Etude des prescriptions fixant les surcharges de calcul appliquées dans les pays voisins de la Suisse en vue d'établir une comparaison entre lesdites surcharges et celles correspondantes prescrites par nos normes.
- Examen de la réglementation fixant les poids et dimensions des véhicules routiers utilitaires admis à la circulation dans notre pays et des prescriptions correspondantes dans les pays voisins de la Suisse.

Ces enquêtes et études préalables ont été exécutées sous la direction de Karl Hofacker, professeur de statique et de construction à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich (cf. SBZ Heft 10, 1968, SIA-Normen 160, Art. 9, Belastung der Strassenbrücken).

Interprétation des résultats

Il est ressorti des résultats de la première enquête, sur les sollicitations réelles du trafic, exécutée sur la route Bâle-Brugg pendant deux jours en 1961 que, si les poids effectifs des files étaient encore inférieurs aux surcharges de calcul, la marge